O metodzie wyboru strategii w konkurencyjnej grze podwójnej ze znanym celem konkurenta – przypadki $\mathcal{AHB}$ i $\mathcal{ABH}$

Sylwester Laskowski

Zaprezentowano metodę wyboru strategii w dwuosobowej, sekwencyjnej grze rynkowej, w której gracze są zmuszeni zarówno konkurować, jak i kooperować. Założono obustronną i wzajemną znajomość macierzy wypłat oraz celu, który gracze chcą osiągnąć. Przyjęto, że decyzja o charakterze konkurencyjnym danego gracza poprzedza decyzję o charakterze kooperacji oraz konkurencyjną odpowiedź drugiego gracza. Zaproponowano przykład zastosowania metody w rozwiązaniu problemu wyboru strategii cen detalicznych na lokalnym rynku usług telekomunikacyjnych, w perspektywie konieczności nawiązania współpracy międzyoperatorskiej oraz odpowiedzi na rynku detalicznym konkurencyjnego gracza.

teoria gier, gry rynkowe, konkurencja, kooperacja, negocjacje, analiza wielokryterialna, wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka

Wprowadzenie

Ograniczenia informacyjne, jakim podlegają podmioty biorące udział w grze rynkowej, utrudniają (jednakże nie wykluczają) racjonalność podejmowanych przez nie decyzji [4, 6, 7, 9, 12, 16]. Zasadniczo, im więcej dany gracz wie na temat otoczenia, w jakim ma funkcjonować, tym lepiej dla niego. Oprócz posiadania informacji o wielkości i charakterze popytu na świadczone przez siebie usługi, dla niego jest istotna też wiedza, co zamierza zrobić konkurencja. Poza szczególnymi przypadkami, kiedy przyszłe decyzje konkurentów z góry są znane graczowi, istnieje wiele sytuacji, w których gracz ten stoi przed możliwością i wyzwaniem pozyskania takich informacji, które będą stanowić wartościową przesłankę do tego, aby takie decyzje przewidzieć. W wielu przypadkach do prawidłowego wywnioskowania przyszłej decyzji konkurenta wystarczy znajomość celu, do jakiego dąży, jak również przyjętej miary stopnia jego realizacji, czyli swoistej funkcji celu lub funkcji wypłaty, jakby to można było wyrazić w pojęciach teorii optymalizacji czy teorii gier [14, 15, 17, 19, 22][1].

Paradoksalna sytuacja występuje wówczas, gdy oprócz konkurowania, gracze są zmuszeni do nawiązywania relacji o charakterze kooperacji. Kooperacja, która jest także procesem negocjacji, oprócz możliwości pozyskiwania informacji na temat konkurenta/kooperanta, wprowadza dodatkowo, z samej swojej istoty, element niepewności: wynik negocjacji – dopóki się one nie zakończą – nie jest negocjującym stronom *a priori* znany. Tak dzieje się na rynku usług telekomunikacyjnych. Operatorzy, funkcjonujący na określonych rynkach, konkurują wzajemnie o dostęp do potencjalnych abonentów swoich usług, a przy tym są zobowiązani do nawiązywania współpracy, w celu połączenia swoich sieci i świadczenia usług w relacji międzyoperatorskiej [11].

[1] *W praktyce wymagałoby to również założenia, że określonej wartości miary realizacji celu odpowiada jednoznaczna decyzja.*

Definicja problemu

W artykule zostanie poddany analizie szczególny przypadek gry o następujących założeniach: bierze w niej udział dwóch graczy A i B, którzy konkurują na rynku detalicznym (w relacji do użytkowników końcowych), a są zobowiązani do współpracy na rynku połączeń międzyoperatorskich (rynek hurtowy). Konkretne oferty detaliczne (rodzaj świadczonych usług oraz ich ceny) będą określane strategiami gry graczy, odpowiednio: a_i – i-ta strategia gracza A, b_j – j-ta strategia gracza B. Możliwe wyniki negocjacji odnośnie do zasad współpracy międzyoperatorskiej będą określone strategiami hipotetycznego gracza H, a h_l będzie oznaczać l-tą strategię na rynku hurtowym.

Gra rynkowa przebiega w sposób sekwencyjny. Ruchy poszczególnych graczy są reprezentowane przez procesy ustalania cen na odpowiednich rynkach:

- $\mathcal{A}$ – proces ustalania cen na rynku detalicznym gracza A;
- $\mathcal{B}$ – proces ustalania cen na rynku detalicznym gracza B;
- $\mathcal{H}$ – proces negocjacji stawek rozliczeniowych między graczami A i B (ruch hipotetycznego gracza H).

Rozważone zostaną dwa przypadki sekwencji ruchów.

1. Przypadek $\mathcal{AHB}$, gdy najpierw gracz A podejmuje decyzję na rynku detalicznym (ustala ceny), wybierając określoną strategię a_i, następnie odbywają się negocjacje cen na rynku hurtowym (gracz H wybiera określoną strategię h_l) i na koniec gracz B podejmuje swoją decyzję na rynku detalicznym, wybierając określoną strategię b_j.
2. $\mathcal{ABH}$ (opis analogiczny jak wyżej).

Sytuacja, w której żaden z graczy nie ustalił jeszcze swojej ceny, zostanie określona jako **gra podwójna**. Jeżeli zaś gracz A ustalił już swoje ceny na rynku detalicznym, powstała w ten sposób sytuacja będzie określona jako **gra pojedyncza**. Gra pojedyncza, uzyskana w rezultacie wyboru w ramach gry podwójnej strategii a_i, będzie oznaczana jako gra $\mathfrak{a}_i$.

Podstawową miarą oceny wyniku gry, jako rezultatu wybrania przez graczy określonych strategii, jest jednokryterialnie ujęta, maksymalizowana funkcja wypłaty, która może odzwierciedlać, np. zysk czy udział graczy w rynku. Funkcja wypłaty gracza A zostanie określona jako V^A, natomiast funkcja wypłaty gracza B – jako V^B. Wartość wypłaty, jaką otrzyma gracz A w rezultacie wybrania przez graczy strategii a_i, b_j i h_l, zostanie określona jako $V^A_{jl}(a_i)$ (lub prościej V^A_{ijl}), natomiast wartość wypłaty gracza B – jako $V^B_{il}(b_j)$ (lub też V^B_{ijl}). Wynik gry jest określony więc parą $[V^A_{jl}(a_i), V^B_{il}(b_j)]$. Poszczególne wyniki dla różnych strategii będą prezentowane w formie tzw. **macierzy wypłat**.

Tabl. 1. Przykładowe macierze wypłat w grze podwójnej

Strategie	a_1			Strategie	a_2			Strategie	a_3		
	b_1	b_2	b_3		b_1	b_2	b_3		b_1	b_2	b_3
h_1	[2,3]	[3,1]	[1,4]	h_1	[1,2]	[2,3]	[3,2]	h_1	[2,5]	[3,4]	[4,3]
h_2	[2,2]	[5,3]	[3,5]	h_2	[5,2]	[4,3]	[4,4]	h_2	[1,1]	[2,5]	[2,5]
h_3	[3,2]	[3,4]	[4,2]	h_3	[2,3]	[3,2]	[2,3]	h_3	[3,3]	[3,2]	[2,3]

W tablicy 1 przedstawiono przykładową macierz wypłat w grze podwójnej. Każdy z graczy (A, B i H) ma tu do wyboru po trzy strategie. Jeśli w tej grze pierwszym ruchem będzie proces ustalania cen na rynku detalicznym $\mathcal{A}$ gracza A i zakończy się on wyborem strategii a_1 (ustaleniem określonego przez tę strategię zakresu usług i odpowiadających im cen), wówczas gra pojedyncza, w której będą brali udział gracze H i B, będzie opisana macierzą wypłat jak w tablicy 2. Jeśli w rezultacie jej rozegrania gracz H, wykonujący ruch jako pierwszy, wybierze np. strategię h_3 (ściślej, jeśli negocjacje na rynku hurtowym zakończą się wyborem tej strategii), natomiast gracz B odpowie strategią b_2, wówczas ustali się wynik $[V^A_{123}, V^B_{123}] = [3,4]$.

Tabl. 2. Macierz wypłat w grze pojedynczej $\mathfrak{a}_1$

Strategie	b_1	b_2	b_3
h_1	$[2,3]$	$[3,1]$	$[1,4]$
h_2	$[2,2]$	$[5,3]$	$[3,5]$
h_3	$[3,2]$	$[3,4]$	$[4,2]$

Przyjmuje się, że gracze znają nawzajem własne funkcje wypłaty, dążą do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty i mogą dążyć do pogorszenia (minimalizacji) funkcji wypłaty drugiego gracza. Cel, do którego dąży dany gracz, jest więc zdefiniowany albo w sposób jednokryterialny, jako maksymalizacja własnej funkcji wypłaty – tzw. **cel indywidualnie efektywny**, albo w sposób dwukryterialny, jako maksymalizacja własnej funkcji wypłaty i jednoczesna minimalizacja (z różną siłą) funkcji wypłaty drugiego gracza – tzw. **cel antagonistyczny**.

Problem rozpatrywany w niniejszym artykule sprowadza się do znalezienia odpowiedzi na pytanie, którą ze strategii a_i – w kontekście celu (indywidualnie efektywnego lub antagonistycznego), do jakiego zmierza – powinien wybrać w grze podwójnej gracz A, przy założeniu, że jest znany mu cel, do jakiego dąży gracz B.

Metoda wyboru strategii

Z określeniem najbardziej korzystnej dla gracza A strategii a_i, w rozpatrywanych tu przypadkach $\mathcal{AHB}$ i $\mathcal{ABH}$, wiążą się dwa problemy. Pierwszym jest trudność przewidzenia wyniku procesu negocjacji $\mathcal{H}$, który będzie się odbywał w trakcie gry pojedynczej $\mathfrak{a}_i$. Problem ten wystąpi zarówno w przypadku, gdy pierwszym ruchem w grze pojedynczej będzie proces $\mathcal{H}$ (przypadek $\mathcal{AHB}$), jak i proces $\mathcal{B}$ (przypadek $\mathcal{ABH}$). Znajomość celów, do jakich będą dążyli tu gracze, nie wpływa w sposób prosty na znajomość wyniku, jaki się ustali w rezultacie „starcia" tych dążeń. Gracz A może tu co najwyżej określić zbiór potencjalnie możliwych wyników danej gry pojedynczej, a następnie, podejmując decyzję w trakcie rozgrywania gry podwójnej, dokonywać w rzeczywistości wyboru między tymi zbiorami. Stosując podejście najbardziej zachowawcze, gracz A może przyjąć, że wynikiem negocjacji będzie strategia rekomendowana przez regulatora $h_l = h^*$. Tę strategię obaj gracze zawsze mogą wybrać, zrywając negocjacje i odwołując się do arbitrażu regulatora[1] [8]. Uzyskany w ten sposób wynik gry pojedynczej gracz A zawsze może traktować jako wynik pewny.

[1] *Będzie tak jedynie w przypadku gier na rynkach regulowanych, do jakich należy rynek telekomunikacyjny.*

Przy takim podejściu problem decyzyjny gracza A w grze podwójnej można traktować identycznie, jak sytuację, gdy pierwszym ruchem w grze podwójnej byłyby negocjacje $\mathcal{H}$ (przypadki $\mathcal{HAB}$ i $\mathcal{HBA}$)[1], kiedy to problemem gry podwójnej jest wskazanie strategii h_l, o którą najbardziej warto zabiegać. Wynika to z faktu, że w tym przypadku gracz A może jednoznacznie określić, jaką strategię a_i (analogia do jednoznacznej strategii h^* w przypadkach $\mathcal{AHB}$ i $\mathcal{ABH}$) wybierze w danej grze pojedynczej $\mathfrak{h}_l$.

Jeśli jednak gracz A dopuszcza możliwość wyboru innej strategii h_l w trakcie negocjacji przeprowadzanych w ramach gry pojedynczej, wówczas jego problem się komplikuje. Ogólnie, wybór określonej strategii a_i w grze podwójnej będzie wymagać od gracza A porównywania nie pojedynczych wypłat V_i^A[2] (w przypadku celu indywidualnie efektywnego gracza A), czy też par pojedynczych wypłat obu graczy $[V_i^A, V_i^B]$ (w przypadku celu antagonistycznego), odpowiadających jednoznaczym wynikom gier pojedynczych $\mathfrak{a}_i$, a porównania **wektorów** tych wypłat $[V_{i1}^A, V_{i2}^A, \ldots, V_{iL}^A]$, czy też wektorów par wypłat $[[V_{i1}^A, V_{i1}^B], [V_{i2}^A, V_{i2}^B], \ldots, [V_{iL}^A, V_{iL}^B]]$, gdzie V_{il}^X oznacza wartość wypłaty gracza X (odpowiednio A lub B) w grze pojedynczej $\mathfrak{a}_i$, przy założeniu, że wynikiem negocjacji $\mathcal{H}$ jest wybór strategii h_l. Jest to zatem problem wielokryterialny, a niepewność związana z wynikiem procesu negocjacji wprowadza niepewność co do ostatecznego wyniku gry.

Druga trudność z określeniem wyniku danej gry $\mathfrak{a}_i$ dotyczy przypadku, w którym pierwszym ruchem w grze pojedynczej będzie ustalenie przez gracza B cen na rynku detalicznym $\mathcal{B}$ (przypadek $\mathcal{ABH}$). Tym razem i gracz B w trakcie wyboru strategii b_j będzie miał kłopot z określeniem, jaki będzie wynik, następującego potem procesu negocjacji, a co się z tym wiąże, z punktu widzenia gry podwójnej, gracz A, mimo znajomości celu, do jakiego będzie dążył gracz B, nie jest w stanie jednoznacznie stwierdzić, jaką strategię b_j wybierze w grze pojedynczej $\mathfrak{a}_i$ gracz B.

Do rozwiązania problemu decyzyjnego w grze podwójnej gracz A może zastosować poniższą trzyetapową metodę:

Wybór strategii gry w grze podwójnej, w której pierwszym ruchem jest ustalenie cen na rynku detalicznym

1. Określenie dla każdej z gier $\mathfrak{a}_i$ zbioru możliwych wyników negocjacji (wybranych strategii h_l) i odpowiadających im decyzji na rynku detalicznym gracza B (b_j) oraz odpowiadających im par wypłat $[V_{ijl}^A,\ V_{ijl}^B]$.

2. Stworzenie skalarnej miary oceny ($\mathcal{V}_{il}^A$) poszczególnych wyników gry $[V_{ijl}^A, V_{ijl}^B]$, odpowiadającej celowi, do jakiego dąży gracz A (indywidualnie efektywny lub antagonistyczny) i przypisanie poszczególnym wynikom ich wartości wyznaczonej przez tę miarę.

3. Określenie pożądanego sposobu agregacji $\Upsilon(\mathcal{V}_{il}^A)$ (agregacja względem strategii h_l) poszczególnych wartości skalarnych i wybór określonej strategii a_i, dla której agregat przyjmuje wartość największą.

Dalej zostaną omówione poszczególne etapy tej metody.

[1] *Przypadki te zostaną opisane w osobnej publikacji.*

[2] *Dla uproszczenia przyjęto, że V_i^A oznacza wartość wypłaty gracza A, jaką uzyska w wyniku rozegrania gry pojedynczej $\mathfrak{a}_i$.*

Etap 1. Określenie dla każdej z gier $\mathfrak{a}_i$ zbioru możliwych wyników negocjacji (wybranych strategii h_l) i odpowiadających im decyzji na rynku detalicznym gracza B (b_j) oraz odpowiadających im par wypłat $[V^A_{ijl}, V^B_{ijl}]$

Przypadek $\mathcal{AHB}$

W przypadku $\mathcal{AHB}$ pierwszym ruchem w grze pojedynczej ($\mathcal{HB}$) są negocjacje stawek rozliczeniowych $\mathcal{H}$. Znając sposób rozegrania gry przez gracza B (cel – inwywidualnie efektywny lub antagonistyczny – do jakiego będzie dążył), gracz A może dokładnie określić odpowiedź gracza B (b_j) na wybór określonej strategii h_l w negocjacjach. W ten sposób jednoznacznie ustala się wynik $[V^A_{ijl}, V^B_{ijl}]$.

W sytuacji gdy na rynku hurtowym istnieje strategia rekomendowanych cen h^*, gracz A może dokonać redukcji zbioru strategii h_l możliwych do wybrania w trakcie negocjacji, przez odrzucenie tych strategii h_l, które doprowadzą do wyniku gorszego dla gracza A lub gracza B, niż by to było w przypadku wyboru strategii h^*.

Zostanie to zilustrowane na przykładzie 1.

Przykład 1

W danej grze pojedynczej macierz wypłat przedstawia się jak w tablicy 3. Pierwszym ruchem w grze jest proces negocjacji stawek rozliczeniowych $\mathcal{H}$ (przypadek $\mathcal{HB}$). Zakłada się, że gracz B dąży do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty (cel indywidualnie efektywny). W trakcie negocjacji dla obu graczy jest dostępna strategia rekomendowanych cen h^*.

Tabl. 3. Macierz wypłat w grze pojedynczej

Strategie	b_1	b_2
$h_1 = h^*$	[3,2]	[2,3]
h_2	[3,1]	[3,2]
h_3	[1,3]	[3,1]
h_4	[3,7]	[2,2]
h_5	[2,2]	[4,4]

W rezultacie wybrania określonych strategii h_l ustalą się następujące wyniki.

- Jeśli w negocjacjach zostanie wybrana strategia h_1, wówczas gracz B w odpowiedzi wybierze strategię b_2[①]. Wynikiem będzie para $[2,3]$.
- Jeśli w negocjacjach zostanie wybrana strategia h_2, wówczas gracz B w odpowiedzi wybierze strategię b_2. Wynikiem będzie para $[3,2]$.
- Jeśli w negocjacjach zostanie wybrana strategia h_3, wówczas gracz B w odpowiedzi wybierze strategię b_1. Wynikiem będzie para $[1,3]$.
- Jeśli w negocjacjach zostanie wybrana strategia h_4, wówczas gracz B w odpowiedzi wybierze strategię b_1. Wynikiem będzie para $[3,7]$.
- Jeśli w negocjacjach zostanie wybrana strategia h_5, wówczas gracz B w odpowiedzi wybierze strategię b_2. Wynikiem będzie para $[4,4]$.

① *W efekcie jej wybrania, gracz B otrzyma większą wartość wypłaty $V^B_1(b_2) = 3$, niż gdyby wybrał strategię b_1 ($V^B_1(b_1) = 2$).*

Wypłata, jaką uzyska gracz B w wyniku wybrania strategii h_2, jest gorsza, niż wypłata, jaką uzyskałby, wybierając strategię rekomendowaną h_1 $(2 < 3)$. Analogicznie, wypłata, jaką uzyska gracz A w rezultacie wybrania strategii h_3, jest gorsza, niż wypłata, jaką uzyskałby, wybierając strategię rekomendowaną h_1 $(1 < 2)$. Z tego względu, analizując sytuację z punktu widzenia gry podwójnej (pierwszy ruch w grze $\mathcal{AHB}$), gracz A może przyjąć, że ani h_2, ani h_3 nie zostaną w trakcie negocjacji $\mathcal{H}$ wybrane.

Warto zauważyć, że zarówno w przypadku wyboru strategii h_4, jak i strategii h_5 obaj gracze uzyskują wyniki lepsze niż w przypadku wybrania strategii cen rekomendowanych. Strategia cen rekomendowanych h^* nie jest tu więc strategią efektywną i mogło by się wydawać słuszne jej odrzucenie z dalszej analizy. Jednak, z racji na względny rozkład wartości wypłat dla strategii h^*, h_4 i h_5, wydaje się, że byłoby to posunięcie nieroztropne. Wynika to z faktu, że każdy z graczy będzie dążył do wyboru innej strategii: gracz A do wyboru strategii h_5, natomiast gracz B do wyboru strategii h_4, a przy tym obaj gracze będą mieli „słuszne" argumenty na rzecz preferowanej przez siebie opcji. Gracz A wybór strategii h_5 może popierać argumentami, że uzyskany w ten sposób wynik $([4,4])$ jest bliższy wynikowi odpowiadającemu strategii h^* $([2,3])$, a ponadto że wybór strategii h_4 doprowadziłby do nadmiernego faworyzowania gracza B, który miałby znacząco mocniejszy przyrost wypłaty $(7-3=4)$ niż gracz A $(3-2=1)$. Gracz B natomiast może argumentować, że wynik $([4,4])$ doprowadzi do „niesprawiedliwego" zrównania wypłat graczy, co jest niezgodne z lepszą sytuacją gracza B, określoną wyborem strategii rekomendowanej, co można traktować jako swoiste *status quo*, czy też BATNA① graczy. Argumenty obu stron wydają się słuszne i w przypadku nieustępliwości stron łatwo może dojść do pogorszenia wzajemnych stosunków oraz zerwania negocjacji, czego wynikiem będzie „wybór" strategii h^*.

Z perspektywy rozgrywania gry podwójnej $\mathcal{AHB}$ jest rozsądne więc założenie, że w rozpatrywanej grze pojedynczej może zostać wybrana jedna spośród strategii: h_1, h_4 lub h_5, doprowadzając w rezultacie do jednego z trzech wyników: $[2,3]$, $[4,4]$ lub $[3,7]$.

□

Gdy w grze pojedynczej negocjacje $\mathcal{H}$ poprzedzają decyzję na rynku detalicznym gracza B (przypadek $\mathcal{HB}$), może powstać jeszcze jedna trudność, związana ze stabilnością celu, do jakiego dąży gracz B. Stabilność ta bowiem może zależeć od sposobu przeprowadzenia procesu negocjacji. Wydaje się słuszne przypuszczenie, że jeśli nawet gracz B pierwotnie zamierzał (co było graczowi A wiadome) dążyć do realizacji celu indywidualnie efektywnego, to w przypadku agresywnego, nieuczciwego lub nadmiernie nieustępliwego sposobu negocjawania gracza A, gracz B może chcieć zmienić cel swojej gry na antagonistyczny ([2, 12, 13, 18])②. I odwrotnie, możliwa (co najmniej teoretycznie) jest sytuacja, kiedy początkowo antagonistyczne nastawienie gracza B zostanie złagodzone na skutek odpowiedniego sposobu negocjowania gracza A.

① *Best alternative to a negotiated agreement [2].*

② *Zdumiewająca jest w tym względzie przewrotność niektórych autorów publikacji z dziedziny negocjacji, którzy, pod szlachetnym sztandarem uczciwości oraz etyczności motywacji i postępowania, przemycają najbardziej pokrętne taktyki, mające co więcej – wedle deklarowanego poglądu autora – stanowić skuteczne narzędzie rozwiązywania wszelkich konfliktów i prowadzić do zapewnienia pokoju w świecie [1]. Nie trudno jednakże w owej przewrotności dostrzec swoistej konsekwencji przedstawianej metodyki, gdy to „co" się pisze, wpływa również na to „jak" się pisze. Tam, gdzie ustępstwo, rozumiane jako pełne blefowanej niechęci odstąpienie od pierwotnie nadmiernie (i świadomie) wygórowanych żądań, stanowi jedyny element realizacji zasady „win–win" (czy może raczej kreowania jej pozorów), tam też jest oczywiste, że opisywana metodyka jest prezentowana najpierw od strony najbardziej krytycznych, z punktu widzenia etyczności, technik, aż do technik najbardziej niewinnych, aby zakończyć cały wywód ciepłymi słowami, które mogą dawać odczucie, że ich autor w ostateczności „nie jest aż taki zły".*

Przykład 2

Macierz wypłat graczy w grze pojedynczej przedstawia się jak w tablicy 4. Pierwszym ruchem w grze są negocjacje stawek rozliczeniowych $\mathcal{H}$. Przystępując do negocjacji, gracz *B* zakłada rozgrywanie gry w sposób indywidualnie efektywny, o czym wie gracz *A*.

Tabl. 4. Przykład gry, w której decyzja gracza A prowokuje gracza B do zmiany celu z indywidualnie efektywnego na antagonistyczny

Strategie	b_1	b_2	b_3
h_1	[1,1]	[2,3]	[5,10]
h_2	[4,5]	[2,4]	[0,3]

Zakładając, że w macierzy wypłat wartości dla obu graczy są porównywalne[1], należy stwierdzić, że struktura macierzy wypłat wyraźnie faworyzuje gracza *B*. W przypadku gdyby obaj gracze dążyli do celu indywidualnie efektywnego, powinien ustalić się wynik $[5,10]$, odpowiadający wyborowi strategii h_1 i b_3. Gracz *A* może nie być pocieszony tak dużą różnicą wypłat, jaka przypadnie w efekcie każdemu z graczy i wobec tego może w trakcie negocjacji dążyć do wyboru strategii h_2, co, w przypadku założenia, że jest to strategia rekomendowana przez regulatora, może okazać się celem łatwo osiągalnym. Licząc na indywidualnie efektywny sposób rozegrania gry przez gracza *B*, gracz *A* będzie się spodziewał minimalnie gorszego wyniku dla siebie i znacząco gorszego dla gracza *B* $[4,5]$, odpowiadającego strategiom h_2 i b_1. W tym przypadku oczywisty, choć i w jakimś sensie uzasadniony, antagonizm gracza *A* może okazać się prowokacją dla gracza *B* do zmiany swego pierwotnego nastawienia i odpowiedzenia graczowi *A* również w sposób antagonistyczny przez wybór strategii b_2 (albo nawet b_3), dając w efekcie graczowi *A* wypłatę równą co najwyżej 2 lub pozbawiając go wypłaty całkowicie[2]. □

Zilustrowany w przykładzie 2 problem można potraktować albo jako przypadek, w którym sposób rozegrania gry przez gracza *B* zależy od wyniku negocjacji, przy czym sposób ten jest graczowi *A* znany (choć nie jest on stały, niezmienny, lecz zależny od konkretnej strategii h_l), albo jako przypadek, w którym gracz *A* nie zna sposobu rozegrania gry przez gracza *B* (celu, do którego dąży gracz *B*)[3].

Przypadek $\mathcal{ABH}$

Przypadek $\mathcal{ABH}$, w którym negocjacje są ostatnim ruchem w grze, jest przypadkiem trudniejszym do analizy z punktu widzenia gry podwójnej, w której ruch wykonuje gracz *A*. Wynika to z faktu, że nie tylko gracz *A* nie zna potencjalnego wyniku negocjacji $\mathcal{H}$, ale również gracz *B* tego wyniku nie zna. W związku z tym, mimo znanego graczowi *A* celu (indywidualnie efektywnego lub antagonistycznego), do jakiego będzie dążył gracz *B* w grze pojedynczej, nie może on w sposób jednoznaczny wykorzystać tej wiedzy do wyznaczenia konkretnej strategii b_j. Cel, do jakiego dąży gracz *B*, nie zawiera w sobie informacji na temat jego stosunku do niepewności [10]. Rozsądne jest więc założenie nieznajomości konkretnej decyzji detalicznej b_j gracza *B*, jak też nieznajomości konkretnego wyniku negocjacji.

Znajomość celu, do jakiego będzie dążył gracz *B*, mimo wszystko w wielu przypadkach umożliwi częściowe zredukowanie zbioru możliwych wyników gry pojedynczej. Redukcja ta będzie się dokonywać na dwóch poziomach.

[1] *Ta sama wartość liczbowa znaczy tyle samo dla każdego z graczy. W świetle teorii użyteczności jest to niewątpliwie założenie silne [12, 15].*

[2] *Przy założeniu, że wypłaty przyjmują wyłącznie wartości nieujemne.*

[3] *Ten drugi przypadek zostanie omówiony w osobnej publikacji.*

1. Dla każdej strategii b_j wybór tylko takich strategii h_l, które w rezultacie dadzą wynik nie gorszy (dla obu graczy) niż strategia rekomendowana h^*.

2. Odrzucanie tych strategii b_j, które w sensie celu, do jakiego dąży gracz B, są zdominowane przez inne strategie cen na rynku detalicznym gracza B.

Realizacja pierwszego punktu jest zadaniem prostym i już opisanym w rozważaniu przypadku $\mathcal{AHB}$. Realizacja drugiego punktu jest o wiele trudniejsza. Poza przypadkami, gdy dla danej strategii $b_{j'}$ wszystkie wypłaty gracza B są gorsze (a przy tym wszystkie wypłaty gracza A są lepsze) niż w przypadku wybrania innej strategii $b_{j''}$ (dla każdej strategii h_l), co umożliwiałoby usunięcie z rozważań strategii $b_{j'}$ jako zdominowanej (niezależnie od celu – poza radykalnie altruistycznym – do jakiego będzie dążył gracz B), porównanie dwóch strategii b_j wymaga zbudowania skalarnej miary oceny wyników otrzymanych przez obu graczy dla poszczególnych strategii h_l. Dodatkowo jeszcze, ponieważ nie wiadomo, która ze strategii h_l zostanie w trakcie negocjacji wybrana, porównanie dwóch strategii b_j wymagałoby ponadto znajomości sposobu agregacji, względem strategii h_l, wartości skalarnych odpowiadających poszczególnym wynikom gry, jaką gracz B przyjmie, co z punktu widzenia gracza A może okazać się niemożliwe.

Tworzenie skalarnej miary oceny wyniku gry oraz sposoby agregacji wartości skalarnych zostaną omówione w dwóch następnych podrozdziałach poświęconych etapom metody wyboru strategii.

Warto jeszcze zwrócić uwagę, że sposób rozgrywania gry pojedynczej, czyli cel, do jakiego będzie dążył gracz B w trakcie ustalania cen na rynku detalicznym $\mathcal{B}$, może mieć wpływ na przebieg procesu negocjacji. Nie jest to jednak problem, nad którym kontrolę może sprawować gracz A. Jego udział w grze pojedynczej rozpoczyna się bowiem dopiero wówczas, gdy zaczną się negocjacje $\mathcal{H}$, a to, z jakim nastawieniem obu graczy się zaczną, zależy już wyłącznie od detalicznej decyzji gracza B. Oczywiście, gracz A ma w jakiejś mierze wpływ zarówno na detaliczną decyzję gracza B, jak i na jego nastawienie w trakcie procesu negocjacji $\mathcal{H}$. Wpływ ten jednak dokonuje się „z poziomu" gry podwójnej nie zaś pojedynczej. Przy uszeregowaniu $\mathcal{ABH}$ decyzja na rynku detalicznym gracza A może dać graczowi B pewne informacje odnośnie do tego, z jakim nastawieniem gracz A może przystąpić do negocjacji. Decyzja ta jednak może być też swoistym zaproszeniem „odpłacenia pięknym za nadobne", w przypadku gdyby z punktu widzenia gracza B decyzja na rynku detalicznym a_i gracza A została odebrana jako posunięcie antagonistyczne.

Określając dostępne w ramach negocjacji strategie h_l, gracze muszą się również odnosić do kwestii ich siły negocjacyjnej. Im siła ta będzie większa, tym większa część strategii h_l – jednakże tylko takich, których wartość dla obu graczy jest nie mniejsza niż wartość strategii h^* – będzie dostępna dla gracza, który ma tę siłę. Do określenia zbioru tych strategii można zastosować metody właściwe dla gier pojedynczych [5].

Etap 2. Stworzenie skalarnej miary oceny ($\mathcal{V}_{il}^{A}$) poszczególnych wyników gry $[V_{ijl}^{A}, V_{ijl}^{B}]$, odpowiadającej celowi, do jakiego dąży gracz A (indywidualnie efektywny lub antagonistyczny) i przypisanie poszczególnym wynikom ich wartości wyznaczonej przez tę miarę

Istotą tego etapu metody jest stworzenie narzędzia, umożliwiającego skalarną ocenę dwuwartościowego wyniku gry $[V^A, V^B]$. Innymi słowy, jest poszukiwana funkcja, odwzorowująca punkty z dwuwymiarowej (wypłata gracza A i wypłata gracza B) przestrzeni wyników w wielkości skalarne, których wartość będzie odzwierciedlała cel (indywidualnie efektywny lub antagonistyczny), do jakiego będzie dążył gracz, z punktu widzenia którego taka ocena wyniku jest realizowana①.

Poniżej podano przykłady możliwych do zastosowania miar oceny, dla różnych sposobów rozgrywania gry przez gracza A [5].

- **Cel indywidualnie efektywny**

W tym podejściu gracz A dąży wyłącznie do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty, ignorując wypłatę gracza B. Ten sposób rozegrania gry można zapisać jako następujące zadanie optymalizacji:

$$a_k = \arg\max_i \left\{ V^A(a_i) \right\}. \tag{1}$$

Przy tak sformułowanym celu, gracz A ocenia dany wynik tym lepiej, im większą wartość przyjmuje jego wypłata. Stąd miarą oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być następująca funkcja:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = V^A. \tag{2}$$

- **Cel minimalnie antagonistyczny**

W tym podejściu gracz A dąży do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty, a w przypadku niejednoznaczności wybiera tę strategię, która da najmniejszą wypłatę graczowi B. Ten sposób rozegrania gry można zapisać jako następujące zadanie optymalizacji:

$$a_k = \arg\operatorname{lex}\max_i \left\{ V^A(a_i), -V^B(a_i) \right\}. \tag{3}$$

Przy tak sformułowanym celu gracza A, miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = w_A \cdot V^A - w_B \cdot V^B, \tag{4}$$

przy czym w_A przyjmuje dużo większą wartość niż w_B ($w_A \gg w_B$).

- **Cel maksymalnie antagonistyczny**

W tym podejściu gracz A dąży w pierwszej kolejności do minimalizacji wartości wypłaty V^B gracza B, a w przypadku niejednoznaczności wybiera tę strategię, która da największą wypłatę V^A. Ten sposób rozegrania gry można zapisać jako następujące zadanie optymalizacji:

$$a_k = \arg\operatorname{lex}\min_i \left\{ V^B(a_i), -V^A(a_i) \right\}. \tag{5}$$

① *Metoda jest omawiana z punktu widzenia gracza A, a więc jest poszukiwana głównie skalarna miara oceny osiągniętego wyniku gry ($[V^A, V^B]$), odzwierciedlająca stopień realizacji celu, do jakiego on zmierza. Gracz A jednak może być także zainteresowany znajomością wartości oceny wyniku z punktu widzenia gracza B, jak to sygnalizowano w opisanym w poprzednim podrozdziale etapie metody w przypadku $\mathcal{ABH}$.*

Przy tak sformułowanym celu gracza A, miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = w_A \cdot V^A - w_B \cdot V^B, \tag{6}$$

przy czym w_A przyjmuje dużo mniejszą wartość niż w_B ($w_A \ll w_B$).

- **Dążenie do uzyskania maksymalnej odległości między wypłatami graczy**

Ten sposób rozegrania gry można zapisać jako następujące zadanie optymalizacji:

$$a_k = \arg\max_i \left\{V^A(a_i) - V^B(a_i)\right\}. \tag{7}$$

Przy tak sformułowanym celu gracza A, miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = V^A - V^B. \tag{8}$$

- **Dążenie do osiągnięcia odpowiedniej różnicy wypłat graczy – δ, a po jej uzyskaniu do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty**

Ten sposób rozegrania gry można sformułować w postaci następującego zadania optymalizacji leksykograficznej:

$$a_k = \arg\operatorname{lex}\max_i \left\{\Delta_i, V^A(a_i)\right\}, \tag{9}$$

gdzie:

$$\Delta_i = \min\left\{\delta, V^A(a_i) - V^B(a_i)\right\}. \tag{10}$$

Przy tak sformułowanym celu gracza A, miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = w_\Delta \cdot \Delta + w_A \cdot V^A, \tag{11}$$

przy czym $w_\Delta \gg w_A$.

- **Dążenie do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty, przy jednoczesnym dążeniu, aby wartość wypłat gracza *B* nie przekroczyła pewnej wartości progowej ν**

Ten sposób rozegrania gry można sformułować w postaci następującego zadania optymalizacji:

$$a_k = \arg\max_i \left\{V^A(a_i)\right\}, \tag{12}$$

przy ograniczeniu:

$$V^B(a_i) \leqslant \nu.$$

Przy tak sformułowanym celu gracza A, miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = w_A \cdot V^A - w_\nu \cdot \max\left\{\nu, V^B\right\}, \tag{13}$$

przy czym $w_A \ll w_\nu$.

- **Dążenie do minimalizacji wartości wypłaty gracza *B*, przy jednoczesnym dążeniu, aby własna (V^A) wartość wypłaty nie przekroczyła pewnej wartości progowej ν**

Ten sposób rozegrania gry można sformułować w postaci następującego zadania optymalizacji:

$$a_k = \arg\min_i \left\{V^B(a_i)\right\}, \tag{14}$$

przy ograniczeniu:

$$V^A(a_i) \geqslant \nu.$$

Przy tak sformułowanym celu gracza *A*, miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = w_\nu \cdot \min\left\{\nu, V^A\right\} - w_B \cdot V^B, \tag{15}$$

przy czym $w_\nu \gg w_B$.

- **Strategia antagonistyczna wyrażona za pomocą pojęć metody punktu odniesienia**

Przy tym podejściu gracz *A* dąży do maksymalizacji własnej funkcji wypłaty, a jednocześnie minimalizacji wartości wypłaty gracza *B*, maksymalizując wartość odpowiedniej funkcji skalaryzującej, której parametrami sterującymi są punkty rezerwacji i aspiracji dla funkcji wypłaty zarówno gracza *A*, jak i gracza *B* [19–21].

Cząstkowa funkcja osiągnięcia dla (maksymalizowanej) funkcji wypłaty gracza *A* zostanie wyrażona zależnością:

$$\eta_A\left(V^A(a_i)\right) = \begin{cases} \dfrac{\beta(V^A(a_i) - \underline{V}^A)}{\overline{V}^A - \underline{V}^A} & \text{dla} \quad V^A(a_i) < \underline{V}^A \\ \dfrac{V^A(a_i) - \underline{V}^A}{\overline{V}^A - \underline{V}^A} & \text{dla} \quad \underline{V}^A \leqslant V^A(a_i) \leqslant \overline{V}^A \\ 1 + \dfrac{\alpha(V^A(a_i) - \overline{V}^A)}{\overline{V}^A - \underline{V}^A} & \text{dla} \quad \overline{V}^A < V^A(a_i) \end{cases}, \tag{16}$$

przy czym $\underline{V}^A$ oznacza punkt rezerwacji, a $\overline{V}^A$ – punkt aspiracji dla funkcji wypłaty $V^A(a_i)$ gracza *A*.

Cząstkowa funkcja osiągnięcia dla (minimalizowanej) funkcji wypłaty gracza *B* zostanie wyrażona zależnością:

$$\eta_B\left(V^B(a_i)\right) = \begin{cases} 1 + \dfrac{\alpha(V^B(a_i) - \overline{V}^B)}{\overline{V}^B - \underline{V}^B} & \text{dla} \quad V^B(a_i) < \overline{V}^B \\ \dfrac{V^B(a_i) - \underline{V}^B}{\overline{V}^B - \underline{V}^B} & \text{dla} \quad \overline{V}^B \leqslant V^B(a_i) \leqslant \underline{V}^B \\ \dfrac{\beta(V^B(a_i) - \underline{V}^B)}{\overline{V}^B - \underline{V}^B} & \text{dla} \quad \underline{V}^B < V^B(a_i) \end{cases}. \tag{17}$$

Strategia antagonistyczna przybierze wówczas postać:

$$a_k = \arg\max_i \left\{ \min\left\{\eta_A\left(V^A(a_i)\right), \eta_B\left(V^B(a_i)\right)\right\} + \rho \cdot \left(\eta_A\left(V^A(a_i)\right) + \eta_B\left(V^B(a_i)\right)\right)\right\}. \tag{18}$$

Przy tak sformułowanym celu gracza A, skalarna miara oceny danego wyniku $[V^A, V^B]$ może być sformułowana w następujący sposób:

$$\mathcal{V}^A\left([V^A, V^B]\right) = \min\left\{\eta_A\left(V^A(a_i)\right), \eta_B\left(V^B(a_i)\right)\right\} + \rho \cdot \left(\eta_A\left(V^A(a_i)\right) + \eta_B\left(V^B(a_i)\right)\right). \tag{19}$$

Etap 3. Określenie pożądanego sposobu agregacji $\Upsilon(\mathcal{V}_{il}^A)$ (agregacja względem strategii h_l) poszczególnych wartości skalarnych i wybór określonej strategii a_i, dla której agregat przyjmuje wartość najwiekszą

W wyniku skalaryzacji wyników gry (drugi etap omawianej metody) dla poszczególnych strategii h_l otrzymuje się z wektora par wypłat (z wektora wyników gry, odpowiadających poszczególnym strategiom h_l) wektor wartości skalarnych, odpowiadających celowi $[\mathcal{V}_1^A, \mathcal{V}_2^A, \ldots, \mathcal{V}_L^A]$, do jakiego dąży gracz A[1]. Każdej, potencjalnie możliwej do wyboru (w trakcie rozgrywania gry podwójnej) strategii a_i odpowiada wektor takich ocen $[\mathcal{V}_{i1}^A, \mathcal{V}_{i2}^A, \ldots, \mathcal{V}_{iL}^A]$, a zatem, aby ocenić daną strategię (a co się z tym wiąże, odpowiadającą jej grę pojedynczą), należy te wektory ze sobą porównać. Porównanie to wymaga stworzenia zaagregowanej (skalarnej) miary, odzwierciedlającej stosunek gracza A do niepewności, związanej z możliwymi wynikami procesu negocjacji ($\mathcal{H}$). W istocie, problem decyzyjny gracza A można przedstawić w formie swoistej gry przeciwko naturze [8, 15, 22], w której strategiami gracza A są jego strategie cen detalicznych a_i, a strategiami natury możliwe wyniki negocjacji h_l (z uwzględnieniem redukcji liczby strategii h_l przeprowadzonej w pierwszym etapie omawianej metody). Wypłatami gracza A są tu skalarne wartości oceny $\mathcal{V}_{il}^A$ poszczególnych wyników $[V_{il}^A, V_{il}^B]$, np. podane w tablicy 5.

Tabl. 5. Ilustracja gry podwójnej, w której pierwszym ruchem jest ustalenie przez gracza A cen na rynku detalicznym, jako modelu gry przeciwko naturze, której strategiami są możliwe do przyjęcia przez obu graczy wyniki procesu negocjacji h_l

Strategie	h_1	h_2	h_3	h_4
a_1			$\vdots$	
a_2	$\cdots$	$\cdots$	$\mathcal{V}_{23}^A$	$\cdots$
a_3			$\vdots$	
a_4			$\vdots$	

Przy takim sformułowaniu, do rozwiązania problemu decyzyjnego gracza A w grze podwójnej, w której pierwszym ruchem jest ustalanie cen na rynku detalicznym przez gracza A, można zastosować określone kryteria wyboru strategii w grze przeciwko naturze [3–5, 8–10, 15, 22]. Dla przykładu warto wymienić kilka z nich.

1. Kryterium Walda:

$$\Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A) = \min_l \mathcal{V}_{il}^A,$$
$$a_k = \arg\max_i \Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A). \tag{20}$$

[1] *Ewentualnie gracz B, jak to było sygnalizowane w grze pojedynczej z przypadku $\mathcal{ABH}$.*

2. Kryterium optymistyczne:

$$\Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A) = \max_l \mathcal{V}_{il}^A,$$

$$a_k = \arg\max_i \Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A). \tag{21}$$

3. Kryterium Laplace'a:

$$\Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A) = \frac{1}{L}\sum_l \mathcal{V}_{il}^A,$$

$$a_k = \arg\max_i \Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A). \tag{22}$$

Należy zwrócić uwagę, że wektory $[\mathcal{V}_{i1}^A, \mathcal{V}_{i2}^A, \ldots, \mathcal{V}_{iL}^A]$ dla różnych wartości i, a więc dla różnych gier pojedynczych mogą mieć różne wymiary, z racji na początkową redukcję liczności zbioru potencjalnie możliwch do wyboru strategii h_l. Z tego względu do wyboru strategii a_i nie należy stosować kryteriów, które są wrażliwe na liczbę rozpatrywanych strategii (np. kryterium sumy wypłat, jako uproszczona wersja wartości średniej użytej w kryterium Laplace'a [15]).

Przykład zastosowania metody

Użyteczność zaproponowanej metody zostanie przedstawiona na przykładzie 3.

Przykład 3

Niezależny operator lokalny A od dłuższego czasu korzysta z oferowanej przez operatora zasiedziałego B usługi WLR (*Wholesale Line Rental*) do świadczenia usługi dostępu dla swoich użytkowników końcowych, fizycznie dołączonych do sieci operatora zasiedziałego oraz usług połączeniowych na zasadzie preselekcji. Mając w perspektywie rozbudowę własnej sieci do poziomu przełącznicy głównej MDF (*Message Distribution Frame*) i, co się z tym wiąże, rezygnację z WLR na rzecz LLU (*Local Loop Unbundling*), co zapewni mu większą kontrolę nad jakością oferowanych usług, operator A zamierza rozpocząć intensywną kampanię reklamową, promującą nowy pakiet usług, w celu pozyskania nowych abonentów (dotychczas korzystających z usług operatora B). Operator A spodziewa się, że kampania ta wywoła odzew ze strony operatora zasiedziałego i to jeszcze zanim zdążą sfinalizować zasady korzystania z usługi LLU.

Operator A zakłada możliwość promowania jednego z trzech wariantów oferty detalicznej: a_1, a_2 lub a_3. Spodziewa się, że w odpowiedzi operator B może wdrożyć jeden z trzech planów taryfowych: b_1, b_2 lub b_3. Na podstawie oceny własnej infrastruktury sieciowej oraz możliwych punktów styku (kolokacji) z siecią operatora B, operator A dopuszcza dwa sposoby korzystania z uwolnionej pętli lokalnej (ULL) operatora B: h_2 i h_3. Z racji na fakt, że operator B jest zobowiązany do przedstawienia oferty ramowej w sprawie LLU, co, jak pokazała dotychczasowa praktyka, staje się podstawą do stworzenia rekomendowanych przez regulatora zasad wzajemnej współpracy w przypadku braku porozumienia, operator A uwzględnia też możliwość, że wynikiem (zerwanych) negocjacji będzie przyjęcie zasad określonych w tej ofercie: h_1.

Na podstawie, opracowanego przez Instytut Łączności, powszechnie dostępnego modelu popytu na usługi telekomunikacyjne obaj operatorzy określili szacunkową liczbę pozyskanych (utraconych) abonentów w rezultacie wdrożenia poszczególnych ofert detalicznych (swojej i konkurenta), a następnie oszacowali wartość rocznych przychodów czerpanych z oferowanych im usług. Wartości przychodów (w milionach złotych) dla poszczególnych wariantów ofert detalicznych oraz wariantów porozumienia w sprawie LLU zilustrowano w tablicy 6.

Tabl. 6. Gra podwójna na rynku lokalnym

Strategie	a_1			Strategie	a_2			Strategie	a_3		
	h_1	h_2	h_3		h_1	h_2	h_3		h_1	h_2	h_3
b_1	$[2,3]$	$[3,1]$	$[1,4]$	b_1	$[1,2]$	$[2,3]$	$[3,2]$	b_1	$[2,5]$	$[3,4]$	$[4,3]$
b_2	$[2,2]$	$[5,3]$	$[3,5]$	b_2	$[5,2]$	$[4,3]$	$[4,4]$	b_2	$[1,1]$	$[2,5]$	$[2,5]$
b_3	$[3,2]$	$[3,4]$	$[4,2]$	b_3	$[2,3]$	$[3,2]$	$[2,3]$	b_3	$[3,3]$	$[3,2]$	$[2,3]$

Presja ze strony rosnącej konkurencji sprawia, że obaj gracze dążą do osiągnięcia jak najlepszych wyników finansowych (ze swego punktu widzenia), a przy tym – w miarę możliwości – do pogorszenia wyników konkurentów (cel minimalnie antagonistyczny).

Problem sprowadza się do odpowiedzi na pytanie: który z wariantów oferty detalicznej gracz A powinien wybrać, a więc w istocie do gry podwójnej, w której została ustalona kolejność ruchów jak w przypadku $\mathcal{ABH}$. Ponadto obaj gracze znają nawzajem swój sposób rozegrania gry (cel minimalnie antagonistyczny). Znają też nawzajem swoje macierze wypłat. Do rozwiązania tego problemu można zastosować omówioną uprzednio metodę (patrz str. 53).

Etap 1. Określenie dla każdej z gier $\mathfrak{a}_i$ zbioru możliwych wyników negocjacji (wybranych strategii h_l) i odpowiadających im decyzji na rynku detalicznym gracza B (b_j) oraz odpowiadających im par wypłat $[V_{ijl}^A, V_{ijl}^B]$

W pierwszej kolejności należy ustalić, jakie są potencjalnie możliwe wyniki każdej z gier pojedynczych $\mathfrak{a}_i$. Przedyskutowane zostaną więc poszczególne gry w celu odrzucenia tych strategii, które nie powinny zostać wybrane.

- **Analiza gry $\mathfrak{a}_1$**

Macierz wypłat w grze pojedynczej $\mathfrak{a}_1$ przedstawia się jak w tablicy 7.

Tabl. 7. Macierz wypłat z gry pojedynczej $\mathfrak{a}_1$

Strategie	h_1	h_2	h_3
b_1	$[2,3]$	$[3,1]$	$[1,4]$
b_2	$[2,2]$	$[5,3]$	$[3,5]$
b_3	$[3,2]$	$[3,4]$	$[4,2]$

Gdyby gracz B wybrał strategię b_1, wówczas teoretycznie są możliwe trzy wyniki: $[2,3]$, $[3,1]$ i $[1,4]$. W praktyce jednak z racji na fakt, że strategia h_1 jest strategią rekomendowaną przez regulatora, ona w rzeczywistości będzie wynikiem negocjacji. Na wybór strategii h_2 nie zgodzi się gracz B, wówczas bowiem otrzymałby wypłatę ($V^B = 1$) mniejszą niż w przypadku strategii rekomendowanej ($V^B = 3$).

Z tych samych względów na wybór strategii h_3 nie zgodziłby się gracz A. W przypadku wyboru strategii b_1 jest możliwy więc jedynie wynik $[2,3]$ odpowiadający wyborowi na rynku hurtowym strategii h_1.

Ciekawa sytuacja zachodzi w przypadku, gdyby gracz B wybrał strategię b_2. Wynik $[2,2]$, odpowiadający strategii rekomendowanej h_1, jest wynikiem gorszym dla obu graczy niż wyniki, odpowiadające strategiom h_2 i h_3. W tym przypadku jednak obaj gracze będą dążyli w negocjacjach do wyboru innej strategii. Gracz A będzie dążył do wyboru strategii h_2, co dałoby wynik $[5,3]$, gracz B natomiast do wyboru strategii h_3, co dałoby wynik $[3,5]$. Sytuacja jest trudna, gdyż nie ma efektywnego rozwiązania kompromisowego. Nie można zatem wykluczyć, że gracze nie zawrą porozumienia i negocjacje zostaną zerwane, co w efekcie da im wynik nieefektyny $[2,2]$. Należy liczyć się z tym, że wynikiem negocjacji może być każda ze strategii h_l.

Jeżeli gracz B wybierze strategię b_3, wynik odpowiadający rekomendowanej przez regulatora strategii h_1 również nie jest rozwiązaniem efektywnym. Jednak na wyborze innej strategii może skorzystać tylko jeden z graczy. Wybór strategii h_2 przynosi korzyść jedynie graczowi B, wybór strategii h_3 – jedynie graczowi A. W tej sytuacji, ze względu na fakt, że gracze kierują się celem minimalnie antagonistycznym, dążąc w pierwszej kolejności do wyboru strategii najkorzytniejszej dla siebie, a w przypadku niejednoznaczności wyniku do wyboru strategii dającej gorszą wypłatę drugiemu graczowi, jedynym akceptowalnym przez obie strony rozwiązaniem jest wybór strategii h_1 (strategii rekomendowanej przez regulatora), co da wynik $[3,2]$.

Z punktu widzenia problemu decyzyjnego gracza A, w grze podwójnej jest istotna odpowiedź na pytanie o to, którą ze strategii b_j wybierze gracz B. Wymaga to porównania, z punktu widzenia celu gracza B, wyników, jakie mogą ustalić się w rezultacie wyboru poszczególnych strategii b_j.

Jeśli gracz B wybrałby strategię b_1, ustali się wynik $[2,3]$. Jeśli gracz B wybierze strategię b_2, ustali się jeden z wyników: $[2,2]$, $[5,3]$ lub $[3,5]$. Jeśli gracz B wybierze strategię b_3, ustali się wynik $[3,2]$. Pewne jest, że gracz B nie wybierze strategii b_3, to bowiem dałoby mu wypłatę gorszą ($V^B = 2$) niż w przypadku wyboru strategii b_1 ($V^B = 3$).

Można również założyć, że motywacją wyboru strategii b_2 nie będzie z pewnością nadzieja uzyskania wyniku $[5,3]$, gdyż minimalnie antagonistyczne nastawienie gracza B sugerowałoby mu raczej wybór strategii b_1, co, bez straty dla niego, da gorszą wypłatę graczowi A. Wybór strategii b_2 może więc być motywowany jedynie nadzieją na osiągnięcie wyniku $[3,5]$. W trakcie rozgrywania gry pojedynczej gracz B może wykorzystać tę sytuację, stawiając warunek graczowi A, że wybierze strategię b_2 tylko wówczas, gdy gracz A zgodzi się na wybór strategii h_3. Z punktu widzenia dopiero co zakończonej (wyborem strategii a_1) gry podwójnej, gracz A sam może taką propozycję złożyć, ale pod warunkiem, że gracz B wybierze strategię b_2. Jeśli taka propozycja zostanie złożona, to gracz A może przyjąć, że gracz B wybierze w grze $\mathfrak{a}_1$ strategię b_2.

Jaki będzie wówczas wynik? Jeśli przyjęta propozycja będzie wiarygodna, wynikiem będzie $[3,5]$. Jednak gdy już dojdzie do negocjacji warunków umowy hurtowej $\mathcal{H}$, czyli już po wyborze strategii a_1 i b_2, gra może zacząć się od nowa. Stawiając na szali własną reputację, jako wiarygodnego gracza, gracz A może zacząć zabiegać o uzyskanie wyniku $[5,3]$. Wybór strategii b_2 zależy więc od tego, czy gracz B postrzega gracza A jako wiarygodnego. Przed potencjalnym niedotrzymaniem słowa przez gracza A, gracz B może się zabezpieczyć, czyniąc proces ustalania cen detalicznych b_j elementem procesu negocjacji $\mathcal{H}$, czyli w istocie przekształcając przypadek $\mathcal{ABH}$ w przypadek $\mathcal{A}(\mathcal{BH})$ [5].

Możliwy jest jednak także wybór strategii b_2, mimo braku uprzednio złożonych deklaracji przez gracza A oraz braku postawionych przez gracza B wstępnych warunków. Gracz B może po prostu ryzykować wybór strategii b_2 w nadziei, że uda mu się wynegocjować zasady określone przez h_3 (co jest zgodne z minimalnie antagonistycznym celem, do jakiego dąży), a w najgorszym razie może zgodzić się na strategię h_2, która co prawda względem strategii b_1 nie będzie zbyt dobrze odzwierciedlać celu (minimalnie) antagonistycznego, ale przynajmniej nie przyniesie mu straty (w sensie wartości wypłaty V^B).

Podsumowując, gracz A nie może mieć pewności, który z wyników w ostateczności ustali się. Rozsądne jest więc założenie, że gra $\mathfrak{a}_1$ może się zakończyć jednym z czterech wyników: $[2,3]$, $[2,2]$, $[5,3]$ lub $[3,5]$.

- **Analiza gry $\mathfrak{a}_2$**

Macierz wypłat w grze pojedynczej $\mathfrak{a}_2$ przedstawia się jak w tablicy 8.

Tabl. 8. Macierz wypłat z gry pojedynczej $\mathfrak{a}_2$

Strategie	h_1	h_2	h_3
b_1	$[1,2]$	$[2,3]$	$[3,2]$
b_2	$[5,2]$	$[4,3]$	$[4,4]$
b_3	$[2,3]$	$[3,2]$	$[2,3]$

Gdy gracz B wybierze strategię b_1, w ramach negocjacji $\mathcal{H}$ gracz A będzie dążył do wyboru strategii h_3, natomiast gracz B do wyboru strategii h_2. Warto zauważyć, że strategia rekomendowana przez regulatora h_1 jest – w sensie celu (minimalnie antagonistycznego), do jakiego dążą gracze – strategią zdominowaną jedynie przez strategię h_2, kiedy to obaj gracze uzyskują lepsze rozwiązanie $[2,3]$. Strategia h_3 dominuje nad strategią h_1 jedynie z punktu widzenia gracza A, otrzymuje on bowiem poprawę swego wyniku, bez pogorszenia wypłaty gracza B. Z punktu widzenia gracza B zachodzi jednak już dominacja odwrotna. Gracz B bowiem, oprócz maksymalizacji własnej wypłaty, jest zainteresowany również minimalizacją wypłaty gracza A, a zatem wynik $[1,2]$ jest dla niego bardziej pożądany. Oczywiste jest więc, że strategia h_3 nigdy nie zostanie wybrana – nie zgodzi się na to gracz B.

Ciekawą kwestią jest tutaj sposób argumentowania, jaki w trakcie negocjacji $\mathcal{H}$ gracz B mógłby stosować. Wcale nie musiałby otwarcie mówić, że dąży do pogorszenia wypłaty gracza A. Wystarczy, że odwołałby się do wyniku $[2,3]$, zarzucając nie zgadzającemu się na jego przyjęcie graczowi A brak dobrej woli. W istocie, traktując wynik $[1,2]$ jako swoiste *status quo*, wynik $[2,3]$, równomiernie (w sensie bezwzględnych przyrostów) poprawiający sytuację obu graczy, jawi się jako rozwiązanie bardziej uczciwe. Słusznie zatem można się spodziewać, że jeśli tylko gracze utrzymają swe minimalnie antagonistyczne nastawienie, rezultatem gry będzie $[2,3]$.

W sytuacji wyboru strategii b_2 oczywistym wynikiem negocjacji będzie $[5,2]$, odpowiadający wyborowi przez gracza A strategii h_1, rekomendowanej przez regulatora. Podobnie, w przypadku wyboru strategii b_3 wynikiem będzie $[2,3]$, który ustali się albo w rezultacie wyboru strategii h_1, albo h_3.

Na podstawie przeprowadzonych analiz można się spodziewać, że gracz B wybierze strategię b_3, co doprowadzi do wyniku $[2,3]$. Jest to rozwiązanie nieefektywne. Lepsze wyniki obaj gracze uzyskaliby wówczas, gdyby gracz B wybrał strategię b_2, a wynikiem negocjacji byłaby strategia h_3.

Gracz B jednak słusznie obawia się, że w przypadku gdyby wybrał strategię b_2, gracz A zerwie negocjacje i w rezultacie ustali się wynik $[5,2]$, określony przez strategię h_1. Widać więc, że dla obu graczy byłoby korzystnie, gdyby gracz A złożył obietnicę, że w przypadku gdy gracz B wybierze strategię b_2, on zgodzi się na wybór strategii h_3.

A zatem wynik gry $\mathfrak{a}_2$ zależy od postawy gracza A oraz postrzeganej przez gracza B wiarygodności jego obietnicy. Jeśli gracz A złoży wiarygodną obietnicę wyboru strategii h_3 (np. obniżając wartość własnej wypłaty dla strategii h_1 z $V^A = 5$ do $V^A = 3$), może się spodziewać wyniku $[4,4]$. Jeśli takiej obietnicy nie złoży lub gracz B w nią nie uwierzy, wynikiem będzie nieefektywne $[2,3]$.

- **Analiza gry $\mathfrak{a}_3$**

Macierz wypłat w grze pojedynczej $\mathfrak{a}_3$ przedstawia się jak w tablicy 9.

Tabl. 9. Macierz wypłat z gry pojedynczej $\mathfrak{a}_3$

Strategie	h_1	h_2	h_3
b_1	$[5,2]$	$[3,4]$	$[4,4]$
b_2	$[1,1]$	$[2,5]$	$[2,5]$
b_3	$[3,3]$	$[3,2]$	$[2,3]$

Gdy gracz B wybierze strategię b_1, wynikiem negocjacji będzie strategia rekomendowana h_1 (co jest w interesie gracza A), w rezultacie czego ustali się wynik $[5,2]$.

W sytuacji wyboru strategii b_2 minimalnie antagonistyczne podejście gracza A będzie przyczyną zgody na wybór strategii h_2 lub h_3, co da wynik $[2,5]$.

Ciekawa sytuacja zachodzi w przypadku wyboru strategii b_3. Tu, z racji na (minimalnie) antagonistyczny cel obu graczy, obaj będą dążyli do wyboru innej strategii: gracz A do wyboru strategii h_2, co dałoby wynik $[3,2]$, gracz B zaś do wyboru strategii h_3, co dałoby wynik $[2,3]$. Oczywiście, nie są to wyniki efektywne[①]. Względem każdego z nich, jeden z graczy korzysta na wyborze strategii h_1. Nie można zatem oczekiwać innego wyniku jak $[3,3]$, co jest rezultatem wyboru strategii rekomendowanej.

W rezultacie można się spodziewać, że w grze $\mathfrak{a}_3$ gracz B wybierze strategię b_2, co doprowadzi do wyniku $[2,5]$. Wynik ten jest efektywny, ale z całą pewnością nie zadowoli gracza A.

Czy w jakiś sposób gracz ten może wpłynąć na poprawę swego wyniku? Odpowiedź jest pozytywna. Gracz A może wysunąć groźbę wobec gracza B, że w przypadku gdy ten wybierze strategię b_2, on zerwie negocjacje, ustalając strategię h_1, co da wynik $[1,1]$, nieznacznie gorszy dla gracza A i znacząco gorszy dla gracza B. Jaką alternatywę ma gracz B w przypadku, gdy uzna groźbę za wiarygodną? Korzystnie będzie dla niego wybrać strategię b_3, co doprowadzi do wyniku $[3,3]$. Nie jest to jednak wynik efektywny. Obaj gracze skorzystaliby wówczas, gdyby gracz B wybrał strategię b_1, a rezultatem negocjacji byłaby strategia h_3, co dałoby wynik $[4,4]$. Jednak gracz B może się słusznie obawiać, że w przypadku gdyby wybrał strategię b_1, gracz A zerwie negocjacje, ustalając w ten sposób strategię h_1, co dałoby wynik $[5,2]$.

[①] *Do takich (nieefektywnych) wyników prowadzą strategie antagonistyczne.*

Widać więc, że korzystne dla gracza A może być nie tylko wysunięcie groźby zerwania negocjacji w przypadku wyboru strategii b_2, ale również złożenie wiarygodnej obietnicy, że w przypadku gdy gracz B wybierze strategię b_1, gracz A zgodzi się na wybór strategii h_3.

Gracz A może się zatem spodziewać następującego wyniku:

- $[2,5]$, jeśli nie wysunie groźby wyboru strategii h_1, gdy zostanie ustalona strategia b_2;
- $[2,5]$ lub $[1,1]$, jeśli gracz B nie uzna za wiarygodną jego groźbę $[1,1]$, jeśli groźbę spełni i $[2,5]$, gdy jej wykonania zaniecha;
- $[3,3]$, jeśli wysunie wiarygodną groźbę bez obietnicy lub z obietnicą, której gracz B nie uzna za wiarygodną;
- $[4,4]$, jeśli wysunie wiarygodną groźbę oraz obietnicę i je dotrzyma;
- $[5,2]$, jeśli nie dotrzyma obietnicy (połączonej z groźbą), w którą gracz B uwierzy.

Etap 2. Stworzenie skalarnej miary oceny ($\mathcal{V}_{il}^{A}$) poszczególnych wyników gry $[V_{ijl}^{A}, V_{ijl}^{B}]$, odpowiadającej celowi, do jakiego dąży gracz A (indywidualnie efektywny lub antagonistyczny) i przypisanie poszczególnym wynikom ich wartości wyznaczonej przez tę miarę

Gracz A rozgrywa grę w sposób minimalnie antagonistyczny. Do oceny poszczególnych wartości wypłat przyjmie zatem następujące kryterium skalaryzujące:

$$\mathcal{V}^{A}\left([V^{A}, V^{B}]\right) = w_A \cdot V^{A} - w_B \cdot V^{B}. \tag{23}$$

Dla spełnienia warunku $w_A \gg w_B$ zostanie przyjęte: $w_A = 100$, $w_B = 1$.

Zgodnie z uprzednio przeprowadzonymi analizami, wyniki rozegrania poszczególnych gier pojedynczych mogą być następujące:

- w grze $\mathfrak{a}_1$: $[2,3]$, $[2,2]$, $[5,3]$ lub $[3,5]$;
- w grze $\mathfrak{a}_2$: $[4,4]$ lub $[2,3]$ – zakłada się tu, że gracz A przedstawi graczowi B obietnicę wyboru strategii h_3, w przypadku gdy zostanie wybrana strategia b_2, co może doprowadzić do wyniku $[4,4]$; w momencie rozgrywania gry podwójnej (ustalania ceny na rynku detalicznym $\mathcal{A}$, gracz A jednak nie może mieć pewności, że gracz B obietnicę przyjmie, stąd możliwy wynik $[2,3]$;
- w grze $\mathfrak{a}_3$: $[2,5]$, $[3,3]$ lub $[5,2]$ – zakłada się tu, że gracz A wysuwa wobec gracza B groźbę zerwania negocjacji (wyboru strategii rekomendowanej h_1), w przypadku gdy gracz B wybierze strategię b_2 oraz obietnicę zgody na strategię h_3, w przypadku wyboru strategii b_1; gracz A nie zamierza jednak dotrzymać ani groźby, ani obietnicy; jeśli gracz B nie uwierzy w groźbę gracza A, ustali się wynik $[2,5]$; jeśli uwierzy w groźbę, ale nie uwierzy w obietnicę, ustali się wynik $[3,3]$; jeśli uwierzy i w groźbę, i w obietnicę, ustali się wynik $[5,2]$.

Poszczególnym wynikom odpowiadają więc następujące wartości skalarne:

- w grze $\mathfrak{a}_1$:

$$\mathcal{V}^A\Big([2,3]\Big) = 100 \cdot 2 - 1 \cdot 3 = 197,$$

$$\mathcal{V}^A\Big([2,2]\Big) = 100 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 198,$$

$$\mathcal{V}^A\Big([5,3]\Big) = 100 \cdot 5 - 1 \cdot 3 = 497,$$

$$\mathcal{V}^A\Big([3,5]\Big) = 100 \cdot 3 - 1 \cdot 5 = 295;$$

- w grze $\mathfrak{a}_2$:

$$\mathcal{V}^A\Big([4,4]\Big) = 100 \cdot 4 - 1 \cdot 4 = 396,$$

$$\mathcal{V}^A\Big([2,3]\Big) = 100 \cdot 2 - 1 \cdot 3 = 197;$$

- w grze $\mathfrak{a}_3$:

$$\mathcal{V}^A\Big([2,5]\Big) = 100 \cdot 2 - 1 \cdot 5 = 195,$$

$$\mathcal{V}^A\Big([3,3]\Big) = 100 \cdot 3 - 1 \cdot 3 = 297,$$

$$\mathcal{V}^A\Big([5,2]\Big) = 100 \cdot 5 - 1 \cdot 2 = 498.$$

Poszczególne gry można więc opisać następującymi wektorami wartości skalarnych, odpowiadających wartościom wyników możliwych do uzyskania w tych grach:

- gra $\mathfrak{a}_1$ – wektor $[197, 198, 497, 295]$;
- gra $\mathfrak{a}_2$ – wektor $[396, 197]$;
- gra $\mathfrak{a}_3$ – wektor $[195, 297, 498]$.

Etap 3. Określenie pożądanego sposobu agregacji $\Upsilon(\mathcal{V}_{il}^A)$ (agregacja względem strategii h_l) poszczególnych wartości skalarnych i wybór określonej strategii a_i dla której agregat przyjmuje wartość największą

Ostateczna ocena danej strategii a_i zależny od sposobu agragacji, jaki gracz A przyjmie w celu porównania wektorów wartości skalarnych, opisujących możliwe wyniki każdej z gier. Jeśli gracz A będzie się kierował agregacją Walda postaci:

$$\Upsilon_i = \min_l \mathcal{V}_{il}^A,$$

wówczas dla poszczególnych gier otrzyma się:

- w grze $\mathfrak{a}_1$ – $\Upsilon_1 = \min(197, 198, 497, 295) = 197$;
- w grze $\mathfrak{a}_2$ – $\Upsilon_2 = \min(396, 197) = 197$;
- w grze $\mathfrak{a}_3$ – $\Upsilon_3 = \min(195, 297, 498) = 195$.

Jeśli gracz A będzie się kierował agregacją optymistyczną postaci:

$$\Upsilon_i = \max_l \mathcal{V}_{il}^A,$$

wówczas dla poszczególnych gier otrzyma się:

- w grze $\mathfrak{a}_1$ – $\Upsilon_1 = \max(197, 198, 497, 295) = 497$;
- w grze $\mathfrak{a}_2$ – $\Upsilon_2 = \max(396, 197) = 396$;
- w grze $\mathfrak{a}_3$ – $\Upsilon_3 = \max(195, 297, 498) = 498$.

Jeśli gracz A będzie się kierował agregacją Laplace'a postaci:

$$\Upsilon_i(\mathcal{V}_{il}^A) = \frac{1}{L}\sum_l \mathcal{V}_{il}^A,$$

wówczas dla poszczególnych gier otrzyma się:

- w grze $\mathfrak{a}_1$ – $\Upsilon_1 = \frac{1}{4}(197 + 198 + 497 + 295) = 296,75$;
- w grze $\mathfrak{a}_2$ – $\Upsilon_2 = \frac{1}{2}(396 + 197) = 296,5$;
- w grze $\mathfrak{a}_3$ – $\Upsilon_3 = \frac{1}{3}(195 + 297 + 498) = 330$.

Niezależnie od sposobu agregacji, gracz A powinien wybrać taką strategię a_k, która da mu największą wartość agregatu Υ_k:

$$a_k = \arg\max_i \Upsilon_i.$$

W przypadku wyboru agregacji Walda gracz A powinien wybrać zatem strategię a_1 lub a_2, natomiast przyjmując agregację optymistyczną lub Laplace'a – strategię a_3. Wybór określonej strategii powinien jednak być poparty głębszą analizą. Dla przykładu, w przypadku wyboru agregacji optymistycznej maksymalna wartość skalarna dla gry a_3 jest niewiele lepsza (równa 498) od wartości z gry a_1 (równa 497). W przeprowadzonej analizie szacuje się jedynie wartości liczbowe, odzwierciedlające poszczególne wyniki gry. Liczby te jednak nie uwzględniają zysków i strat „innej natury". Jak to wcześniej powiedziano, w grze a_3 gracz A może uzyskać wartość najlepszą 498 jedynie wówczas, gdy uprzednio wysunie wobec gracza B groźbę, a ponadto złoży obietnicę, której nie dotrzyma. Liczba 498 nie uwzględnia więc ani kosztów reputacji gracza A, ani też jego kosztów moralnych. Wartość 497, odpowiadająca najlepszemu wynikowi z gry $\mathfrak{a}_1$, choć zapewne nie jest prostsza do uzyskania od poprzedniej, jednak pozostawia lepszy obraz gracza A i to nie tylko w jego własnych oczach[1], lecz także i konkurenta.

□

Bibliografia

[1] Dawson R.: *Sekrety udanych negocjacji*. Warszawa, Wydawnictwo Santorski & Wamex, 1997

[2] Fisher R., Ury W., Patton B.: *Dochodząc do TAK – negocjowanie bez poddawania się*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2000

[1] *Oczywiście, przy odpowiednim poziomie wrażliwości etycznej gracza A.*

[3] Laskowski S.: *Criteria of choosing strategy in games against nature*. W: *The Fifth International Conference on Decision Support for Telecommunications and Information Society*, Warszwa, 2005

[4] Laskowski S.: *Game against nature: playing on competitive telecommunications services market without knowledge of competitors' costs.* W: *The Fourth International Conference on Decision Support for Telecommunications and Information Society*, Warszawa, 2004

[5] Laskowski S.: *Opracowanie narzędzi analitycznych do wspomagania decyzji dotyczących wysokości opłat taryfikacyjnych i stawek rozliczeniowych na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym*. Warszawa, Instytut Łączności, 2005

[6] Laskowski S.: *O kolejności ruchów w dwuosobowej grze na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym z asymetrią informacyjną*. Telekomunikacja i Techniki Informacyjne, 2005, nr 3–4, s. 47–68

[7] Laskowski S.: *O roli informacji na temat macierzy wypłat w konkurencyjnej grze na rynku telekomunikacyjnym*. Telekomunikacja i Techniki Informacyjne, 2004, nr 3–4, s. 61–72

[8] Laskowski S.: *Wspomaganie procesu ustalania cen detalicznych i negocjacji stawek rozliczeniowych na konkurencyjnym rynku usług telekomunikacyjnych*. Rozprawa doktorska. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, 2006

[9] Laskowski S.: *Wspomaganie procesu ustalania cen detalicznych na konkurencyjnym rynku telekomunikacyjnym z asymetrią informacyjną.* Telekomunikacja i Techniki Informacyjne, 2006, nr 1–2, s. 25–50

[10] Ogryczak W.: *Wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka.* Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2002

[11] Piątek S.: *Prawo telekomunikacyjne Wspólnoty Europejskiej.* Warszawa, Wydawnictwo C. H. Beck, 2003

[12] Raiffa H.: *The Art and Since of Negotiation*. Cambridge, Harvard University Press, 1982

[13] Rządca R. A.: *Negocjacje w interesach*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2003

[14] Stachurski A., Wierzbicki A. P.: *Podstawy optymalizacji*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1999

[15] Straffin P. D.: *Teoria gier*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe Scholar, 2001

[16] Toczyłowski E.: *Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach*. Warszawa, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2002

[17] Toczyłowski E.: *Optymalizacja w badaniach operacyjnych*. Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 1996

[18] Ury W.: *Odchodząc od NIE – negocjowanie od konfrontacji do kooperacji.* Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2000

[19] Wierzbicki A. P.: *Optymalizacja i wspomaganie decycji.* Skrypt wykładu. Warszawa, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, 2000

[20] Wierzbicki A. P.: *Reference point methods in vector optimization and decision support.* Interim Report IR-98-017, Laxenburg, International Institute for Applied Systems Analysis, 1998

[21] Wierzbicki A. P., Makowski M.: *Multi-objective optimization in negotiation support.* Technical Report, Laxenburg, International Institute for Applied Systems Analysis, 1992

[22] Worobiew N., Kofler E., Greniewski H.: *Strategia gier.* Warszawa, Książka i Wiedza, 1969

Sylwester Laskowski

Dr inż. Sylwester Laskowski (1973) – absolwent Wydziału Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej (1999); absolwent Wydziału Instrumentalnego Warszawskiej Akademii Muzycznej (2003); pracownik naukowy Instytutu Łączności w Warszawie (od 2004); zainteresowania naukowe: techniki informacyjne, wspomaganie decyzji, analiza wielokryterialna, sztuka i technika negocjacji, teoria gier, rynek telekomunikacyjny i współpraca międzyoperatorska.
e-mail: S.Laskowski@itl.waw.pl