

## NAPRĘŻENIOWO-DRGANIOWE MODELE DIAGNOSTYCZNE ZMĘCZENIOWYCH USZKODZEŃ KÓŁ ZĘBATYCH

Stanisław RADKOWSKI, Maciej ZAWISZA

Instytut Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej

02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84, (0-22) 660-72-86, [ras@simr.pw.edu.pl](mailto:ras@simr.pw.edu.pl), [mzawisza@simr.pw.edu.pl](mailto:mzawisza@simr.pw.edu.pl)

### Streszczenie

Możliwość diagnozowania rozwoju uszkodzeń, w szczególności pęknięć zmęczeniowych stało się impulsem do podjęcia prac nad zagadnieniami prognozowania trwałości zmęczeniowej krytycznych elementów maszyn i urządzeń. Spośród wielu zagadnień związanych z tym tematem, szczególne miejsce zajmuje problematyka diagnozowania okresu pre-nukleacyjnego oraz wykrywania inicjacji pęknięcia zmęczeniowego. Zainteresowanie tą tematyką zaowocowało wieloma opracowaniami, w których autorzy proponują różne modele i związane z tym rozwiązania tego problemu. W celu określenia użyteczności sygnału SWA do obserwacji różnego typu uszkodzeń kół zębatach analizie poddano analityczne postaci sygnałów przyspieszeń drgań obudowy zarejestrowane podczas przyspieszonych badań trwałościowych przekładni zębatej prowadzonych przy różnych wartościach obciążenia układu. Jego wielkość wiąże się ściśle z typem uszkodzenia koła. Powiązanie ich ze zmianami naprężeń w podstawie zęba pozwoli na analizę przydatności wybranych parametrów sygnału SWA generowanego przez przekładnię zębatą do opisu różnego typu uszkodzeń kół zębatach.

Słowa kluczowe: diagnostyka wibroakustyczna, modele diagnostyczne, zmęczeniowe pęknięcie zęba

### STRESS-VIBRATION DIAGNOSTIC MODELS OF FATIGUE TOOTH FAILURE

#### Summary

The possibility of diagnosis of defect development, particularly the fatigue-related cracks has given an impulse for starting the work on forecasting the resistance to fatigue (durability) of critical elements of machines and devices. Out of numerous issues related to this topic, it is the diagnosis of pre-nucleation period and detection of the initiation of fatigue-related cracks that occupy a special place. The interest in these topics resulted in the development of numerous studies whose authors have proposed various models and solutions of the problem. In order to determine the utility value of an SWA signal for the purpose of observation of various types of defects of toothed wheels, we subjected to analysis the analytical forms of the signals related to acceleration of vibration of the casing as registered during the accelerated durability tests of a toothed gear conducted for various system load values. The size of the load is directly related to the type of wheel defect. Linking the signals (?) to changes of stress at tooth base will enable the analysis of utility value of selected SWA signal parameters, generated by a toothed gear, for description of various types of toothed wheels defects.

Keywords: vibroacoustic diagnostics, diagnostic models, fatigue tooth failure

### WPROWADZENIE

Jak wynika z pracy [1], możliwość wykrywania i diagnozowania pęknięć zmęczeniowych stała się impulsem do podjęcia prac nad zagadnieniami prognozowania trwałości zmęczeniowej krytycznych elementów maszyn i urządzeń. Spośród wielu zagadnień związanych z tym tematem, szczególne miejsce zajmuje problematyka diagnozowania okresu pre-nukleacyjnego oraz wykrywania inicjacji pęknięcia zmęczeniowego.

Większość dotychczasowych badań zmęczeniowego pęknięcia zęba u podstawy polega na śledzeniu

wielkości pęknięcia zęba. Taki sposób prowadzenia eksperymentu niesie ze sobą możliwość popełnienia dużego błędu. Może on w przypadku badań wysokocyklowych wynosić nawet do 100% [2]. Stąd też autorzy postanowili poszukać innego parametru stanu technicznego, który dawałby większą wiarygodność prognozy o stanie badanej przekładni. Postanowiono więc odwołać się do zmian naprężeń w stopie zęba. Ze względu na istotne techniczne trudności związane z wykonywaniem pomiarów naprężeń w stopie zęba koła zębatego postanowiono sprawdzić czy istnieje możliwość opisanie zmian struktury naprężeń zmianami występującymi w

sygnale wibroakustycznym generowanym przez przekładnię zębatą. Umożliwiłoby to śledzenie zmian naprężeń koła zębatego na podstawie analizy sygnału SWA przekładni.

Analizę przeprowadzono na przykładzie rezultatów pomiarów drgań przeprowadzonych podczas prób zmęczeniowego wyłamania zęba w kole zębatym na laboratoryjnym stanowisku mocy krążącej.

Stanowisko do przyspieszonych badań wytrzymałości zmęczeniowej zęba wyposażono w układ telemetryczny firmy ESA Messtechnik GmbH, umożliwiający transmisję danych z wirujących elementów maszyn. Układ ten wykorzystano do pomiaru naprężeń u podstawy zęba koła zębatego w badaniach zmęczeniowej trwałości na stanowisku mocy krążącej znajdującym się w IPBM PW. Opis i działanie układu zaprezentowano w pracy [3]. Elementem pomiarowym były tensometry firmy MEASUREMENTS GROUP INC o oporności  $350\Omega \pm 0.2\%$ , stałej  $2.06 \pm 1.0\%$  i powierzchni bazowej  $0.79 \times 0.81$  mm, zakresie temperatur  $-75 \div 175^\circ\text{C}$ , naklejone u podstawy jednego z zębów. Umożliwia to śledzenie zmian naprężeń u podstawy zęba w trakcie zbliżania się do chwili wyłamania zęba. Pomiar naprężeń w kole zębatym odbywał się w czasie rzeczywistym podczas pracy przekładni (w oleju i w temperaturach do  $90^\circ\text{C}$ , prędkość obrotowa wału zębniaka ok.  $1460\text{obr}/\text{min}$ ).

Eksperyment przeprowadzono dla trzech kół zębatych, naklejając tensometry na nie uszkodzonym zębie.

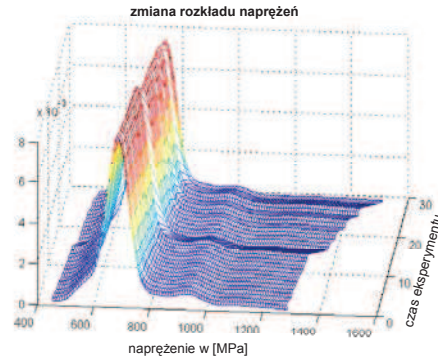
Jako układ odniesienia przyjęto odpowiedź dynamiczną przekładni uzyskaną w początkowej fazie eksperymentu laboratoryjnego.

Przeprowadzono analizę porównawczą parametrów statystycznych, odnoszących się zarówno do przebiegów jak i rozkładów, naprężeń u podstawy zęba i trzech opisanych wcześniej postaci analitycznych sygnału wibroakustycznego (sygnał po uśrednieniu synchronicznym, sygnał residualny i sygnał różnicowy) oraz obwiedni sygnału odfiltrowanego w pasmach obejmujących 1 lub 3 częstości obrotowe zębniaka wokół odpowiednio pierwszych 8-miu harmonicznych częstości ząbienia.

Analizowane parametry statystyczne to: wartość średnia, wariancja, asymetria, kurtoza, współczynniki Hermita i dwie postacie miary Kullback'a, jedna uwzględniająca tylko zmiany wariancji, druga dodatkowo analizująca zmiany wartości średniej. Postacie miary Kullbacka jak i współczynników Hermita opisano dokładnie w pracy [4].

W wyniku przeprowadzonej wstępnej analizy okazało się, że w trakcie całego eksperymentu nie występuje istotna zmiana wartości średniej naprężeń, natomiast informacja o zbliżaniu się do chwili wyłamania zęba zawarta jest w zmianie rozproszenia próbki. Potwierdzeniem tego spostrzeżenia jest obserwacja zmiany rozkładu amplitud naprężeń (Rys. 1).

Diagnostycznie użyteczne okazały się parametry odnoszące się do zmian wyższych momentów. Jest to spowodowane tym, że wraz z inicjacją i później rozwojem pęknięcia zmęczeniowego pojawiają się coraz większe zmiany w strukturze naprężeń w stopie uszkodzonego zęba wynikającą ze zmiany jego sztywności. Zwiększanie zaburzenia obciążenia na odcinku przyporu powoduje coraz bardziej udarową współpracę kół zębatych, objawiającą się zaburzeniami prędkości obrotowej wałów współpracujących kół. W sygnale drganiowym obudowy przekładni pojawia się coraz większa wartość maksymalnych amplitud.



Rys. 1. Zmiana rozkładu amplitud naprężeń w stopie zęba podczas eksperymentu

Powiększająca się nieliniowość jednoznacznie sugeruje poszukiwanie informacji diagnostycznej o zbliżającym się wyłamaniu w pasmach częstości związanych z modulacjami pochodzącymi od wałów współpracujących kół zębatych. Stąd też kolejne fazy uszkodzenia najwyraźniej wskazują parametry obliczone dla residualnego i różnicowego sygnału drganiowego oraz obwiedni sygnału odfiltrowanej w pasmach wokół wyższych harmonicznych ząbienia obejmujących modulacje prędkościami obrotowymi wałów.

Najlepsze wyniki osiągnięto dla przypadku wyłamania zęba bez pittingu, ponieważ rozwijający się pitting zakłóca analizowane pasmo częstości.

Podkreślić należy fakt, iż we wszystkich omawianych przypadkach zębów, który uległ wyłamaniu podczas eksperymentu nie był zębem, na którym naklejono tensometry.

#### DIAGNOSTYCZNY MODEL ZMĘCZENIOWEGO PĘKNIĘCIA ZĘBA U PODSTAWY

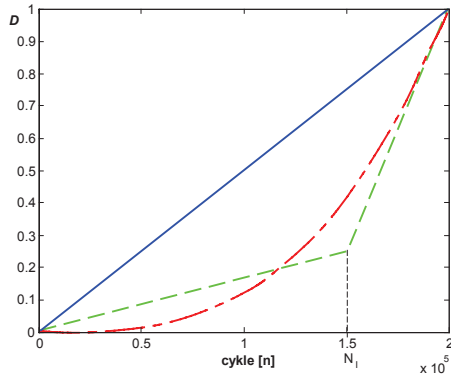
Przystępując do określenia modelu diagnostycznego przyjmijmy, że z wyników eksperymentu diagnostycznego miara rozwoju zmęczeniowego pęknięcia będzie miała postać:

$$D = C_1 \left( 1 - \frac{K(\theta)}{K(\theta_0)} \right) \quad (1)$$

gdzie:

$$C_1 = \frac{K(\theta)}{(K(\theta_0) - K(\theta_f))} - \text{czynnik skalujący}$$

$K(\theta)$  – miara Kullbacka dla czasu eksploatacji  $\theta$   
 $K(\theta_0)$  – miara Kullbacka na początku eksploatacji  
 $K(\theta_f)$  – miara Kullbacka w chwili wyłamania zęba  
 przy czym gdy  $K(\theta) = K(\theta_f)$  wówczas  $D = 1$ ,  
 natomiast gdy  $K(\theta) = K(\theta_0)$  to  $D = 0$ .



Rys. 2. Wibroakustyczne modele diagnostyki zmęczeniowego wyłamania zęba w przekładni zębatej

Odwołując się do znanych w mechanice zmęczeniowego zniszczenia modeli oraz sposobu prognozowania okresu zmęczeniowego zużycia łożysk [5] w podobny sposób zdefiniujemy zasady kumulacji uszkodzeń ze względu na przyjętą miarę rozwoju pęknięcia (Rys. 2) [6]:

$$D = \frac{N}{N_f} \quad - \text{dla liniowej zasady kumulacji}; \quad (2)$$

$$D = \left(\frac{N}{N_f}\right)^q \quad - \text{dla akumulacji opisaną krzywą}; \quad (3)$$

$$D = \lambda \frac{N}{N_i} \quad - \text{dla fazy inicjacji pęknięcia w}$$

modelu kumulacji opisanego dwoma odcinkami prostej; (4)

$$D = 1 + \frac{(1-\lambda)}{N_i - N_{ii}} (N - N_{ii}) \quad - \text{dla fazy propagacji}$$

pęknięcia w modelu kumulacji opisanego dwoma odcinkami prostej. (5)

gdzie:

- $N$  – liczba cykli dla danej próby;
- $N_f$  – liczba cykli do wystąpienia awarii;
- $q$  – wykładnik zależny od właściwości materiału i struktury;
- $N_i$  – liczba cykli do wystąpienia inicjacji;
- $N_{ii}$  – liczba cykli odpowiadająca fazie propagacji, przy czym  $N_i + N_{ii} = N_f$ ;
- $\lambda$  – współczynnik uszkodzenia występującego przy  $N_i$  liczbie cykli.

Korzystając z równania (1) oraz zależności (2÷5) otrzymamy odpowiednio:

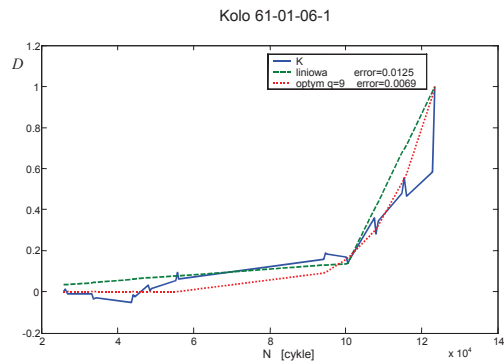
$$\frac{K(\theta)}{K(\theta_0)} = 1 - \frac{1}{C_1} \frac{N}{N_f} \quad (6)$$

$$\frac{K(\theta)}{K(\theta_0)} = 1 - \frac{1}{C_1} \left(\frac{N}{N_f}\right)^q \quad (6.27)$$

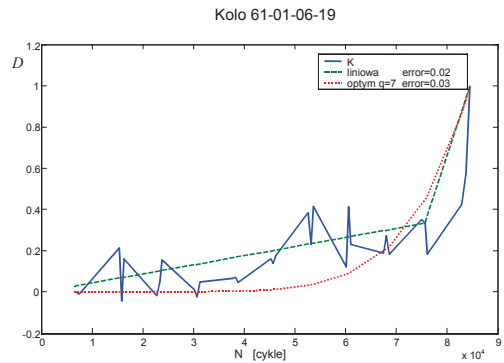
$$\frac{K(\theta)}{K(\theta_0)} = 1 - \lambda \frac{1}{C_1} \frac{N}{N_f} \quad (8)$$

$$\frac{K(\theta)}{K(\theta_0)} = 1 - \frac{1}{C_1} \left(1 + \frac{(1-\lambda)}{N_i - N_{ii}}\right) (N - N_{ii}) \quad (9)$$

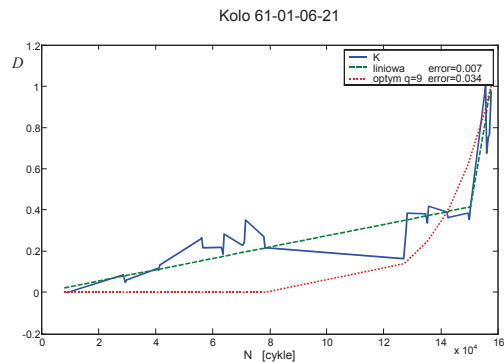
Jako parametr wejściowy do modelu diagnostycznego przyjęto funkcję regresji opisującą zmianę miary Kullbacka z naprężeń poprzez zmianę tejże miary sygnału residualnego i obwiedni sygnału wibroakustycznego odfiltrowanej wokół odpowiednio 4, 5 i 6 harmonicznej częstotliwości ząbienia w paśmie 60Hz.



Rys. 3. Wskaźnik kumulacji uszkodzenia  $D$  dla koła 61-01-06-1



Rys. 4. Wskaźnik kumulacji uszkodzenia  $D$  dla koła 61-01-06-19



Rys. 5. Wskaźnik kumulacji  $D$  uszkodzenia dla koła 61-01-06-21

Z przeprowadzonych analiz można zauważyć, że istnieje możliwość wyróżnienia okresu inicjacji, a występująca w okolicach tego punkt zmiana przebiegu krzywej sugeruje przyjęcie modelu określonego zależnościami (5) i (9).

Przebieg zmian przyjętej miary przedstawiono na rysunkach 3÷5.

Należy zwrócić uwagę na to, że w przypadku koła 61-01-06-1 opis kumulacji uszkodzenia krzywą wykładniczą okazał się bardziej dokładny. Wynika to z faktu łagodniejszego przejścia z fazy prawidłowej pracy przekładni w fazę inicjacyjną pęknięcia.

#### PODSUMOWANIE

Zasadniczym motywem pracy była analiza występowania uszkodzeń zmęczeniowych i możliwość diagnozowania zmęczeniowego zniszczenia koła zębatego znajdującego się pod dynamicznym obciążeniem. Z przeprowadzonych badań symulacyjnych i eksperymentów laboratoryjnych na stanowisku mocy krążącej wynika, że wpływ czynników losowych wzrasta wraz z rozwojem uszkodzenia zmęczeniowego.

Potwierdza to przyjęte na wstępie założenie o konieczności badania ewolucji rozkładów prawdopodobieństwa jako istotnego parametru diagnostycznego. Wykazano możliwość wyznaczenia granicznych wartości określonego parametru dla ustalenia okresów eksploatacji prowadzonej według rzeczywistego stanu technicznego oraz zidentyfikowania fazy rozwoju uszkodzenia.

Zmiany parametrów rozkładów prawdopodobieństwa zaobserwowane tak w przypadku naprężeń jak i wybranych parametrów mierzonego na obudowie przekładni sygnału wibroakustycznego potwierdzają tezę o istnieniu skorelowania pomiędzy naprężeniami, a zmianami struktury częstotliwościowej sygnału wibroakustycznego.

Należy zauważyć, że mimo istotnych różnic osobniczych poszczególnych próbek odpowiednie zależności regresji wielorakiej budowane są na podstawie tych samych parametrów sygnału wibroakustycznego.

Dodatkowo uzyskane równania regresji wielorakiej mogą być podstawą do zbudowania odpowiedniego algorytmu określania wartości alarmowych wielowymiarowego symptomu drganiowego umożliwiającego operatorowi podjęcie odpowiedniej decyzji eksploatacyjnej lub automatyczne wyłączenie nadzorowanego obiektu.

Zastosowany układ telemetryczny pozwolił potwierdzić istnienie jednoznacznych związków pomiędzy przyjętymi modelami diagnostycznymi a zmianami naprężeń obserwowanych na kole podczas prób trwałościowych.

Szczególnie cennym z tego punktu widzenia jest wykrycie zależności pomiędzy ewolucją rozkładu prawdopodobieństwa wartości amplitud w pasmach zmodulowanych wyższych harmonicznymi

częstotliwości ząbienia, a zmianami rozkładu amplitud naprężeń koła zębatego. Stanowi to bezpośrednie potwierdzenie przyjętej tezy o występowaniu informacyjnie istotnych zmian w widmie sygnału wibroakustycznego i rozwijającym się efekcie zmodulowania, spowodowanych zwiększającym się oddziaływaniem czynników stochastycznych w miarę rozwoju procesu zniszczenia zmęczeniowego.

#### LITERATURA

- [1] Radkowski S., 2003 Wykorzystanie sygnału wibroakustycznego w prognozowaniu rozwoju pęknięcia zęba w przekładni zębatej, Zimowa Szkoła Niezawodności, Szczyrk.
- [2] Boehner R., 1992 Bauteilund Anlagensicherheit. Vogel Buchverlag, Wuerzburg, Niemcy.
- [3] RADKOWSKI S., ZAWISZA M., 2003 Wykorzystanie sygnału wibroakustycznego w badaniu powstawania i rozwoju pęknięcia zmęczeniowego u postawy stopy zęba w przekładni zębatej, XXX Ogólnopolskie Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka.
- [4] RADKOWSKI S., 2002, Niezawodnościowo - zorientowana diagnostyka wibroakustyczna, XXX Zimowa Szkoła Niezawodności, Szczyrk, 348÷360.
- [5] QIU CH. ZHANG J., SETH B.B., LIANG S., 2002, Damage Mechanics Approach for Bearing Lifetime Prognostics, Mechanical systems and Signal Processing vol. 15 nr 5, str. 817÷829.
- [6] ZAWISZA M., 2003, Wykorzystanie informacji zawartej w sygnale wibroakustycznym do oceny prawdopodobieństwa wystąpienia awarii w przekładni zębatej, Rozprawa doktorska Politechnika Warszawska.



Prof. Stanisław RADKOWSKI profesor Instytutu Podstaw Budowy Maszyn PW, kierownik zespołu Diagnostyki Technicznej i Analizy Ryzyka, Prezes Polskiego Towarzystwa Diagnostyki Technicznej. Obecnie zajmuje się diagnostyką maszyn oraz analizą ryzyka technicznego



Dr inż. Maciej ZAWISZA pracownik naukowo-techniczny Instytutu Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej, członek Polskiego Towarzystwa Diagnostyki Technicznej. Obecnie zajmuje się diagnostyką maszyn., w szczególności diagnostyką procesów zmęczeniowych w

przekładniach zębatych.