

Rozwój szerokopasmowego internetu w Polsce – trendy i granice wzrostu

Ryszard Strużak

Zaprezentowano modele i granice rozwoju internetu oraz odpowiedziano na pytanie, kiedy zanikną w Polsce różnice w dostępie do szerokopasmowego internetu. Zidentyfikowano naturalne granice rozwoju i wykazano, że kontynuacja dotychczasowego modelu rozwoju nie prowadzi do zmniejszenia istniejących dysproporcji. Wnioski te stanowią materiał do refleksji nad problemami budowy społeczeństwa informacyjnego w Polsce.

internet, modele rozwoju, granice wzrostu, społeczeństwo informacyjne

Wprowadzenie

Przyjęło się, że dostęp do szerokopasmowego internetu stymuluje rozwój gospodarki i kultury oraz poprawę jakości życia obywateli i jest jednym z podstawowych elementów funkcjonowania nowoczesnego społeczeństwa. Ograniczenia tego dostępu prowadzą do „wykluczenia cyfrowego” i uniemożliwiają realizację wizji jednolitego społeczeństwa informacyjnego. Aby przeciwdziałać takiemu wykluczeniu, kraje Unii Europejskiej podjęły wspólny plan działania, kontynuowany obecnie pod nazwą: „i2010” [1]. Jego celem jest „ukończenie [budowy] jednolitej europejskiej przestrzeni informacyjnej” i zapewnienie powszechnego szerokopasmowego dostępu do internetu [2]. Krajowe zamierzenia w tym zakresie opisano w rządowej strategii rozwoju społeczeństwa informacyjnego w Polsce [3], [4]. Mimo zaawansowania tych programów, nadal obserwuje się istotne różnice rozwojowe między gęsto zaludnionymi obszarami miejskimi i rejonami wiejskimi o małej gęstości zaludnienia.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono modele rozwoju internetu i odpowiedź na pytanie, kiedy dysproporcje rozwojowe zanikną. Wykazano, że istnieją nieprzekraczalne granice rozwoju oraz że kontynuacja dotychczasowego modelu rozwoju nie prowadzi do zniwelowania różnic. Wnioski te stanowią materiał do refleksji nad budową społeczeństwa informacyjnego w Polsce^①. Omówiono kolejno modele rozwoju, granice wzrostu, opóźnienie i bariery rozwoju, a także potrzebne działania. Szczegóły matematyczne zamieszczono w dodatku.

Modele rozwoju

Modele

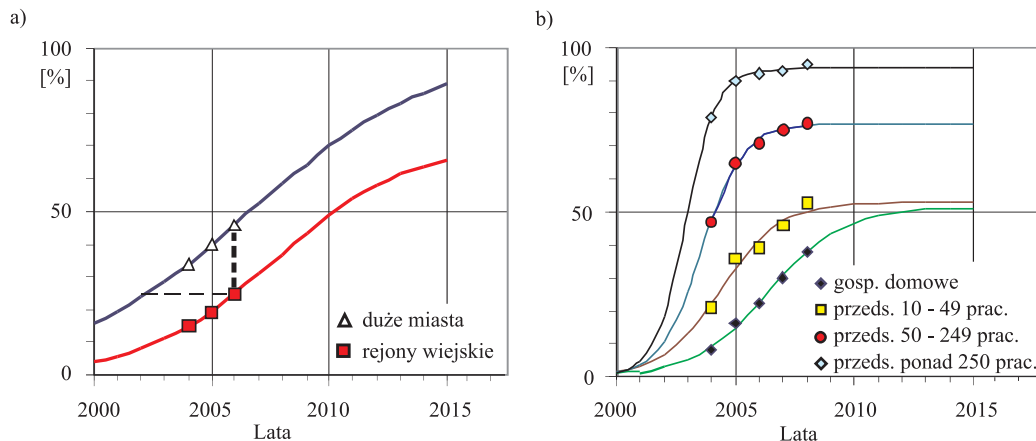
Od niepamiętnych czasów ludzie pragną znać przyszłość. Dawniej korzystano z wyroczni, przepowiedni i wróżb. Dzisiaj sięga się po metody naukowe i modele matematyczne. Opierają się one na założeniu ciągłości oraz przewidywalności procesów i polegają na ekstrapolacji danych historycznych^②. Rozwój społeczeństwa informacyjnego można porównać do rozwoju epidemii wirtualnej choroby, która objawia się tym, że osoby nią zakażone korzystają z usług oferowanych przez nowoczesne systemy teleinformatyczne, np. internet. W przypadku prawdziwej choroby społeczeństwo jest

^① Zaprezentowano tu osobiste poglądy autora. Wykorzystano częściowo wyniki pracy statutowej Instytutu Łączności pt. „Rozwój szerokopasmowego dostępu do Internetu na obszarach wiejskich. Trendy, granice, bariery”. Instytut Łączności O/Wrocław, 2008.

^② W granicach horyzontu przewidywalności, kontynuacja stanu „jak dotychczas” jest najbardziej prawdopodobna. W przypadku procesów nieprzewidywalnych, np. katastrof, takie postępowanie jest jednak nieskuteczne (zob. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saute: „Granice chaosu. Fraktale”. Warszawa, PWN, 2002, t. 2, str. 14).

zainteresowane tym, aby procent osób uodpornionych na nią był jak największy, stąd szczepienia i inne akcje profilaktyczne. W przypadku społeczeństwa informacyjnego przeciwnie – „choroba internetowa” powinna objąć całą populację, stąd programy europejskie „i2010” i krajowe strategie rozwojowe.

Modele rozwoju epidemii uwzględniają wiele szczegółów [5], które nie są istotne w dyskusji wspomnianych różnic rozwojowych. Z tego powodu w niniejszym artykule wykorzystuje się najprostszy model ograniczonego rozwoju – funkcję logistyczną, która od dawna zadziwiająco dobrze sprawdza się przy modelowaniu rozmaitych procesów wzrostu [6]. Według tej funkcji, początkowe tempo rozwoju procesu jest szybkie. W miarę rozwoju, tempo wzrostu maleje do zera, tak, że w fazie końcowej proces zbliża się asymptotycznie do nieprzekraczalnej granicy, jak pokazano na rys. 1b.



Rys. 1. Rozwój internetu w Polsce: a) odsetek gospodarstw domowych z dostępem do internetu (źródło danych: [4; s. 35]); b) odsetek gospodarstw domowych i przedsiębiorstw z szerokopasmowym dostępem (źródło danych: Eurostat, 22.03.2009)

Dane historyczne zaznaczono punktami, a modele – liniami ciągłymi. Modele i granice wzrostu – obliczenia autora.

Jednym z podstawowych wymagań stawianych teoretycznym modelom wzrostu jest zgodność z rozwojem obserwowanym w przeszłości. Na rys. 1 dane historyczne reprezentują punkty, a modele – linie ciągłe. Parametry modeli dobrano metodą najmniejszych kwadratów, uzyskując stopień zgodności widoczny na rysunku. Szczegóły podano w dodatku.

Bieżące granice wzrostu

Na rys. 1a zilustrowano rozwój internetu w Polsce bez względu na szerokość pasma, natomiast na rys. 1b – rozwój szerokopasmowego internetu^①. Na pierwszym rysunku rozróżniono duże miasta i rejony wiejskie, a na drugim – gospodarstwa domowe i przedsiębiorstwa różnej wielkości. W programie i2010 Unii Europejskiej przyjmuje się, że 80% wszystkich gospodarstw będzie miało dostęp do szerokopasmowego internetu w 2010 r. W kraju natomiast zakłada się, że na wsi dostęp do internetu będzie miało 40% gospodarstw w 2010 r. i 70% w 2015 r. [7; s. 13]. Z rys. 1 widać, że osiągnięcie takich poziomów w podanym czasie będzie bardzo trudne, jeżeli w ogóle możliwe^②.

^① Wartości liczbowe przypisywane przymiotnikowi „szerokopasmowy” są zdefiniowane w materiale źródłowym.

^② Granice wzrostu w miastach (99%) i na obszarach wiejskich (70%) nie zostaną osiągnięte przed 2015 r. (rys. 1a), natomiast zostaną osiągnięte przed 2015 r. (rys. 1b) w przypadku gospodarstw domowych (51%) oraz przedsiębiorstw, zatrudniających: od 10 do 49 pracowników (53%), od 50 do 249 pracowników (77%) i ponad 250 pracowników (94%).

W dużych miastach i dużych przedsiębiorstwach dostęp do szerokopasmowego internetu zbliży się do poziomu 95%, ale w małych przedsiębiorstwach i w gospodarstwach domowych^① nie przekroczy granicy 50%, nawet w odległym horyzoncie czasowym. „Wąskie gardło” rozwoju internetu w Polsce wynika z opóźnienia obszarów wiejskich, małych przedsiębiorstw i gospodarstw domowych.

Bieżąca luka rozwojowa

Luka rozwojowa jest to różnica poziomów rozwoju w określonym czasie. Na rys. 1a jest ona przedstawiona jako odcinek przerywanej linii pionowej. W 2007 r. luka między miastem i wsią wynosiła 20 punktów procentowych.

Kiedy granice rozwoju obu porównywanych procesów są takie same, luka rozwojowa zanika w miarę upływu czasu. Na tej podstawie można by oczekiwać, że rozwój internetu prowadzi zawsze do wyrównania dysproporcji rozwojowych. Oczekiwanie takie nie jest jednak uzasadnione. Granice wzrostu i dynamika rozwoju różnych procesów tylko wyjątkowo mogą być identyczne. W mało prawdopodobnym przypadku identycznych granic wyrównanie poziomów zachodzi asymptotycznie, to jest po teoretycznie nieskończonej dłużej czasie.

Kiedy granice wzrostu różnią się między sobą, są możliwe dwa przypadki.

1. **Linie wzrostu obu procesów przecinają się.** Proces startujący z niższego poziomu wzrasta szybciej i dąży do granicy, która jest wyżej położona. W miarę upływu czasu procesy najpierw się zrównują, po czym relacja odwraca się i region dotychczas słabiej rozwinięty zaczyna przodować. Jak wynika z rys. 1, taki przypadek w Polsce nie zachodzi.
2. **Linie wzrostu nie przecinają się – poziomy rozwoju nie wyrównują się nigdy.** Taki przypadek pokazano na rys. 1. Odpowiedź na pytanie „Kiedy zaniknie w Polsce luka rozwojowa?” brzmi: nigdy, jeżeli warunki rozwoju internetu w małych przedsiębiorstwach i na wsi nie ulegną zmianie.

Bieżące opóźnienie rozwoju

Opóźnienie rozwoju jest to różnica czasów potrzebnych do osiągnięcia przez proces opóźniony tego samego poziomu, jaki wcześniej osiągnął proces odniesienia. Na rys. 1a jest ono przedstawione jako odcinek poziomej linii przerywanej. W 2007 r. rozwój internetu na wsi osiągnął taki poziom, jaki istniał w dużych miastach w 2003 r. Opóźnienie wynosiło więc wówczas 4 lata. Jeżeli granice wzrostu obu porównywalnych procesów są identyczne, opóźnienie asymptotycznie zanika, ale taki przypadek, jak już wspomniano, jest raczej wyjątkiem niż regułą. Przy różnych granicach wzrostu, jeżeli linie rozwoju przecinają się, poziomy obu regionów wyrównują się, po czym zaczyna przodować ten region, który był na początku opóźniony. Jeżeli natomiast linie rozwoju nie mają punktu wspólnego, region na początku opóźniony pozostaje zawsze opóźniony. Taki właśnie przypadek zachodzi w Polsce (rys. 1). Odpowiedź na pytanie „Kiedy zanikną w Polsce obecne opóźnienia rozwoju?” brzmi: nigdy, jeżeli warunki rozwoju internetu na wsi i w małych

^① Kategoria „gospodarstwa domowe” obejmuje również stanowiska pracy na odległość, biura domowe i inne małe przedsiębiorstwa.

przedsiębiorstwach nie ulegną zmianie. Z uwagi na to, że internet rozwija się w mieście szybciej niż na wsi, w dużych przedsiębiorstwach szybciej niż w małych, istniejące opóźnienie będzie się jeszcze powiększać.

Dyskusja

Modele rozwoju są to dane statystyczne przetworzone tak, aby ujawnić dynamikę wzrostu. Russell Ackoff wymienia cztery możliwe źródła błędów modelowania [8; s. 179]:

- 1) model może nie zawierać zmiennych, które w rzeczywistości mają wpływ na wynik;
- 2) model może zawierać zmienne, które w rzeczywistości nie wchodzi w grę, tj. wprowadzać czynniki, od których proces naprawę nie zależy;
- 3) funkcja, która wiąże zmienne z wynikiem, może być niepoprawna;
- 4) wartości liczbowe przypisane zmiennym mogą być nieściśle.

Omawiane tutaj modele rozwoju nie odwołują się do związków przyczynowo-skutkowych. Dlatego dwie pierwsze przyczyny nie wchodzi tu w rachubę.

Funkcja logistyczna jest od dawna stosowana w podobnych badaniach^① i dobrze przybliża dane historyczne. Pozostają więc jedynie nieściśle dane liczbowe i mała ich liczba, jako główne źródło błędów w opisywanym przypadku.

Można argumentować, że tak jak elektryczność czy wodociąg, tak internet znajdzie dostęp do praktycznie wszystkich gospodarstw domowych w Polsce, po dostatecznie długim czasie. Inaczej mówiąc, wszystkie wcześniej pokazane krzywe wzrostu powinny dążyć do asymptotycznej wartości 100%.

Problem granic wzrostu zasługuje na głębszą analizę. Upowszechnienie internetu (tak jak, np. telefonów) można rozpatrywać, używając różnych wskaźników względnych, np. w stosunku do liczby gospodarstw domowych lub w stosunku do liczby mieszkańców. Teraz powstaje wizja automatów internetowych [9]. Kiedy zostanie ona zrealizowana, wskaźnik ten w stosunku do liczby mieszkańców może przekraczać 100%.

Przyjęty w artykule model logistyczny dopuszcza dowolną wartość graniczną, nie dopuszcza jednak sprzecznych wymagań jednoczesnego dobrego dopasowania do danych historycznych i do narzuconej z góry asymptoty. Funkcja logistyczna została użyta w tym opracowaniu do wyznaczenia nieznanej wartości asymptotycznej.

Jednoczesne spełnienie warunków dobrego dopasowania do danych statystycznych i do założonej dowolnej asymptoty wymagałoby innej, bardziej złożonej funkcji lub kombinacji kilku funkcji logistycznych. Potrzebne by były dodatkowe dane, których brak, rozwój internetu bowiem, zwłaszcza na wsi, nie był dotychczas w centrum uwagi. Z braku niezbędnych danych, przyjęcie bardziej złożonego modelu teoretycznego nie znajduje uzasadnienia, dlatego w artykule wskazano bieżące (a nie absolutne) granice wzrostu, a horyzont czasowy ograniczono na wykresach do 2015 r.

^① Przy założeniu jednolitego produktu (usług) i braku konkurencji.

Bariery rozwoju

Wiele instytucji zajmuje się problemem różnic rozwojowych. Najważniejszą instytucją jest Parlament Europejski, który zajął w tej sprawie następujące stanowisko [2]:

„Pomimo ogólnego wzrostu liczby linii szerokopasmowych, dostęp w regionach wiejskich i bardziej oddalonych pozostaje ograniczony z uwagi na wysokie koszty spowodowane niską gęstością zaludnienia i dużymi odległościami. Niewielka liczba ludności nie pozwala wykorzystać w pełni efektu skali i prowadzi do słabego popytu oraz skromnych perspektyw, jeśli chodzi o rentowność inwestycji. Oddalenie często pociąga za sobą konieczność pokonania większych odległości między lokalnymi centralami a poszczególnymi abonentami z jednej strony i siecią szkieletową z drugiej. Ekonomiczne zachęty do inwestowania w budowę sieci szerokopasmowej na tych obszarach okazują się często niewystarczające...” i dalej: *„zwiększenie dostępności produktów i usług ICT, również w regionach słabiej rozwiniętych, jest ekonomiczną, społeczną, etyczną i polityczną koniecznością”*.

Badania ankietowe w Polsce umożliwiły określenie głównych przyczyn braku szerokopasmowego dostępu do internetu w domach. Są to [4; zał. 1, s. 34, wykres 37]:

- brak potrzeby (40% ankietowanych^①),
- zbyt wysokie koszty (27%),
- brak możliwości technicznych (22%).

Wydaje się, że „brak potrzeby” jest elementem krytycznym. Blisko połowa mieszkańców Polski^② nie zamierza korzystać z szerokopasmowych usług internetowych. Podobna sytuacja istnieje także w innych krajach. Na przykład, w Wielkiej Brytanii osoby, które nie deklarowały potrzeby dostępu do internetu stanowiły w 2007 r. około 50% [10; s. 33]. Ten brak motywacji powoduje brak popytu na usługi internetowe i związaną z tym nieefektywność mechanizmów rynkowych. Świadczy to o tym, że albo korzyści, jakie oferuje internet, nie są powszechnie znane, albo że oferowane usługi i treści nie odpowiadają odczuwanym potrzebom oraz hierarchiom wartości.

Przewyciężenie tej bariery wymaga aktywizacji lokalnych społeczności i rewizji oferty. Potrzebna jest powszechna, długofalowa akcja edukacyjna, poczynając od młodzieży szkolnej – kół zainteresowań, ruchu radioamatorskiego, harcerstwa, ochotniczej straży pożarnej itd. Olbrzymią rolę mogą tu odegrać nauczyciele fizyki i matematyki [11]. Działanie to wymaga jednak odpowiedniego wsparcia organizacyjnego, merytorycznego i finansowego ze strony rządu. Bariera finansowa stała się ostatnio mniej istotna w porównaniu z pozostałymi, w świetle postanowień Komisji Europejskiej [12], która

„zamierza zapewnić 100% dostęp do szybkiego Internetu dla wszystkich mieszkańców [Unii Europejskiej] do 2010 roku, w ramach planu ‘European Economic Recovery Plan’. Miliard euro został przeznaczony na pomoc obszarom wiejskim przynosząc nowe miejsca pracy i pomoc dla rozwoju biznesu.”

^① Według innych badań, w 2006 r. odsetek ten wynosił w Polsce 59% (zob. K. Pawłowska: „Ponad połowa Polaków nie chce Internetu”. *Gazeta Wyborcza*, 18.04.2006).

^② Przy założeniu, że próbka wykorzystana w badaniach ankietowych jest reprezentatywna dla całej populacji Polski.

Potrzebne działania

W świetle wcześniejszych uwag oraz publicznych dyskusji (m.in. na stronach internetowych Urzędu Komunikacji Elektronicznej [13]) można określić działania, które mogą zniwelować istniejące dysproporcje. Obejmują one cztery grupy.

1. W zakresie regulacji nowe rozwiązania, zgodne z przepisami Unii Europejskiej, prowadzące do:
 - wydzielenia pasm częstotliwości dla krajowej szerokopasmowej bezprzewodowej infrastruktury teleinformatycznej (odpowiednik National Information Infrastructure – NII w USA);
 - bieżącej inwentaryzacji stanu istniejącej oraz planowanej infrastruktury teleinformatycznej (podstawowej i towarzyszącej) z ułatwionym dostępem do aktualnej informacji w tym zakresie (łącznie z zasobami częstotliwości dostępnych lokalnie);
 - wyposażania nowo budowanych budynków i osiedli w wewnętrzną infrastrukturę (kanalizację) teleinformatyczną;
 - zachęcenia właścicieli sieci telekomunikacyjnych, energetycznych, kanalizacyjnych, ciepłowniczych, gazowniczych, transportowych i innych do ułatwienia dostępu do swojej infrastruktury, obiektów i gruntów oraz realizacji prawa drogi;
 - przyspieszenia i uproszczenia procedur rozpoczynania inwestycji oraz prowadzenia usług teleinformatycznych (łącznie z ułatwieniami fiskalnymi dla małych przedsiębiorstw i rejonów wiejskich);
 - zachęcenia abonentów do współużytkowania ich instalacji;
 - uznania szerokopasmowego dostępu do internetu za usługę uniwersalną.
2. W zakresie inwestycji działania (z zachowaniem zasad neutralności technologicznej oraz pełnej zgodności ze standardami i zaleceniami europejskimi), prowadzące do:
 - dokończenia planowanej wcześniej szerokopasmowej sieci, łączącej wszystkie placówki rządowe i samorządowe (urzędy, szkoły, biblioteki, komisariaty policji, szpitale itd.), a następnie jej rozszerzenia za pośrednictwem publicznych punktów dostępowych (stacjonarnych i przewoźnych), wykorzystując różne technologie (światłowodowe, bezprzewodowe i inne), oraz udostępnienia tej infrastruktury wszystkim zainteresowanym. (W 2009 r. rząd Australii podjął decyzję o wybudowaniu australijskiej narodowej sieci szerokopasmowej, oferującej 90% mieszkańcom pasmo ok. 100 Mbit/s w ciągu 8 lat [14]).
3. W zakresie nowych technologii działania, prowadzące do:
 - intensyfikacji prac badawczo-rozwojowych i wdrożeniowych w państwowych instytutach badawczych w zakresie innowacyjnych tanich technik szerokopasmowego dostępu dla wsi i małych przedsiębiorstw oraz w zakresie optymalizacji wiejskich sieci dostępowych o mieszanej technice;
 - opracowania i promocji bezpłatnych aplikacji typu *Open Office* itp., dostosowanych do potrzeb małych przedsiębiorstw i mieszkańców wsi (gospodarstwa agroturystyczne, warsztaty samochodowe itp.).

4. W zakresie aktywizacji/edukacji społeczeństwa oraz promocji nowych usług i narzędzi działania, prowadzące do:
- szerokiej akcji promocyjno-edukacyjnej, obejmującej samorządy, małe przedsiębiorstwa, ludność, programy szkolne na wszystkich poziomach itp.;
 - popularyzacji najlepszych rozwiązań (np. przez organizowanie konkursów, bezpłatne szkolenia i publikacje).

Zakończenie

W artykule zaprezentowano oryginalne modele rozwoju szerokopasmowego internetu w Polsce. W odróżnieniu od tablic statystycznych, przedstawione modele umożliwiają wykrycie dynamiki wzrostu oraz opóźnień, granic i barier rozwojowych. Dzięki nim można odpowiedzieć na pytanie, kiedy, w dotychczasowych warunkach rozwoju, zanikną istniejące luki rozwojowe między – wieś oraz duże – małe przedsiębiorstwa.

Wykazano, że kontynuacja rozwoju internetu w Polsce, według dotychczasowego modelu, nie prowadzi do zmniejszenia dysproporcji rozwojowych. Pokazano, że największym problemem jest opóźnienie rozwoju obszarów wiejskich i małych przedsiębiorstw w wyniku działania praw wolnego rynku. Problem ten dotyczy około 40% populacji i 90% obszaru kraju. Jeżeli warunki rozwoju infrastruktury teleinformatycznej na obszarach wiejskich, w małych miastach oraz w małych przedsiębiorstwach nie ulegną zasadniczej poprawie, to cele wyznaczone w strategii rozwoju kraju nie zostaną osiągnięte, a istniejące dysproporcje między Polską i bardziej zaawansowanymi krajami Unii Europejskiej będą się powiększać, ze wszystkimi ich negatywnymi skutkami. W końcowej części opracowania omówiono cztery kategorie działań, zmierzających do zniwelowania tych różnic rozwojowych w zakresie regulacji, inwestycji, nowych technologii i edukacji społeczeństwa.

W artykule założono, że parametry modeli rozwoju są stałe i nie zmieniają się w czasie. Umożliwia to pokazanie skutków zaniechania (lub niepowodzenia) działań niezbędnych do przyspieszenia rozwoju oraz zidentyfikowanie elementów krytycznych, wymagających koncentracji sił i środków. Informacje i wnioski tu podane stanowią nowy materiał do refleksji nad perspektywami budowy społeczeństwa informacyjnego w Polsce.

Dodatek

Funkcja logistyczna – model rozwoju ograniczonego

Funkcja logistyczna

Spośród znanych modeli [15; s. 92–106] wybrano funkcję logistyczną z uwagi na jej prostotę i dobre dopasowanie do danych historycznych. Funkcja ta, wprowadzona w XVIII w. przez belgijskiego matematyka Pierre François Verhulst, jest rozwiązaniem równania logistycznego typu:

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - y),$$

które dobrze opisuje rozwój wielu procesów obserwowanych w świecie rzeczywistym. Jest ona często stosowana w badaniach biologicznych, ekologicznych i innych [16], [17].

W swej najprostszej postaci można ją zapisać następująco:

$$y = \frac{1}{1 + \exp(-t)}. \quad (1)$$

Tutaj $y = y(t)$ oznacza funkcję wzrostu (miarę liczbową rozwoju badanego procesu), a t – czas. Łatwo sprawdzić, że poziom rozwoju nie może przekroczyć granicznej wartości, równej 1. Dla celów praktycznych wzięto pod uwagę zmodyfikowaną formę tej funkcji, wprowadzając 3 parametry liczbowe – 3 stopnie swobody (a, b, c):

$$y = \frac{a}{1 + b \exp(-ct)}, \quad a, b, c \geq 0. \quad (2a)$$

Funkcja odwrotna do niej ma równanie:

$$t = \frac{1}{c} \log_e \frac{b}{\frac{a}{y} - 1}, \quad a, b, c > 0. \quad (2b)$$

Dobór parametrów modelu

Przebieg funkcji logistycznej kontrolują trzy parametry (a, b, c), stałe w czasie. Aby ta funkcja dobrze aproksymowała proces rozwoju, wartości tych parametrów muszą być dopasowane do danych historycznych. Jeżeli dane są reprezentowane jako punkty (t_i, y_i^*) , $i = 1, 2, 3, \dots, N$ na płaszczyźnie (t, y) , to – idealnie – wykres funkcji przebiega przez każdy z tych punktów. W praktyce jednak, z powodu błędów obserwacji, wykres przebiega w ich pobliżu.

Procedura dopasowania jest następująca. Najpierw oblicza się teoretyczną wartość funkcji w każdym punkcie obserwacji:

$$y_i = a/[1 + b \exp(-ct_i)], \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3a)$$

Odchylenie wartości teoretycznej od wyniku obserwacji wynosi:

$$\varepsilon_i = y_i^* - y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3b)$$

Błąd sumaryczny, zdefiniowany jako suma kwadratów odchyień we wszystkich punktach, jest:

$$\varepsilon_\Sigma = \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i)^2. \quad (3c)$$

W końcu wyznacza się wartości parametrów a, b, c , które gwarantują minimalny błąd sumaryczny. W tym celu wykorzystuje się, np. standardowe programy optymalizacji numerycznej. Liczba punktów obserwacji N powinna być większa niż 3, ponieważ do wyznaczenia trzech parametrów (a, b, c), potrzeba co najmniej trzech równań. Im więcej danych, tym mniejszy jest wpływ błędów losowych.

Analiza

Wartość funkcji w chwili $t = 0$: $y(0) = a/(b + 1)$.

Dla małych wartości t , $|ct| \ll 1$, $y(t)$ wzrasta w przybliżeniu wykładniczo. Aby to wykazać, wystarczy przybliżyć funkcje $\exp(ct)$ w mianowniku wyrażenia (2a) pierwszymi wyrazami jej rozwinięcia w szereg potęgowy: $\exp(ct) \approx 1 + ct + \dots$. Wtedy

$$y = a \frac{\exp(ct)}{b + 1 + ct + \dots} \approx \left(\frac{a}{1 + b} \right) \exp(ct).$$

Dla jeszcze mniejszych wartości t , $y(t)$ wzrasta w przybliżeniu liniowo, co łatwo wykazać, przybliżając funkcję wykładniczą w szereg potęgowy:

$$y \approx \left(\frac{a}{1+b} \right) \exp(ct) \approx \left(\frac{a}{1+b} \right) (1+ct).$$

Asymptoty: funkcja logistyczna ma dwie asymptoty, zero $y(-\infty) \rightarrow 0$ i granicę wzrostu $y(\infty) \rightarrow a$.

Pierwsza pochodna dana jest wzorem (równoważnym wyrażeniu (2)):

$$y' = \frac{dy}{dt} = \frac{abc \exp(-ct)}{[1 + b \exp(-ct)]^2}. \quad (4)$$

Wartość pierwszej pochodnej dla $t = 0$: $y'(0) = abc/(1+b)^2$.

Asymptoty pochodnej $y'(\infty) \rightarrow 0$; $y'(-\infty) \rightarrow 0$.

Druga pochodna funkcji logistycznej $y(t)$ ma postać:

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= abc \frac{\{-bc \exp(-ct)[1 + b \exp(-ct)]^2\} - \{b \exp(-ct)\}^2 [1 + b \exp(-ct)](-bc \exp(-ct))}{[1 + b \exp(-ct)]^4} \\ &= abc^2 \exp(-ct) \frac{b \exp(-ct) - 1}{[1 + b \exp(-ct)]^3}. \end{aligned} \quad (5)$$

Druga pochodna zeruje się dla $t = (1/c) \log_e(b)$, wówczas $\exp(-ct) = 1/b$, $y = a/2$, $y' = ac/4$.

Wrażliwość funkcji logistycznej na (małe) zmiany parametrów a , b , c określają pochodne cząstkowe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(y)}{\partial a} &= \frac{1}{1 + b \exp(-ct)}, \\ \frac{\partial(y)}{\partial b} &= \frac{-\exp(-ct)}{[1 + b \exp(-ct)]^2}, \\ \frac{\partial(y)}{\partial c} &= \frac{c \exp(-ct)}{[1 + b \exp(-ct)]^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Czas wzrostu

Czas rozwoju procesu od poziomu y_1 do poziomu y_2 można określić na podstawie wzoru (2). Nie zależy on od parametru b i wynosi:

$$t(y_1) - t(y_2) = (1/c) \log_e \left(\frac{y_1(a - y_2)}{y_2(a - y_1)} \right). \quad (7)$$

Luka rozwojowa

Luka rozwojowa jest to różnica poziomów rozwoju w określonym czasie. Z zależności (2) wynika:

$$\Delta y|_t = y_1(t) - y_2(t) = \left(\frac{a_1}{[1 + b_1 \exp(-c_1 t)]} - \frac{a_2}{[1 + b_2 \exp(-c_2 t)]} \right). \quad (8)$$

Jej wartości graniczne są:

$$\Delta y|_t \begin{cases} \xrightarrow{t \rightarrow -\infty} 0 \\ \xrightarrow{t \rightarrow 0} \left(\frac{a_1}{1+b_1} - \frac{a_2}{1+b_2} \right) \\ \xrightarrow{t \rightarrow \infty} (a_1 - a_2) \end{cases} .$$

Opóźnienie rozwoju

Opóźnienie rozwoju jest to różnica czasów potrzebnych do osiągnięcia przez proces opóźniony tego samego poziomu, jaki wcześniej osiągnął proces odniesienia. Z zależności (2) wynika:

$$\Delta t|_y = [t_1(y) - t_2(y)] = \frac{1}{c_1} \log_e \left(\frac{b_1}{(a_1/y) - 1} \right) - \frac{1}{c_2} \log_e \left(\frac{b_2}{(a_2/y) - 1} \right). \quad (9)$$

Jeżeli $(a_1/y - 1) \leq 0$ lub $(a_2/y - 1) \leq 0$, to opóźnienie jest nieokreślone.

Podziękowanie

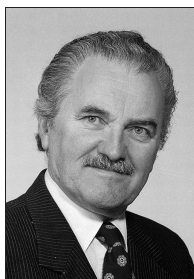
Autor pragnie podziękować recenzentowi artykułu za wnikliwe uwagi.

Bibliografia

- [1] *Preparing Europe's digital future – i2010 Mid-Term*. European Commission Information Society and Media, COM(2008)199, SEC(2008)470, vol. 1, 2, 3, April 2008
- [2] *Niwelowanie różnic w dostępie do łączy szerokopasmowych*. Komunikat Komisji dla Rady, Parlamentu Europejskiego, Europejskiego Komitetu Ekonomiczno-Społecznego I Komitetu Regionów, Komisja Wspólnot Europejskich, KOM(2006)129 wersja ostateczna, 20.03.2006
- [3] *Upowszechnienie szerokopasmowego dostępu do Internetu na lata 2004–2006*. Program opracowany przez Ministerstwo Infrastruktury i przyjęty przez Radę Ministrów 31.08.2004
- [4] *Strategia rozwoju społeczeństwa informacyjnego w Polsce do roku 2013*. Wersja 3.00. Warszawa, Ministerstwo Spraw Wewnętrznych i Administracji, październik 2008
- [5] Keeling M.: *The mathematics of diseases*. Plus magazine, Millennium Mathematics Project, University of Cambridge, 2001
- [6] „Logistic function”, http://en.wikipedia.org/wiki/logistic_function
- [7] Janiszewski J. i in.: *Budowa sieci szerokopasmowych. Poradnik dla Samorządowców cz. 1*. Warszawa, Fundacja Wspomaganie Wsi, 2008
- [8] Ackoff R. L.: *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*. Warszawa, PWN, 1969
- [9] *The Internet of Things*. Geneva, ITU, 2005
- [10] *Understanding Digital Exclusion*. Research Report. Fresh Minds, Department for Communities and Local Government, October 2008
- [11] Strużak R.: *Internet na wsi: czy nauczyciele fizyki gotowi są pomóc?* Moja Fizyka, Archiwum 2006, 14.04.2009, http://draco.uni.opole.pl/moja_fizyka/numer13/numer13.html

- [12] „The European Commission aims to achieve 100% high-speed internet coverage for all citizens by 2010 as part of the European Economic Recovery Plan. € 1 billion has been earmarked to help rural areas get online, bring new jobs and help businesses grow”, 28.01.2009, http://ec.europa.eu/information_society/eeurope/i2010/index_en.htm
- [13] Urząd Komunikacji Elektronicznej (UKE), <http://www.uke.gov.pl>
- [14] „National Broadband Network: 21st century broadband”, 7.04.2009, http://www.dbcde.gov.au/communications_for_business/funding_programs_and_support/national_broadband_network
- [15] Montagne R.: *Broadband access roadmap based on market assessment and technical-economic analysis*. 001930 BROADWAN – D15, Information Society Technologies, 2005
- [16] *World mobile telecommunication market forecast*. Geneva, ITU Report, ITU-R M.2072, 2005
- [17] Terranova D., Ulian G.: *A model to forecast telecommunication trends in scarcely defined context*. Rivista Telettra Review, vol. 44, no. 1, 1989, pp. 3–16

Ryszard Strużak



Profesor dr hab. inż. Ryszard Strużak (1933) – absolwent Politechniki Wrocławskiej (1956), doktorat (1962); habilitacja (1968) na Politechnice Warszawskiej; tytuły profesora nadzwyczajnego (1975) i zwyczajnego (1988); nauczyciel akademicki Politechniki Wrocławskiej (1954–1961, 1964–1985 i od 2007) oraz Wyższej Szkoły Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie (2004/2005); pracownik naukowy/kierownik Oddziału Instytutu Łączności we Wrocławiu (1956–1961, 1964–1985, od 2005); współorganizator/przewodniczący Międzynarodowego Wrocławskiego Sympozjum EMC (od 1972); przewodniczący Podkomitetu EMC KEiT PAN (1975–1985); autor/współautor 10 patentów oraz ponad 200 publikacji; trzykrotny laureat nagród ministerialnych (1974, 1979 i 1983), sześciokrotny laureat konkursów PTETIS O. Wrocław; odznaczony m.in. Złotą Odznaką Zasłużony Pracownik Łączności (1973), Złotą Odznaką Honorową SEP (1981), Krzyżem Kawalerskim Orderu Odrodzenia Polski (1982); członek międzynarodowych organizacji CISPR, ITU-CCIR, URSI, ICTP, CEI, Senior Counselor, Head of Technical Dept. & Acting Assistant Director, ITU/CCIR (1985–1993), Member/V-Chair ITU Radio Regulations Board (1994–2002), Consultant UN-OCHA, World Bank (1993–2004); Editor-in-Chief „Global Communications” (1996–2000); dwukrotny laureat konkursów międzynarodowych (Montreux 1975, Rotterdam 1977); uhonorowany m.in. Srebrnym Medalem ITU za szczególne zasługi dla rozwoju telekomunikacji na świecie (1998) oraz tytułem IEEE Fellow (1985) i Life Fellow (2007) za wybitne osiągnięcia zawodowe; Member New York Academy of Sciences (1993); Academician, International Telecommunication Academy (1997); zainteresowania zawodowe: nauki radiowe, radiokomunikacja, kompatybilność elektromagnetyczna.
e-mail: r.struzak@ieee.org