

**Zbigniew MAŃKO\***  
**Artur DUCHACZEK**

## **ANALIZA WPLYWU PEKNIĘCIA ZMĘCZENIOWEGO NA ZMIANĘ ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ W ŚRODNIKU DŹWIGARA MOSTU NISKOWODNEGO**

### **Wprowadzenie**

W latach 2005–2006 w WSOWL zrealizowano I i II etap pracy badawczej nt. „Wyznaczanie trwałości eksploatacyjnej mostów wojskowych” [1, 2], w której obiektem badawczym były konstrukcje mostów niskowodnych. Celem pracy było sprawdzenie czy dźwigar główny przęsła mostu niskowodnego, mający uszkodzenia o ustalonych wymiarach, przeniesie bezpiecznie określoną w obliczeniach zmęczeniowych liczbę cykli obciążenia o zadanej charakterystyce.

Rozwój hipotetycznego pęknięcia zmęczeniowego analizowany był przy założeniu, że otwory montażowe w rozciąganej strefie dźwigarów głównych, mimo że położone stosunkowo blisko osi obojętnej przekroju, są elementami narażonymi na powstanie w nich pęknięć zmęczeniowych, na co istotny wpływ ma sama technologia wykonania tych otworów w warunkach poligonowych.

Wyniki badań laboratoryjnych przeprowadzonych w roku 2006 dotyczące rozwoju pęknięcia zmęczeniowego [2] znacznie różniły się od wyników uzyskanych z obliczeń [1, 2]. W pracy [2] jako główną przyczynę zaistniałych różnic autorzy zasugerowali brak uwzględnienia obciążenia jako siły skupionej w algorytmach obliczeniowych związanych z określeniem prędkości rozwoju pęknięcia. Występowanie tak dużej siły skupionej miało znaczny wpływ na rozkład naprężeń w środku badanego dwuteownika.

Celem niniejszej pracy jest próba odpowiedzi na dwa pytania:

- W jaki sposób w kolejnym etapie badań laboratoryjnych przekazywać obciążenie na badany dwuteownik, aby w trakcie późniejszych obliczeń prędkości

---

\* dr hab. inż. Zbigniew MAŃKO

kpt. mgr inż. Artur DUCHACZEK – Wyższa Szkoła Oficerska Wojsk Lądowych

rozwoju pęknięcia zmęczeniowego można było pomijać wpływ naprężeń prostopadłych do osi głównej badanej belki ?

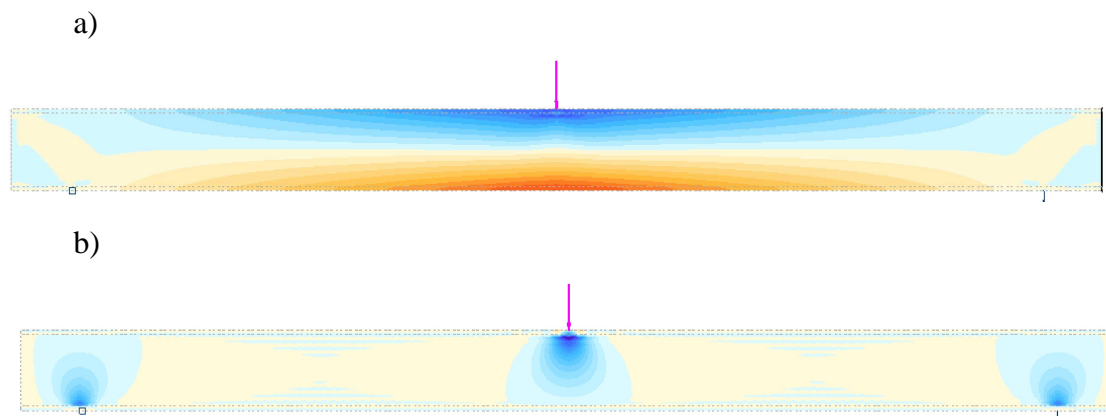
- Jak duże zakłócenia w rozkładzie naprężeń w środku dwuteownika powoduje występowanie zarówno samych otworów montażowych jak i pęknięcia propagującego od tychże otworów?

### 1. Przyjęcie schematu obciążenia w III etapie badań

Aby określić sposób obciążenia konstrukcji umożliwiające pominięcie działania siły skupionej na prędkość wzrostu pęknięcia zmęczeniowego propagującego od analizowanego otworu montażowego, wykorzystano linię wpływu momentów zginających w belce swobodnie podpartej.

Do wstępnych analiz założono, że w III etapie badań odległość między siłami  $P_2$  będzie równa 1,00 m. Po dokonaniu obliczeń oraz zakładając, że dla obu wariantów wartość maksymalnych momentów zginających (w środku rozpiętości teoretycznej belki) powinna być identyczna, przyjęto wartość siły  $P_2 = 200$  kN.

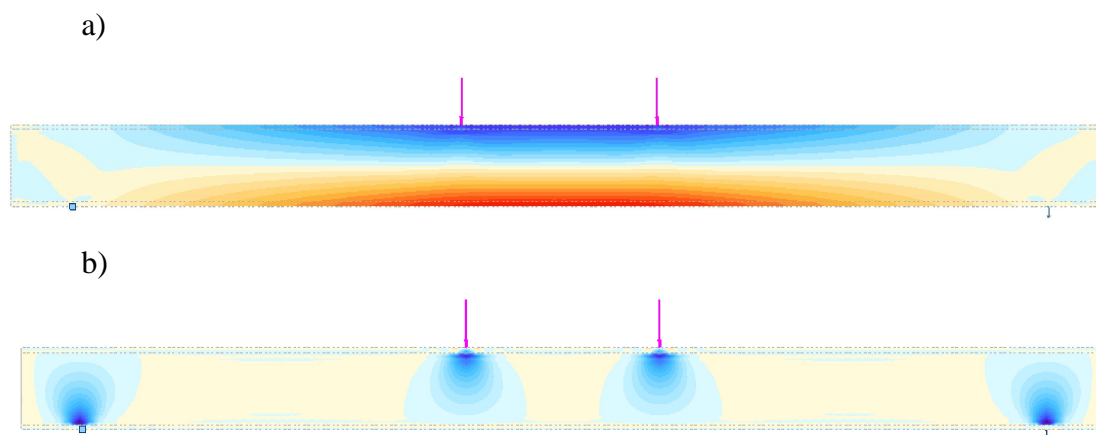
Aby sprawdzić czy przeprowadzona analiza powinna potwierdzić się w trakcie badań laboratoryjnych przeprowadzono również obliczenia przy wykorzystaniu programu opartego na metodzie elementów skończonych. Na rys. 1 przedstawiono mapę naprężeń normalnych dla obciążenia zastosowanego w trakcie badań w roku 2006, natomiast na rys. 2 te same mapy, ale dla obciążenia proponowanego w trakcie kolejnych badań.



Rys. 1. Rozkład naprężeń normalnych w badanym dwuteowniku w trakcie II etapu badań (w roku 2006):

- a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe, do osi głównej belki

*Źródło: Opracowanie własne*



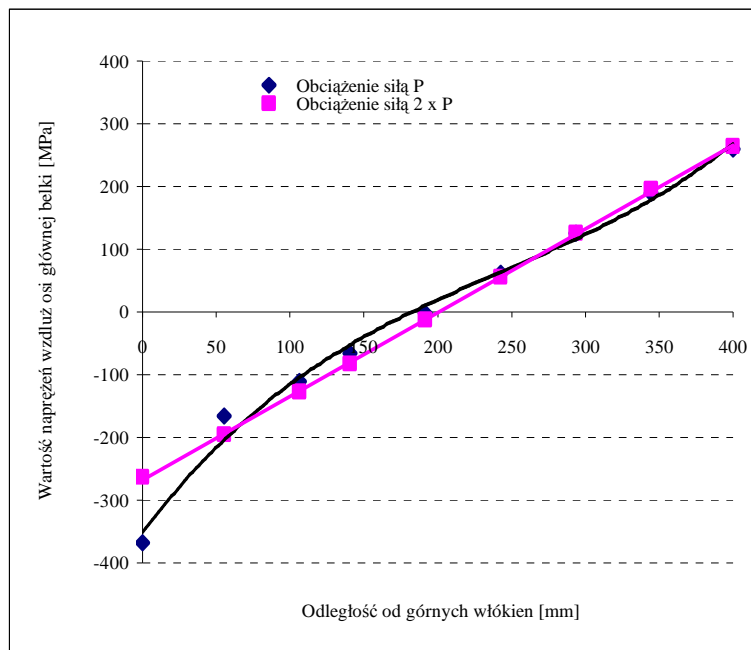
Rys. 2. Rozkład naprężeń normalnych w badanym dwuteowniku w trakcie III etapu badań (w roku 2007): a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe do, osi głównej belki

*Źródło: Opracowanie własne*

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymano wartość naprężeń normalnych (we włóknach rozciąganych) w środku rozpiętości analizowanej belki równej 259,99 MPa dla I wariantu obciążenia oraz 264,17 MPa dla wariantu II. Różnica względna analizowanych wartości wynosiła zaledwie 1,61%, co świadczy o prawidłowo przyjętej wartości obciążenia  $P_2$ .

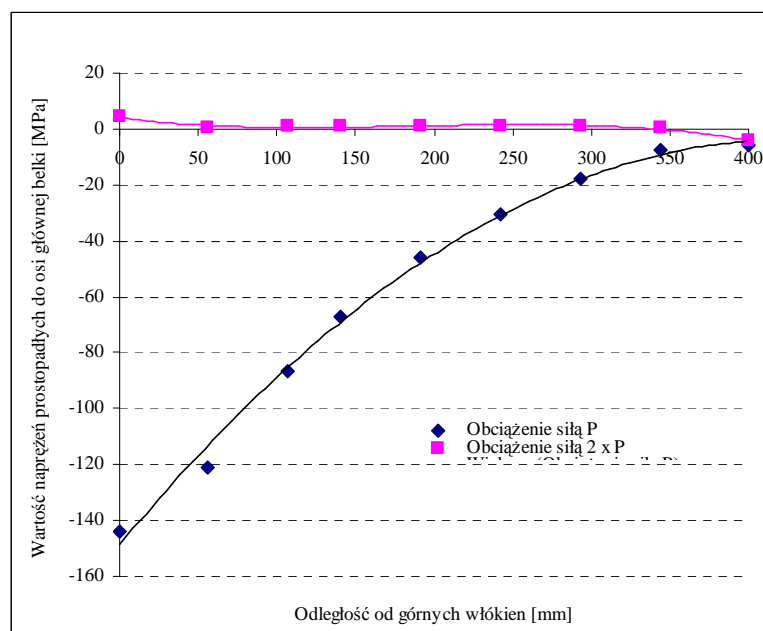
Z analizy wykresów przedstawionych na rys. 1b widać wyraźny wpływ siły skupionej na wartość naprężeń w strefie środkowej belki, czyli w miejscu występowania potencjalnych otworów montażowych. Z kolei analiza wyników przedstawionych na rys. 2 potwierdza przypuszczenia, że przyjęcie dwóch sił  $P_2 = 100$  kN w odległości 1,00 m od siebie powoduje, że nie ulega zmianie maksymalny moment zginający w badanej belce, natomiast w obszarze otworów montażowych, podczas obliczeń dotyczących propagacji pęknięcia zmęczeniowego, może zostać pominięty wpływ naprężeń prostopadłych do osi głównej belki.

Na rys. 3 i 4 przedstawiono wykresy rozkładów naprężeń w środku rozpiętości teoretycznej badanej belki. Opracowując te wykresy, pominięto wartości naprężeń występujące na styku środnika i półki, które wprowadzały miejscowe zakłócenia w rozkładzie naprężeń w danym przekroju. Zdaniem autorów wykresy te potwierdzają jednocześnie słuszność przyjętych założeń, że w przypadku obciążenia siłą  $2 \times P_2$  w połowie rozpiętości teoretycznej pręśła otrzymuje się stan naprężeń zbliżony do „czystego zginania”. Umożliwia to ponadto wykorzystanie do określania prędkości rozwoju pęknięcia wyprowadzone w I i II etapie badań [1, 2] wzorów na określenie współczynnika intensywności naprężeń  $K_I$ .



Rys. 3. Rozkład naprężeń normalnych w środku rozpiętości teoretycznej belki

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 4. Rozkład naprężeń prostopadłych do osi głównej belki w połowie jej rozpiętości teoretycznej

Źródło: Opracowanie własne

Tak przyjęte obciążenie zwiększy również dokładność prowadzonych badań, a w szczególności bardziej rzetelne określanie wartości naprężeń w konkretnych miejscach konstrukcji.

W badaniach laboratoryjnych, do określania wartości naprężeń w badanym elemencie, wykorzystywano tensometry elektrooporowe. Tensometry mocowane były do konstrukcji równoległe do osi głównej belki, co umożliwiało określanie odkształceń  $\varepsilon$  tylko w tym kierunku. Następnie wykorzystano prawo Hooke'a dla prostego jednoosiowego rozciągania w postaci [3]:

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (1)$$

gdzie  $E$  jest modułem Younga, do określania wartości naprężeń  $\sigma$  w tym kierunku.

Przytaczając za R. Żuchowskim [3] uogólnione prawo Hooke'a w postaci zależności naprężenia od odkształcenia:

$$\sigma_x = \frac{E}{1+\nu} \left[ \varepsilon_x + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right], \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1+\nu} \left[ \varepsilon_y + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right], \quad (3)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1+\nu} \left[ \varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right], \quad (4)$$

oczywiste jest, że określanie naprężeń według wzoru (1) nie było zbyt precyzyjne, ale, zdaniem autorów, dawało pewien początkowy obraz rozkładu naprężeń w badanej konstrukcji.

Z zaprezentowanych powyżej równań wynika, że naprężenia w danym kierunku zależą przede wszystkim od wartości odkształceń w tym kierunku, a na ich wartość istotny wpływ mają również odkształcenia w pozostałych kierunkach.

O ile jednak przy użyciu tensometrii oporowej istnieje możliwość dokonania pomiarów odkształceń po wysokości średnika dwuteownika, o tyle pomiar aktualnej jego grubości jest niemożliwy.

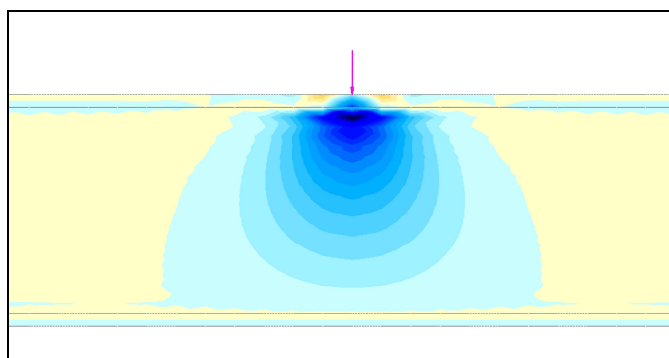
Zdaniem autorów przyjęcie obciążenia siłą  $2 \times P_2$  spowoduje, że odkształcenia w kierunkach prostopadłych osi głównej belki będą niewielkie, a przez to wyniki otrzymane ze wzorów (1) i (2) będą przyjmowały zbliżone wartości, odpowiadające rzeczywistym wartościom naprężeń.

## 2. Analiza zakłóceń rozkładu naprężeń w obszarze otworów montażowych w dwuteowniku stalowym

Otwory montażowe występujące w średniku dwuteownika powodują zakłócenia w rozkładzie naprężeń w tym obszarze elementu konstrukcyjnego. Odczyty z tensometrów elektrooporowych w trakcie badań laboratoryjnych przedstawiały występowanie tych zakłóceń zarówno dla naprężeń równoległych do osi głównej belki, jak i do niej prostopadłych. W niniejszym artykule zdecydowano się zobrazować charakter tychże zakłóceń przy wykorzystaniu map naprężeń.

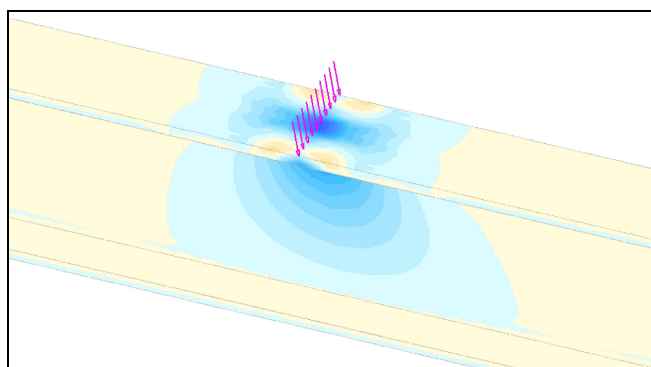
Aby zmniejszyć czasochłonność obliczeń, a także ze względów technicznych (niewystarczającej klasy komputer oraz ograniczenia wynikające z posiadanej wersji programu) starano się zoptymalizować model obliczeniowy. W tym celu zdecydowano się na przeprowadzenie analizy rozkładu naprężeń tylko w samym środku kształtownika, przyjmując do obliczeń model od długości 2,0 m.

Aby można było ograniczyć się do analizy naprężeń prostopadłych do osi głównej belki w samym tylko środku kształtownika, należało najpierw określić wpływ półki dwuteownika przy przekazywaniu obciążenia na analizowany środnik. Na rys. 5–7 zaprezentowano rozkład naprężeń prostopadłych do osi głównej belki pod obciążeniem skupionym w trzech rzutach.



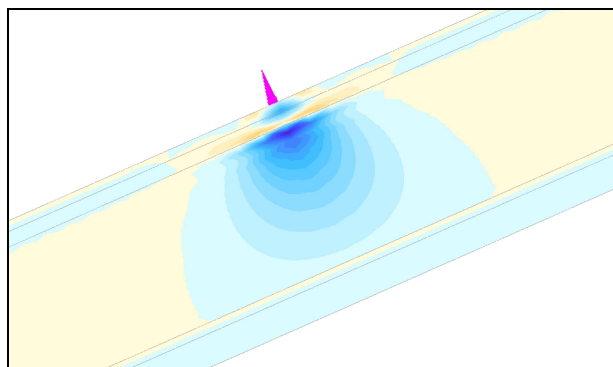
Rys. 5. Rozkład naprężeń prostopadłych do osi głównej belki pod obciążeniem skupionym (widok z boku)

*Źródło: Opracowanie własne*



Rys. 6. Rozkład naprężeń prostopadłych do osi głównej belki pod obciążeniem skupionym (widok z góry)

*Źródło: Opracowanie własne*



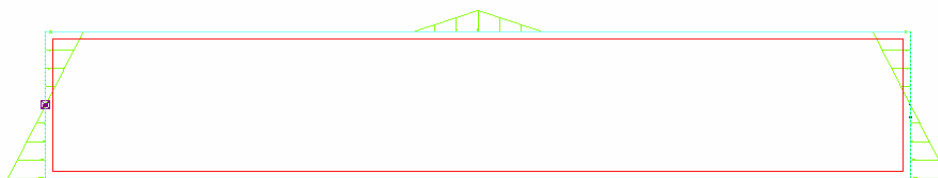
Rys. 7. Rozkład naprężeń prostopadłych do osi głównej belki pod obciążeniem skupionym (widok od dołu)

*Źródło: Opracowanie własne*

Analiza zaprezentowanych map naprężeń pozwala sądzić, iż dzięki półce dwuteownika przyjęte naprężenie skupione o charakterze liniowym jest przekazywane na środnik dwuteownika poprzez większą powierzchnię. Tworząc model obliczeniowy, wykorzystano obciążenie liniowe nierównomiernie rozłożone, w kształcie trójkąta równoramiennego (rys. 8). Ponieważ z analizy wyników pokazanych na rys. 5–7 nie można było jednoznacznie określić wielkości oddziaływania obciążenia skupionego na środnik, a przez to długości podstawy proponowanego obciążenia, zatem do wstępnych analiz przyjęto trzy różne długości, odpowiednio: 200, 300 i 400 mm.

Obciążenie trójkątne powstało z rozłożenia obciążenia skupionego równego 320 kN. W zależności od długości podstawy „trójkąta obciążenia”, jego wysokość przyjmowała odpowiednio wartości 3,20; 2,13 i 1,60 kN/mm.

Ponieważ, długość przyjętego modelu obliczeniowego była krótsza od długości belki badanej w laboratorium, a wskaźnik przekroju na zginanie  $W_x$  samego środnika jest znacznie mniejszy niż pełnego dwuteownika, należało wprowadzić obciążenie niwelujące różnice wartości maksymalnych momentów zginających w tych elementach konstrukcyjnych. Korzystając z ogólnie znanego twierdzenia o parze sił, nadmiar momentu zginającego zamieniano na parę sił, a tą następnie zamieniano na obciążenie nierównomiernie rozłożone – trójkątne, które korygowało wartość momentu zginającego w środku rozpiętości teoretycznej modelu obliczeniowego. Po przeprowadzonych obliczeniach przyjęto, że wysokość „trójkąta obciążenia” przyjmowała wartość  $\pm 3,55$  kN/mm (rys. 8).



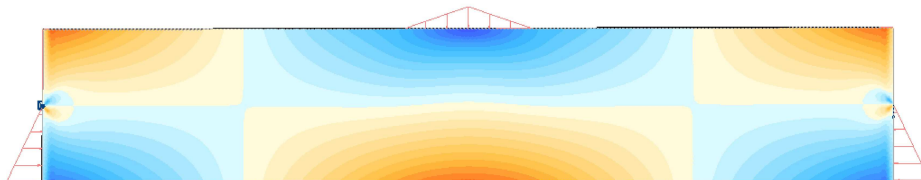
Rys. 8. Schemat obliczeniowy przyjęty do obliczeń numerycznych

*Źródło: Opracowanie własne*

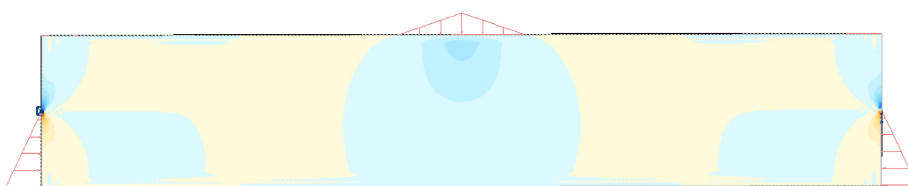
Przyjmując długość modelu, kierowano się założeniem, aby strefa naprężeń prostopadłych do osi głównej belki pod obciążeniem skupionym nie nachodziła na ich stre-

fę działania nad podporami. Po przeprowadzeniu kilku symulacji zdecydowano się na przyjęcie modelu obliczeniowego o długości 2,00 m, którego mapy naprężeń przedstawiono na rys. 9. Analizując rozkład naprężeń w środkowej części belki na rys. 1 i 9, można zauważyć, że jest podobny, co potwierdza słuszność przyjętych założeń.

a)



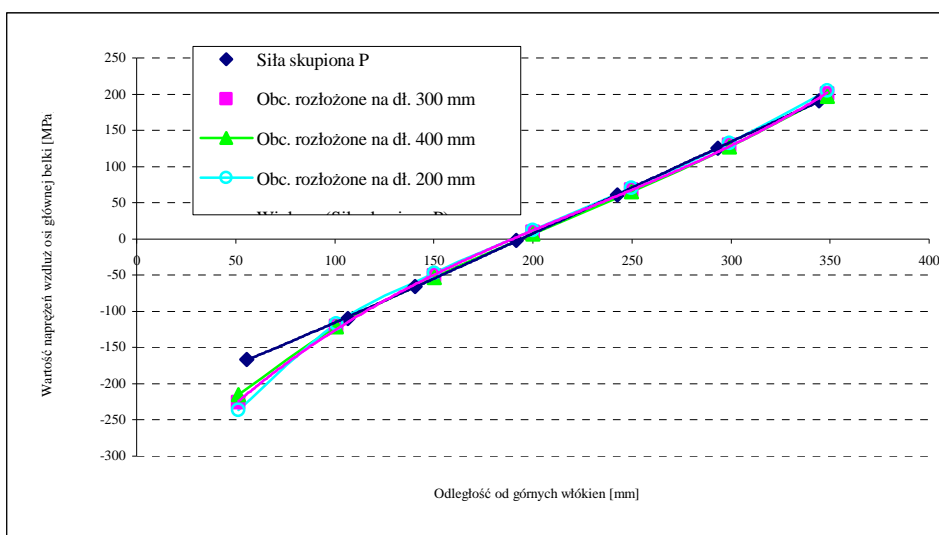
b)



Rys. 9. Rozkład naprężeń normalnych w przyjętym modelu obliczeniowym:  
a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe, do osi głównej belki

*Źródło: Opracowanie własne*

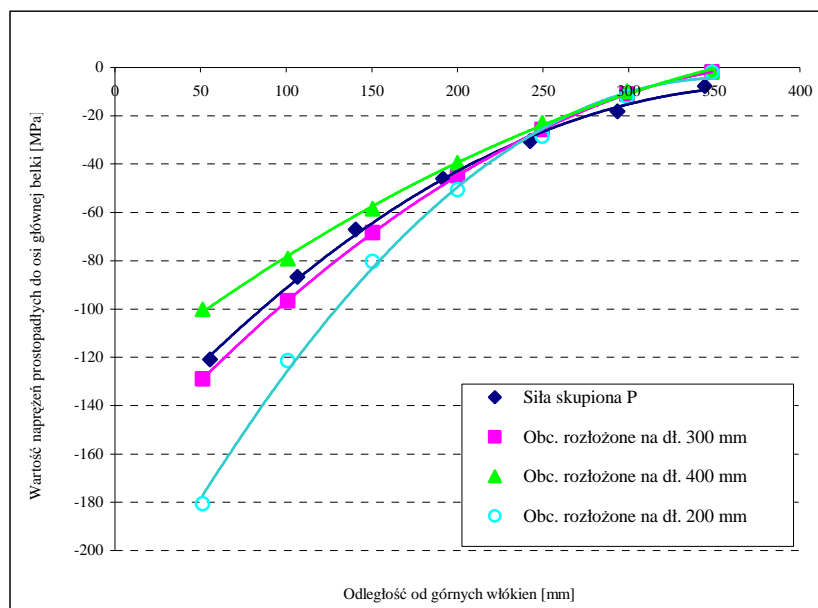
Na rysunkach 10 i 11 zaprezentowano porównanie rozkładów naprężeń w środku rozpiętości teoretycznej belki dla różnych długości przyłożenia obciążenia nierównomiernego o odpowiednio: 200, 300 i 400 mm.



Rys. 10. Rozkłady naprężeń normalnych wzdłuż osi głównej belki, mierzonych w połowie jej rozpiętości teoretycznej dla obciążenia nierównomiernego przyłożonego na długości odpowiednio: 200, 300 i 400 mm

*Źródło: Opracowanie własne*

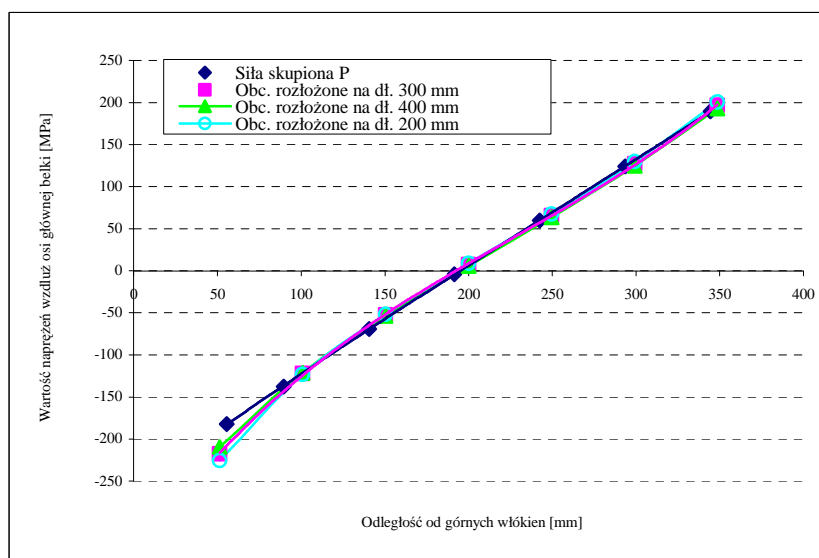




Rys. 11. Rozkłady naprężeń prostopadłych do osi głównej belki, mierzonych w środku jej rozpiętości teoretycznej dla obciążenia nierównomiernego przyłożonego na długości odpowiednio: 200, 300 i 400 mm

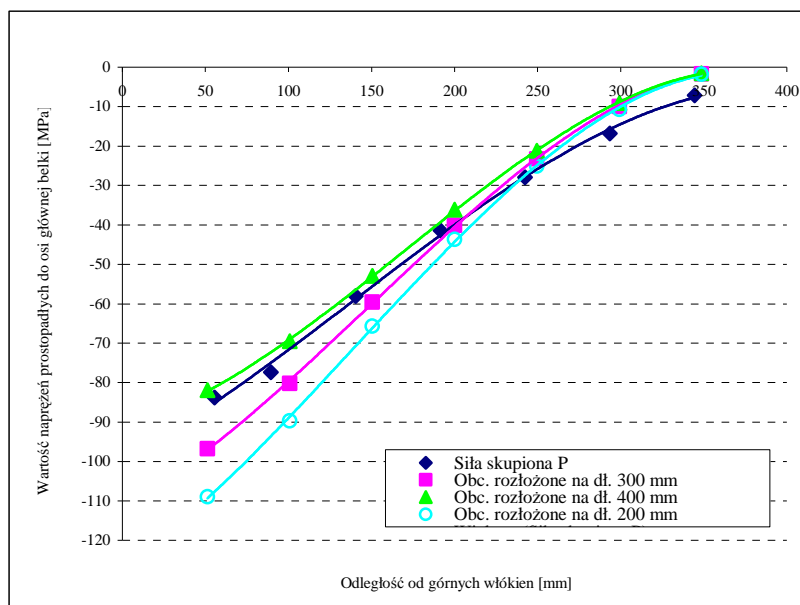
Źródło: Opracowanie własne

Na rys. 12 i 13 zaprezentowano porównanie rozkładów naprężeń normalnych w odległości 50 mm od połowy rozpiętości teoretycznej belki. Wyniki przedstawiono również dla obciążenia nierównomiernego przyłożonego odpowiednio na długościach: 200, 300 i 400 mm.



Rys. 12. Rozkłady naprężeń normalnych wzdłuż osi głównej belki, mierzonych w odległości 50 mm od połowy jej rozpiętości teoretycznej dla obciążenia nierównomiernego przyłożonego odpowiednio na długościach: 200, 300 i 400 mm

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 13. Rozkłady naprężeń prostokątnych do osi głównej belki, mierzonych w odległości 50 mm od połowy jej rozpiętości teoretycznej dla obciążenia nierównomiernego przyłożonego na odpowiednio długościach: 200, 300 i 400 mm

*Źródło: Opracowanie własne*

Po analizie wykresów zaprezentowanych na rys. 10–13 do dalszych analiz zdecydowano się przyjąć model obliczeniowy, w którym odciażenie nierównomierne (w kształcie trójkąta) rozłożone zostało na długości 300 mm. Z wykresów zaprezentowanych na rys. 10 i 11 wynika, że to obciążenie wywoływało rozkład naprężeń najbardziej zbliżony do obciążenia skupionego działającego na cały dwuteownik.

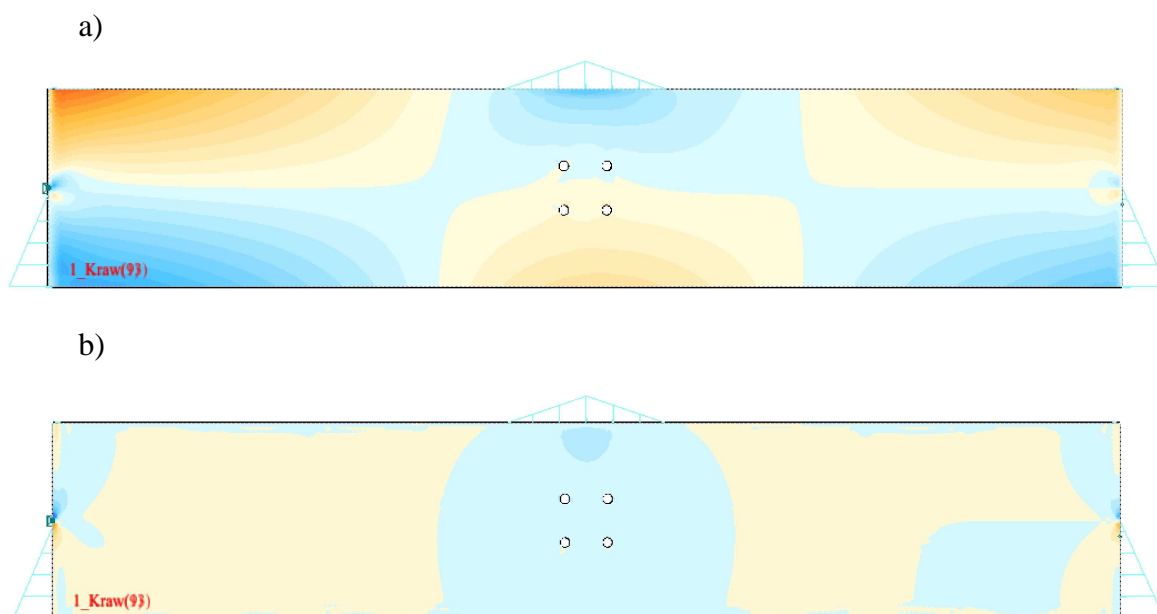
Wykres zaprezentowany na rys. 13 wskazuje, że wraz z oddaleniem się od połowy rozpiętości teoretycznej belki, zmienia się również charakter rozkładu naprężeń normalnych prostokątnych do osi głównej belki i jest on bardziej zbliżony do wpływu obciążenia nierównomiernego rozłożonego na długości 400 mm. Ze względu jednak na fakt, że naprężenia wywołane tym obciążeniem na całej wysokości środnika są mniejsze od naprężeń wywołanych obciążeniem skupionym  $P$ , zatem do dalszych analiz pozostawiono wariant obciążenia nierównomiernego działającego na długości 300 mm.

Na rys. 14–17 przedstawiono rozkłady naprężeń normalnych w przyjętych modelach obliczeniowych, zarówno dla naprężeń wzdłuż osi głównej belki, jak i naprężeń prostokątnych do jej osi głównej. Na rysunku 14 zaprezentowano model obliczeniowy uwzględniający tylko cztery otwory montażowe, natomiast na rys. 16 dodatkowo uwzględniono pęknięcie o długości 85 mm.

Z analizy wykresów przedstawionych na rys. 14 i 16 możemy zauważyć, jaki jest wpływ pęknięcia na globalny rozkład naprężeń w analizowanej konstrukcji. W celu uszczegółowienia wielkości tych zaburzeń, należało przeanalizować mapy naprężeń na przecięciach wykonanych przez oś symetrii otworu, z którego propaguje pęknięcie. Mapy te zaprezentowano na rys. 15 i 17.

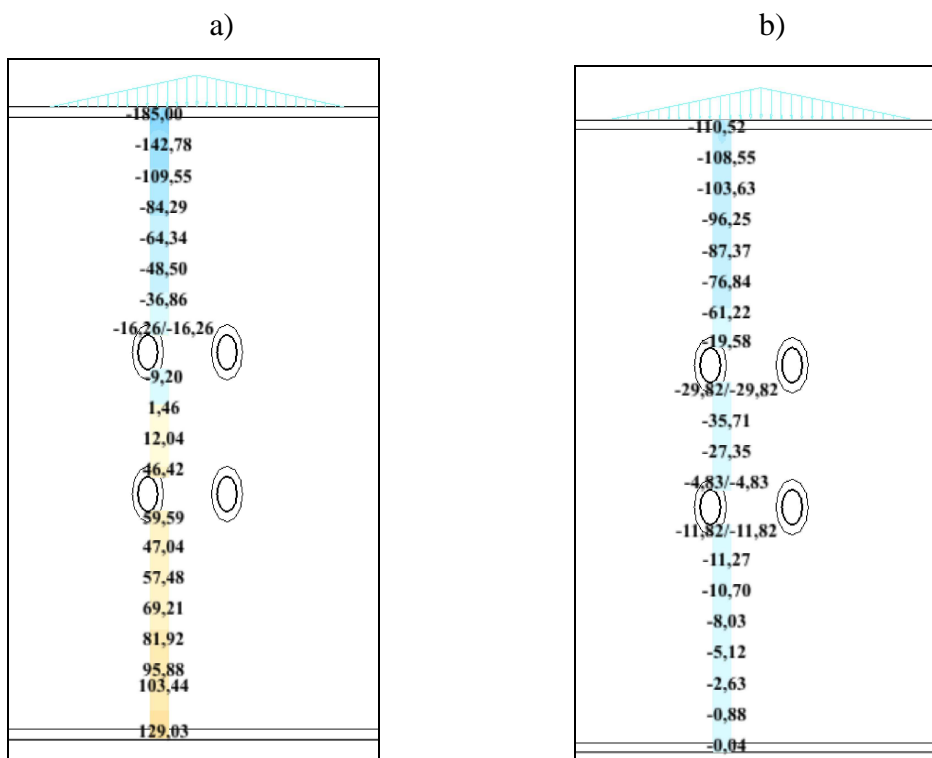
Zakłócenia w rozkładzie naprężeń normalnych w środku dwuteownika wywołane występowaniem otworów montażowych (rys. 15) są dość znacznie. Nie powodują jednak w żadnym z przypadków, zmiany znaku naprężeń w obrębie otworów.

Sytuacja zmienia się jednak z chwilą wystąpienia pęknięcia (rys. 17). W tym przypadku dla naprężeń prostopadłych do osi głównej belki na wysokości otworu montażowego (w strefie rozciąganej belki) następuje zmiana znaku naprężeń. Natomiast dla naprężeń normalnych w kierunku osi głównej belki zarówno krawędź otworu montażowego, jak i wierzchołek szczeliny są wyraźnymi koncentratorami naprężeń.



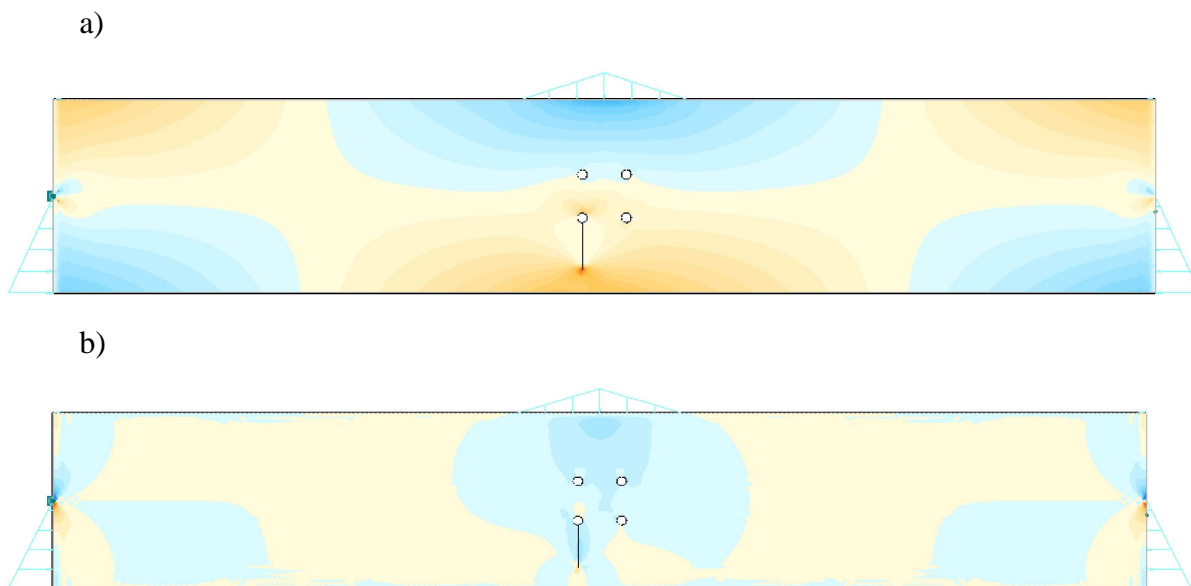
Rys. 14. Rozkłady naprężeń normalnych w przyjętym modelu obliczeniowym (z czterema otworami montażowymi): a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe, do osi głównej belki

*Źródło: Opracowanie własne*



Rys. 15. Rozkłady naprężeń normalnych w przyjętym modelu obliczeniowym wzdłuż osi symetrii jednego rzędu otworów montażowych: a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe, do osi głównej belki

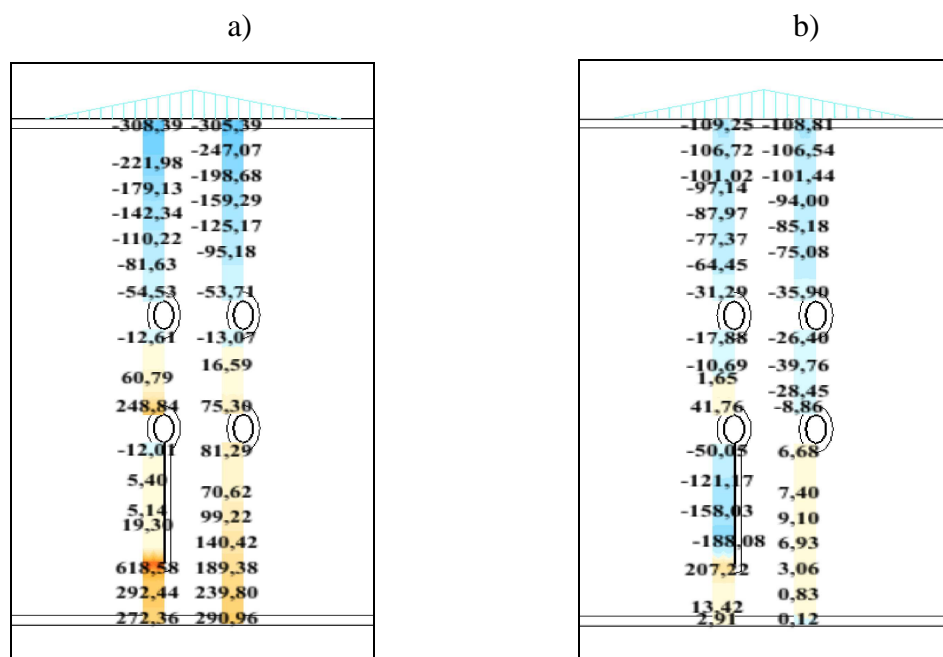
Źródło: Opracowanie własne



Rys. 16. Rozkłady naprężeń normalnych w przyjętym modelu obliczeniowym (z otworami montażowymi pęknięciem zmęczeniowym): a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe, do osi głównej belki

Źródło: Opracowanie własne

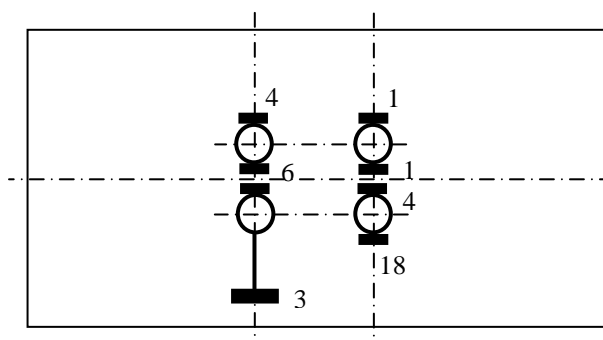
Analiza wykresów zaprezentowanych na rys. 17 wskazuje, że wierzchołek szczeliny zmęczeniowej jest nie tylko koncentratorem naprężeń wzdłuż osi głównej belki, ale także do niej prostopadłych. W wierzchołku szczeliny zmęczeniowej wartość tych naprężeń sięga niemal 30% wielkości naprężeń normalnych. Aby jednak dokładnie określić zależność tych naprężeń od siebie, należałoby przeprowadzić obliczenia dla szerszego zakresu długości pęknięcia.



Rys. 17. Rozkłady naprężeń normalnych w przyjętym modelu obliczeniowym wzdłuż osi symetrii obu rzędów otworów montażowych: a) naprężenia wzdłuż oraz b) naprężenia prostopadłe, do osi głównej belki

Źródło: Opracowanie własne

W celu sprawdzenia prawidłowości przyjętego modelu obliczeniowego, porównano wielkości odkształceń jednostkowych  $\varepsilon$  [ $\times 10^6$ ] otrzymane z obliczeń numerycznych z otrzymanymi w trakcie badań laboratoryjnych [2]. Do porównania wybrano te tensometry (rys. 18), w których spodziewano się wystąpienia największych naprężeń normalnych, równoległych do osi głównej belki.



Rys. 18. Schemat rozmieszczenia wybranych tensometrów elektrooporowych

Źródło: Opracowanie własne

Ponieważ w obliczeniach przyjęto schemat obciążenia siłą skupioną równą 320 kN, zatem przy porównaniu wyników dokonywano wielkości odczytów odkształceń z tensometrów również dla takiego obciążenia, które w programie badań pojawiało się jednak dopiero po około 4700 cyklach.

Przy tej liczbie cykli w materiale zaczęły występować już znaczne odkształcenia, a jednocześnie pojawiło się wstępne przedpęknięcie o długości około 1,5 mm.

W tabelicy 1 podano wielkości odkształceń trwałych otrzymanych z odczytów z odpowiednich tensometrów elektrooporowych. Analizując te dane, należy zwrócić uwagę, że baza pomiarowa dla tensometru nr 30 była trzykrotnie większa niż dla pozostałych tensometrów, zatem znaczna wielkość odkształcenia punktowego nie była aż tak wyraźna.

Tabela 1. Wielkości odkształceń trwałych odczytane z wybranych tensometrów (rys. 18)

Numer tensometru	4	6	8	30	12	14	16	18
<b>Odkształcenia <math>\varepsilon</math> [<math>10^6</math>]</b>	-49	-35	70	737	-50	-44	-46	-54

*Źródło: Opracowanie własne*

W tab. 2 i na rys. 19 zaprezentowano porównanie wielkości odkształceń jednostkowych odczytanych z tensometrów w czasie badań laboratoryjnych i uzyskanych z obliczeń numerycznych. Jako wyniki z badań belki przedstawiono wielkości odkształceń sprężystych, tj. różnicę odkształceń pod obciążeniem i po odciążeniu. Przedstawione wyniki wykazują pewne rozbieżności, rzędu około 10% (za wyjątkiem tensometru nr 14), co może być spowodowane wcześniej zrealizowanym programem badań.

Tabela 2. Porównanie wielkości odkształceń jednostkowych odczytanych z tensometrów i uzyskanych z obliczeń numerycznych

Numer tensometru	Odkształcenia $\varepsilon$ [ $10^6$ ]		Różnica	
	Odczytana z tensometrów	Wyniki obliczeń MES	bezwzględna	[%]
4	-244	-215	-29	11,88
6	-77	-67	-10	12,99
8	1333	1343	-10	0,75
30	2540	2426	114	4,49
12	-208	-202	-6	2,88
14	-27	-53	26	49,06
16	432	409	23	5,32
18	456	410	46	10,09

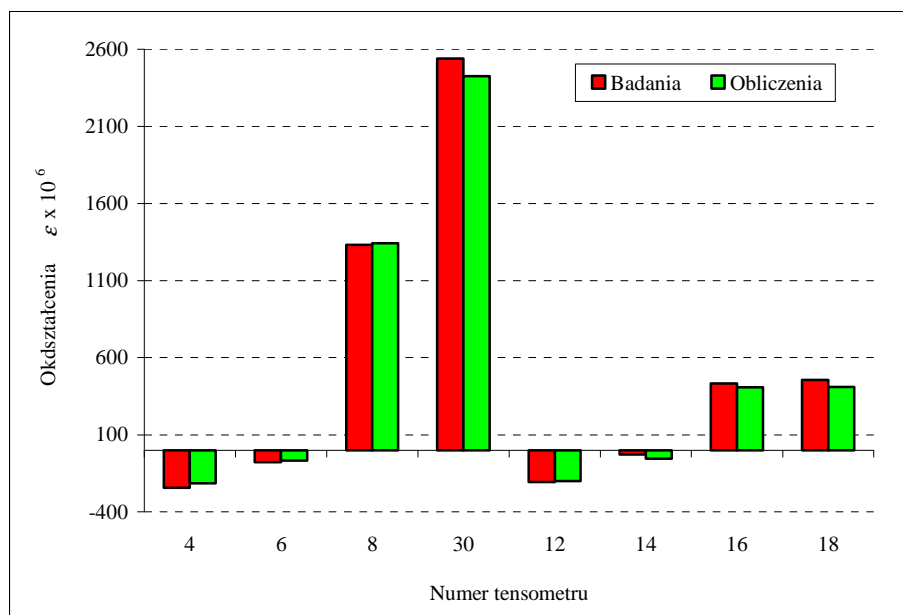
*Źródło: Opracowanie własne*

Z analizy danych zaprezentowanych na rys. 19 wynika, że wielkości odkształceń jednostkowych otrzymane z badań laboratoryjnych (szczególnie tensometr nr 30) są nieznacznie większe, co biorąc pod uwagę zrealizowany program badań, jest w pełni uzasadnione. Wykresy przedstawione na rys. 21, zdaniem autorów, potwierdzają w znacznym stopniu słuszność przyjętego w trakcie obliczeń numerycznych schematu obciążenia.

Ponieważ dotychczasowe analizy potwierdziły zbieżność wyników otrzymanych z badań i obliczeń numerycznych na uproszczonym modelu, zatem w tab. 3 podano pozostałe wielkości otrzymane z tych obliczeń.

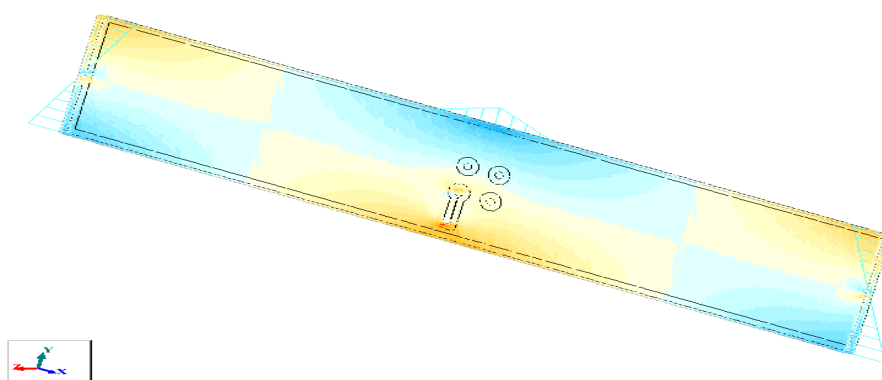
Usytuowanie modelu obliczeniowego w układzie X-Y-Z zaprezentowano na rys. 20.

Analizując dane zaprezentowane w tab. 3 i na wykresie na rys. 21, zauważa się, że wielkości odkształceń jednostkowych w kierunku X-X są największe, jednak tylko na wysokości tensometru nr 30, tj. bezpośrednio ulokowanego pod szczeliną zmęczeniową; są kilkadziesiąt razy większe niż w pozostałych kierunkach.



Rys. 19. Porównanie wielkości odkształceń jednostkowych odczytanych z tensometrów i uzyskanych z obliczeń numerycznych

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 20. Usytuowanie modelu obliczeniowego w układzie osi X-Y-Z

Źródło: Opracowanie własne

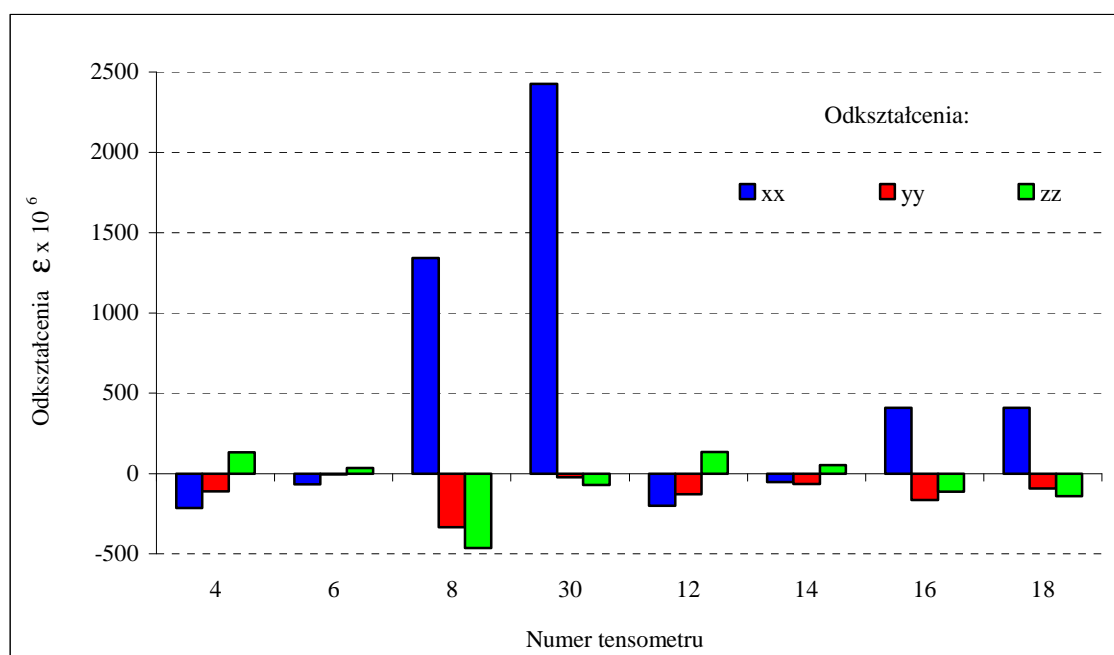
Analizując dane z tab. 3 i na wykresie (rys. 22), zauważa się, że wielkości naprężeń normalnych w kierunku X-X są również największe, natomiast w przypadku

naprężeń nawet na wysokości tensometru nr 30 różnice nie są tak znaczące. Przy naprężeniach Y-Y na wysokości tensometrów 4, 12 i 30 są one na tyle duże, że nie powinny zostać pominięte podczas analiz zmęczeniowych konstrukcji.

Tabela 3. Wielkości odkształceń i naprężeń otrzymane z obliczeń numerycznych w miejscu występowania wybranych tensometrów (rys. 20)

Numer tensometru	Odkształcenia $\varepsilon$ [ $10^6$ ]			Naprężenia [MPa]		
	X-X	Y-Y	Z-Z	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$
4	-215	-111	133	-56,62	-40,22	-1,74
6	-67	-5	36	-14,84	-5,10	1,39
8	1343	-335	-465	275,88	11,24	-9,02
30	2426	-22	-71	560,12	143,58	65,48
12	-202	-127	134	-54,85	-42,97	-1,85
14	-53	-64	53	-16,09	-17,89	0,64
16	409	-165	-112	80,05	-10,43	-2,06
18	410	-92	-139	85,84	6,77	-0,73

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 21. Wartości odkształceń jednostkowych uzyskane z obliczeń numerycznych w miejscu występowania wybranych tensometrów (rys. 20)

Źródło: Opracowanie własne

Na wykresach (rys. 23) zaprezentowano rozkład naprężeń zredukowanych w przyjętym modelu obliczeniowym wzdłuż osi symetrii obu rzędów otworów montażowych.

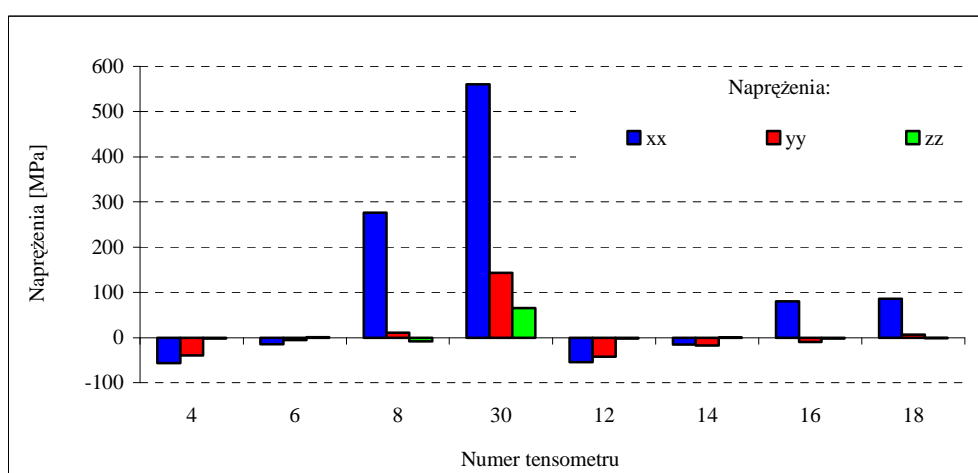
Naprężenia zredukowane obliczono według hipotezy Hubera-Misesa [3] ze wzoru (5):



$$\sigma_{zred} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (5)$$

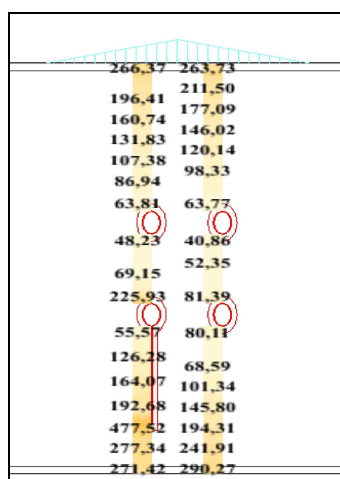
Również wykres przedstawiony na rys. 23 potwierdza, że wierzchołek szczeliny zmęczeniowej jest inicjatorem pęknięcia, gdyż naprężenia w tym miejscu są zdecydowanie największe, nawet wyższe od naprężeń występujących w dolnych włóknach rozciąganych.

Porównując jednak wielkości naprężeń zaprezentowanych na rys. 23 i rys. 17a, gdzie przedstawiono rozkłady naprężeń wzdłuż osi głównej belki w przyjętym modelu obliczeniowym wzdłuż osi symetrii obu rzędów otworów montażowych, widać wyraźnie, że naprężenia zredukowane przyjmują mniejsze wartości. Według autorów wpływ na to mają niewątpliwie wartości odkształceń (naprężeń) prostopadłych do osi podłużnej belki.



Rys. 22. Wartości naprężeń normalnych uzyskane z obliczeń numerycznych w miejscu występowania wybranych tensometrów (rys. 20)

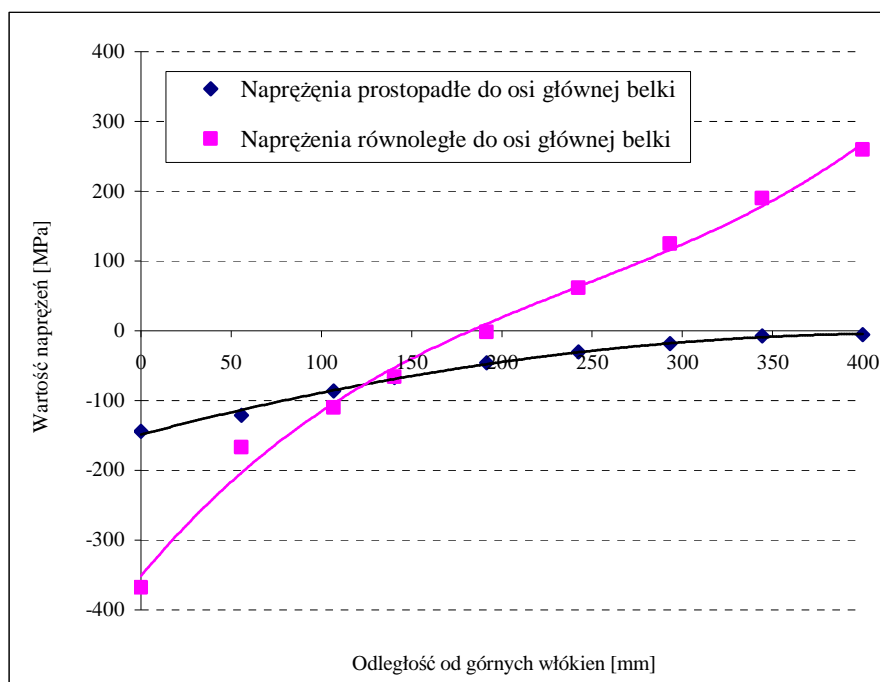
Źródło: Opracowanie własne



Rys. 23. Rozkłady naprężeń normalnych zredukowanych w przyjętym modelu obliczeniowym wzdłuż osi symetrii obu rzędów otworów montażowych

Źródło: Opracowanie własne

Na rys. 24 przedstawiono rozkłady naprężeń w środku rozpiętości teoretycznej belki bez otworów montażowych i zakładanego pęknięcia. Tworząc te wykresy, podobnie jak przy wykresach przedstawionych na rys. 3 i 4, pominięto wpływ wartości naprężeń występujących na styku środka i półki, które wprowadzały miejscowe zakłócenia w rozkładzie naprężeń w danym przekroju. Analizując wykresy zaprezentowane na rys. 24, można zauważyć, że w środku rozpiętości teoretycznej belki w strefie włókien rozciąganych dwuteownika, naprężenia równoległe do osi głównej belki są wielokrotnie większe od naprężeń prostopadłych do tej osi.



Rys. 24. Rozkłady naprężeń normalnych w środku rozpiętości teoretycznej belki

*Źródło: Opracowanie własne*

Biorąc pod uwagę mapy naprężeń zaprezentowane na rys. 17 i 23 przedstawiające rozkłady naprężeń w dwuteowniku stalowym wzdłuż osi symetrii obu rzędów otworów montażowych, można stwierdzić, że rozwijające się pęknięcia zmęczeniowe wprowadza bardzo duże zakłócenia w rozkładzie naprężeń w jego środku.

W analizowanym przypadku w wierzchołku hipotecznej pęknięcia zmęczeniowego naprężenia poprzeczne do osi głównej belki stanowią blisko 30% naprężeń normalnych, co w obliczeniach nie powinno być pomijane.

## Podsumowanie

Rozważania przedstawione w niniejszym artykule wykazały w sposób jednoznaczny, że wielkości prędkości rozwoju pęknięcia zmęczeniowego otrzymane z badań laboratoryjnych i uzyskane z obliczeń przeprowadzonych w roku 2006 w ramach pracy [2] musiały dać dość rozbieżne wyniki.

Aby wyniki badań i obliczeń były bardziej zbliżone do siebie, należałoby w trakcie tegorocznych badań zmienić sposób przekazywania obciążenia, tj. zastosować dwie siły skupione  $P_2$ , każda po 200 kN, umieszczone w odległości od siebie równej 1,00 m.

W trakcie prowadzonych obliczeń należy zaś uwzględnić średnie wartości współczynników  $C$  i  $m$  (według [4]), biorąc pod uwagę, że wielkości te są wystarczająco bezpieczne, poprzez co prędkość rozwoju pęknięcia zmęczeniowego wynikająca z obliczeń będzie wielokrotnie większa niż otrzymana w trakcie badań laboratoryjnych.

Jednocześnie wyniki badań laboratoryjnych wskazywały wyraźnie na powstanie bardzo dużych odkształceń trwałych powstałych o obrębie wierzchołka analizowanego pęknięcia. Natomiast prowadząc obliczenia numeryczne związane z określeniem współczynnika intensywności naprężeń zarówno w I, jak i II etapie badań w modelach obliczeniowych, nie były uwzględniane odkształcenia trwałe, gdyż w obliczeniach uwzględniano jedynie obciążenie działające jednorazowo. Fakt ten musiał również wpływać na różnice między wynikami badań laboratoryjnych i uzyskanych z obliczeń numerycznych.

### **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Duchaczek A., Mańko Z.: *Wyznaczanie trwałości eksploatacyjnej mostów wojсковych*. Etap I. Praca Naukowo-Badawcza ID/831, WSOWLąd. im. gen. T. Kościuszki, Wrocław 2005
- [2] Duchaczek A., Mańko Z.: *Wyznaczanie trwałości eksploatacyjnej mostów wojсковych*. Etap II. Praca Naukowo-Badawcza ID/831, WSOWLąd. im. gen. T. Kościuszki, Wrocław 2006
- [3] Rykaluk K.: *Pęknięcia w konstrukcjach stalowych* Wrocław 2000
- [4] Żuchowski R.: *Wytrzymałość materiałów*, Wrocław 1996