

**MODELE NAPRĘŻENIOWE DO OCENY WPŁYWU WAD  
ODLEWNICZYCH NA WYTRZYMAŁOŚĆ MECHANICZNĄ  
ODLEWU**

**STRESS MODELS AND THEIR APPLICATION IN EXPLANATION OF  
CASTING DEFECT INFLUENCE ON THE CAST PART MECHANICAL  
BEHAVIOUR.**

*Jarosław Piekło\*\*, Stanisław Pysz\**

*\* Instytut Odlewnictwa, Centrum Projektowania i Prototypowania,  
ul. Zakopiańska 73, 30-418 Kraków*

*\*\* Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie,  
Wydział Odlewnictwa, Katedra Inżynierii Procesów Odlewniczych,  
ul. Reymonta 23, 30-059 Kraków*

**Streszczenie**

*Artykuł analizuje możliwość zastosowania analitycznych i numerycznych modeli wady odlewniczej typu pustki do określenia lokalnego wzrostu naprężenia w jej otoczeniu. Wartość tego naprężenia może być jednym z czynników decydujących o dopuszczeniu odlewu do eksploatacji. Analizę zaproponowanych modeli przeprowadzono na przykładzie odlewu zaworu ciśnieniowego wykonanego z żeliwa EN GJS 400 – 15.*

Słowa kluczowe: wada odlewu, model numeryczny, naprężenie, symulacja krzepnięcia

**Abstract**

*The article examines possible use of analytical and numerical models of casting defects of a void type in determination of local increase of stresses in the vicinity of casting defect. The stress level can be one of the factors that will decide about the casting acceptance for service. The proposed models were examined on the example of a pressure valve made from cast iron of EN GJS 400 – 15 grade.*

Key words: casting defect, numerical model, stress, simulation of solidification process

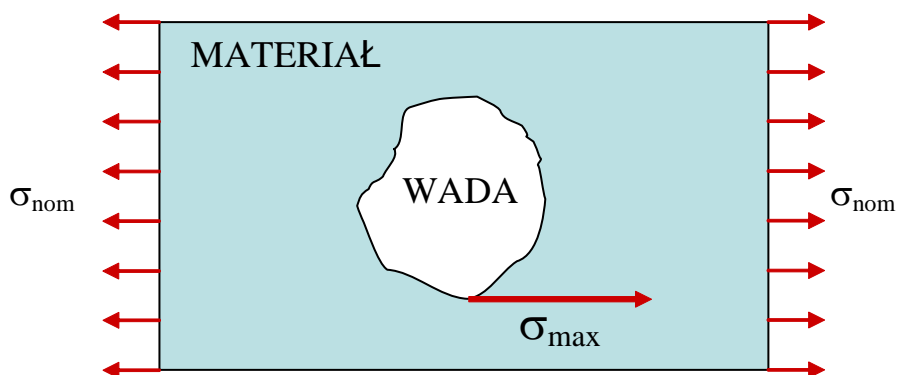
## Wstęp

Obecność wady w obciążonym elemencie, powoduje lokalny wzrost naprężenia ( $\sigma_{\max}$ ), które może osiągnąć znacznie większą wartość niż wynikałoby to z podzielenia siły obciążającej element przez pozostały (poza wadą) przekrój elementu, czyli od tzw. naprężenia nominalnego ( $\sigma_{\text{nom}}$ ). W pewnych przypadkach obecność wady może nie być czynnikiem, który w jednoznaczny sposób dyskwalifikuje jakość odlewu. Decydujące jest w takim przypadku określenie modelu matematycznego wady i przyjęcie kryterium, które określałoby czy dany odlew uznać za wadliwy czy też przyjąć, że spełnia warunki odbioru jakościowego. Ma to z jednej strony decydujący wpływ na ekonomiczny aspekt produkcji z drugiej na zachowanie odpowiedniego marginesu bezpieczeństwa. Budowa modelu wady wymaga wyznaczenia naprężenia ( $\sigma_{\text{nom}}$ ) w odlewie oraz określenia miejsca położenia wady, jej wielkości, kształtu oraz rodzaju. Potrzebne dane uzyskuje się na podstawie obliczeń numerycznych, wykorzystując w tym celu programy komputerowe analizujące stan naprężeń i odkształceń metodą elementów skończonych oraz programy symulujące procesy zalewania i krzepnięcia odlewu, z algorytmami prognozującymi występowanie jam skurczowych i porowatości. Aby uprościć modele wad redukuje się przestrzenny stan naprężenia do płaskiego odrzucając te składowe, których wartość jest dużo mniejsza od pozostałych. W efekcie uzyskuje się model wady jako pustki, porowatości lub szczeliny w paśmie jednorodnie rozciągany, w wyniku działania naprężeń ( $\sigma_{\text{nom}}$ ).

## Modele wad

### 1. Model numeryczny wady jako pustki w materiale spełniającym warunek plastyczności Hubera–Misesa–Hencky'ego (HMH)

W tym modelu wada posiada rzeczywisty zarys jaki powstaje po przeprowadzeniu przekroju przez jej wnętrze w taki sposób aby uzyskać największe spiętrzenie naprężeń (rys.1).



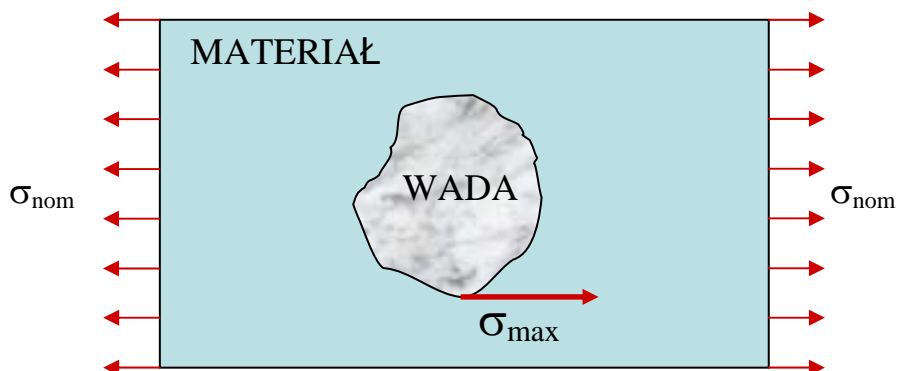
Rys. 1. Wada jako pustka w paśmie rozciągany naprężeniem nominalnym  $\sigma_{\text{nom}}$

Fig. 1. A void type defect in band stretched with nominal stress  $\sigma_{\text{nom}}$

Model ten może być wykorzystany gdy występuje wada skupiona o nieregularnym kształcie, np. jama skurczowa wewnętrzna lub zewnętrzna. W przypadku porowatości daje on z reguły zawyżone wartości naprężenia  $\sigma_{\max}$  i wtedy lepiej jest zastosować model opisany poniżej.

2. Model numeryczny wady jako materiału spełniającego warunek plastyczności Gursona-Tvergaarda otoczonego materiałem z warunkiem plastyczności HMM.

W tym przypadku wada posiada również rzeczywisty zarys, jednak jej wnętrze wypełnione jest materiałem porowatym, o module sprężystości mniejszym niż moduł sprężystości materiału jednorodnego (rys. 2).

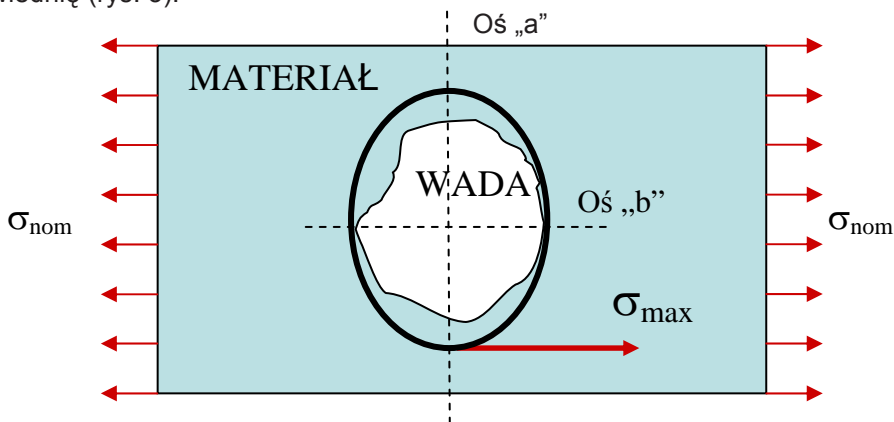


Rys. 2. Wada jako materiał porowaty w paśmie rozciągany naprężeniem nominalnym  $\sigma_{nom}$   
Fig. 2. A porosity type defect in band stretched with nominal stress  $\sigma_{nom}$

Model plastyczności Gursona–Tvergaarda [1], [2] jest dostępny w niektórych programach MES a obliczenia wymagają podania wartości procentowego udziału porowatości wewnątrz wybranego obszaru. Porowatość można wyznaczyć przeprowadzając symulację krzepnięcia odlewu np. za pomocą programu Magma.

3. Model analityczny wady jako pustki o kształcie elipsy w materiale liniowo-sprężystym.

W tym modelu dowolny kształt wady sprowadza się do elipsy, która stanowi jej obwiednię (rys. 3).



Rys. 3. Wada sprowadzona do elipsy w paśmie rozciągany naprężeniem nominalnym  $\sigma_{nom}$   
Fig. 3. Defect reduced to the form of ellipse in band stretched with nominal stress  $\sigma_{nom}$

Wartość naprężenia  $\sigma_{\max}$  oblicza się ze znanego wzoru:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{nom}} \left( 1 + 2 \frac{a}{b} \right)$$

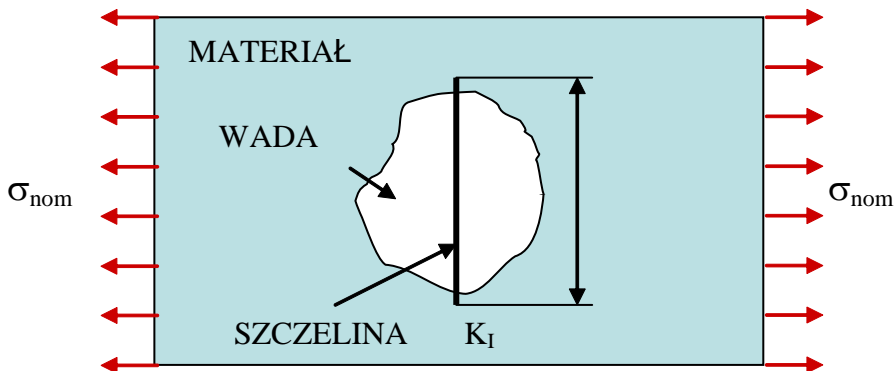
4. *Model analityczny wady jako szczeliny w materiale liniowo-sprężystym lub sprężysto-plastycznym.*

Do analizy wpływu wady można wykorzystać również równania mechaniki pękania. W zależności od rodzaju stopu odlewniczego przyjmujemy wtedy model liniowo-sprężysty lub sprężysto-plastyczny materiału stosując jako kryterium wartości krytyczne współczynnika intensywności naprężeń  $K_{Ic}$  lub całki J. Dodatkową trudność w przypadku żeliwa stanowi ustalenie wartości rzeczywistego naprężenia nominalnego, albowiem należy wprowadzić współczynniki korekcyjne uwzględniające rodzaj grafitu (odpowiednie wskazówki można znaleźć w dostępnej literaturze przedmiotu). Wadę rozpatruje się jako szczelinę o wymiarach najdłuższej przekątnej poprowadzonej prostopadłe do kierunku naprężenia nominalnego  $\sigma_{\text{nom}}$  (rys. 4) i wylicza wartość współczynnika intensywności naprężenia  $K_I$  za pomocą równania:

$$K_I = \sigma_{\text{nom}} \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F$$

gdzie:

F – bezwymiarowy współczynnik zależny od geometrii układu pasmo – szczelina.



Rys. 4. Wada sprowadzona jako szczelina w paśmie rozciągany naprężeniem nominalnym  $\sigma_{\text{nom}}$

Fig. 4. Defect reduced to the form of slot in band stretched with nominal stress  $\sigma_{\text{nom}}$

### Przykład zastosowania modeli wad

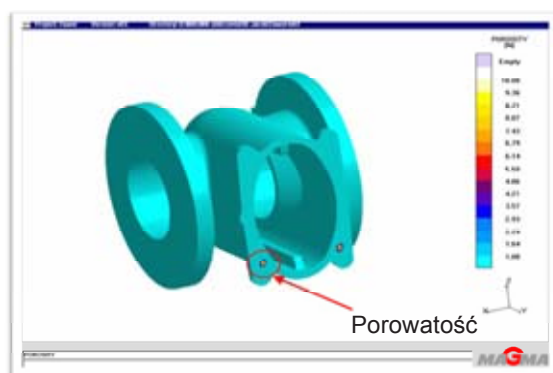
Jako przykład zastosowania powyżej opisanych modeli rozpatrzono odlew korpusu zaworu ciśnieniowego z żeliwa EN GJS 400 – 15 (rys. 5), na którego ścianki działa ciśnienie 50 atm.



Rys. 5. Odlew korpusu zaworu

Fig. 5. Cast valve body

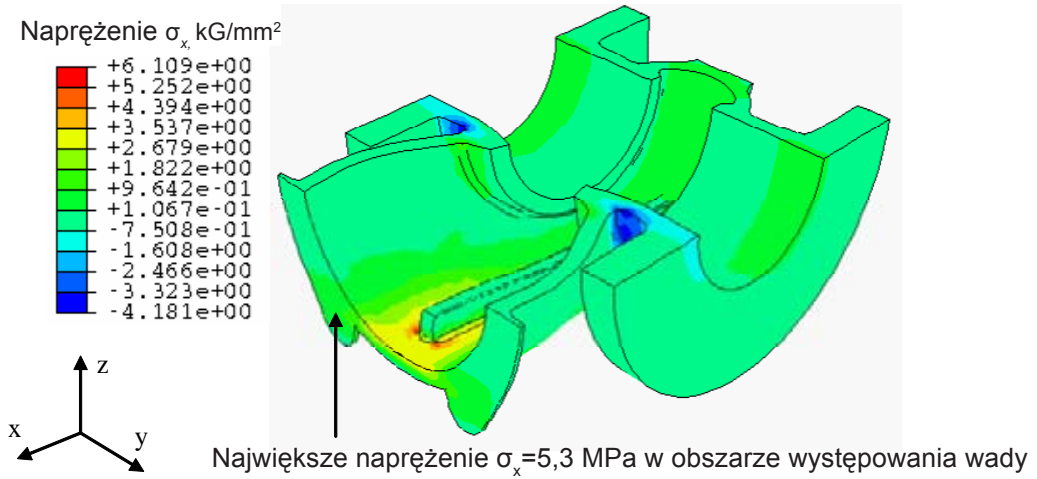
Przeprowadzenie analizy wymagało wykonania rysunku 3D zaworu, wraz z układem wlewowym i nadlewami. W wyniku symulacji zalewania i krzepnięcia odlewu można było przewidzieć miejsca występowania wad, ich kształt, wymiary oraz procentowy udział pustek (rys. 6). Spośród wielu miejsc, które zostały wskazane przez program jako obszary o zróżnicowanej porowatości, do dalszej analizy wybrano te, które występowały w miejscach gdzie naprężenia wywołane obciążeniami eksploatacyjnymi były największe. Wymagało to wcześniej zbudowania modelu numerycznego korpusu zaworu dostosowanego do obliczeń metodą elementów skończonych.



Rys. 6. Określone na drodze obliczeń numerycznych jedno z miejsc występowania porowatości w odlewie korpusu zaworu

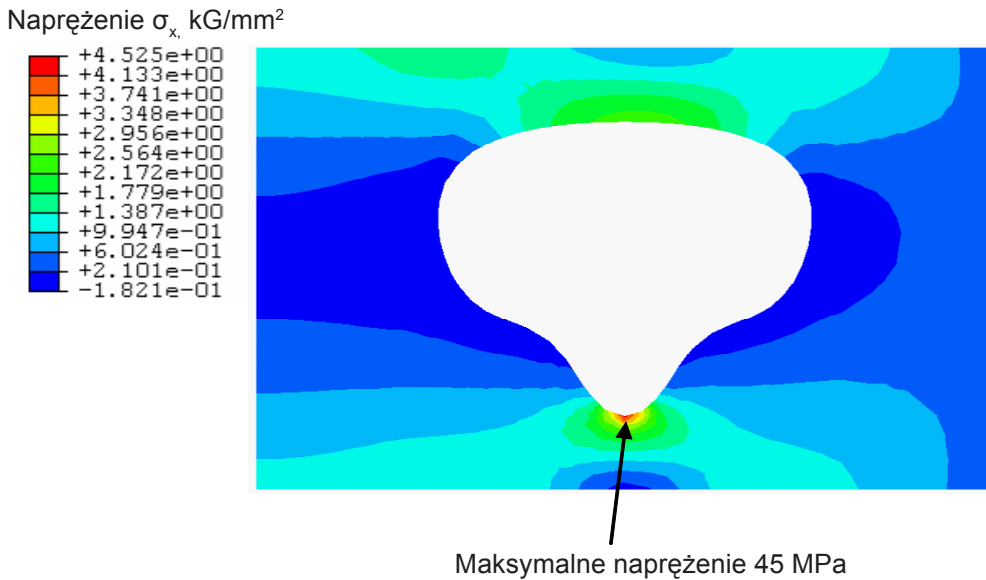
Fig. 6. One of the possible places of porosity occurrence in cast valve body determined by numerical computations

Na podstawie analizy stanu naprężenia wyznaczono jego składowe i przeanalizowano ich wartości w celu wyeliminowania tych, które ze względu na małe wartości lub kierunek działania względem usytuowania wady, nie mają znaczącego udziału w generowaniu spiętrzenia naprężeń.



Rys.7. Wartości składowej stanu naprężenia  $\sigma_{nom}(x)$  decydującej o wzroście naprężeń w sąsiedztwie wady

Fig.7. Values of the stress state component  $\sigma_{nom}(x)$  determining stress increase in the vicinity of defect



Rys. 8. Wada jako pustka w paśmie rozciągany naprężeniem nominalnym  $\sigma_{nom}(x) = 5,3$  MPa

Fig. 8. A void type defect in band stretched with nominal stress  $\sigma_{nom}(x) = 5,3$  MPa

Skojarzenie wartości naprężenia z geometrią i lokalizacją wady (rys. 8) oraz wartością procentowego udziału porowatości, według opisanych powyżej czterech modeli, umożliwiło wyznaczenie spiętrzenia naprężenia  $\sigma_{max}$  oraz wartości współczynnika intensywności naprężeń (WIN) w wierzchołku szczeliny  $K_I$ .

Tabela 1. Porównanie obliczonych naprężeń  $\sigma_{nom}$ ,  $\sigma_{max}$  i WIN ze stałymi materiałowymi żeliwa EN GJS 400 – 15

Table 1. The computed stresses  $\sigma_{nom}$ ,  $\sigma_{max}$  and stress intensity factors compared with material constants for cast iron of EN GJS 400 – 15 grade

Model	Naprężenie $\sigma_{nom}$	Naprężenie $\sigma_{max}$	WIN	$R_{0,2}$	$K_{IC}$
	MPa	MPa	MPa · m <sup>0.5</sup>	MPa	MPa · m <sup>0.5</sup>
1	5,3	45,2		240	45
2		35,1			
3		15,9			
4			2,5		

## Podsumowanie

Wada w postaci porowatości lub jamy wewnętrznej nie zawsze musi być przyczyną uznania odlewu za wadliwy. Wyniki obliczeń przeprowadzone za pomocą czterech modeli matematycznych wykazały, że wzrost wartości naprężenia oraz współczynnika intensywności naprężeń wywołane obecnością wady mają dużo mniejszą wartość od ich wartości krytycznych.

Zaproponowane modele w zasadzie wyczerpują możliwości opisu tego typu nieciągłości materiału w ściance odlewu. Wybór modelu powinien zależeć od kształtu wady i kierunku działania naprężenia. Wady o wydłużonym kształcie lepiej rozpatrywać jako szczeliny i stosować metody mechaniki pękania, natomiast jeżeli kształt ich jest nieregularny to model numeryczny, który dokładnie odzwierciedla zarys nieciągłości daje lepszą dokładność obliczeń. W tym przypadku należy stosować duże zagęszczenie sieci na brzegu wady oraz izoparametryczne elementy nieliniowe ze zredukowaną integracją. Rozróżnić też należy rodzaj wady i w przypadku porowatości stosować model plastyczności Gursona–Tvergaarda. Jeżeli kształt jest regularny, a jama jest skupiona to można zastosować model, w którym przyjmujemy, że wada ma zarys elipsy. W każdym przypadku punktem wyjścia analizy jest wyznaczenie metodami numerycznymi (MES) składowych tensora naprężeń w odlewie bez wad, na który działają obciążenia eksploatacyjne. Położenie, kształt i wymiary wady można określić doświadczalnie lub przewidywać, stosując odpowiednie algorytmy adoptowane w programach symulujących procesy krzepnięcia odlewu.

## Podziękowania

Badania wykonano w ramach prac własnych Wydziału Odlewnictwa AGH i pracy stutowej prowadzonej przez Stanisława Pysza pt. "Projektowanie i optymalizacja technologii wytwarzania odlewów żeliwnych z wykorzystaniem algorytmów genetycznych w programie MAGMAfrontier" zlec. 8005/00.

## Literatura

1. Tvergaard V.: Ductile fracture by cavity nucleation between larger voids, J. Mech. and Phys. Solids 30, 1982, pp. 265-286
2. Kown D., Asaro R.: A Study of Void Nucleation, Growth and Coalescence in Spheroidized 1518 Steel, Metallurgical Transactions, 1990, Vol. 21A, pp. 117-134

*Recenzent: dr hab. inż. Andrzej Baliński, prof. UP*