

## ROZKŁAD SYMPTOMOWEJ MACIERZY OBSERWACJI POPULACJI JAKO POMOC W OCENIE JAKOŚCI WNIOSKÓW I OBIEKTÓW

Czesław CEMPEL

Politechnika Poznańska

Instytut Mechaniki Stosowanej, email: czeslaw.cempel@put.poznan.pl

### Streszczenie

Ocena wniosków przy staraniach o różne subsydia, czy też przy nagradzaniu, jest na ogół wielokryterialna i wieloosobowa. Mimo starań o obiektywizację w postaci kreowania symptomów liczbowych dochodzenie do konsensusu ma zawsze znamiona subiektywności. Okazuje się, iż w tym procesie ocenowym może być pomocna metoda rozkładu macierzy obserwowanych symptomów względem wartości szczególnych **SVD**. Praca pokazuje taką możliwość opierając się na danych symptomowej macierzy obserwacji (**SMO**) zaczerpniętych z praktyki. Pokazano, że nieznaczące odchylenia klasyfikacji wg **SVD** i stosowanej do tej pory metody występują dopiero poza pierwszą dziesiątką obiektów.

Słowa kluczowe: populacja obiektów, obserwacja wielu symptomowa, wnioskowanie statystyczne, **SVD**, ranking ocenowy.

### SVD DECOMPOSITION OF SYMPTOM OBSERVATION MATRIX AS THE HELP IN A QUALITY ASSESSMENT OF A GROUP OF APPLICATIONS

#### Summary

The objective assessment of the quality of some application for funding is multicriterial and multi expert task. There is some help possible by quantization of experts judgments and creation from these some composite symptoms and indexes, but it is hard to avoid subjectivity in some final decision. As it is shown in this paper some help in solving this problem can be obtained by forming symptom observation matrix (**SMO**) and successive application of singular value decomposition (**SVD**). By some case study it was shown that we can obtain full agreement of expert rankings and the **SVD** ordering, at least for the first 10 top position on the ranking list.

Key words: quality assessment, population of objects, ranking, **SVD**.

## 1. WSTĘP

Aktywność ludzka, zwłaszcza twórcza, jest bardzo rozległa i stale się rozrasta wraz z pozyskiwaniem nowej wiedzy, technologii i umiejętności. Coraz bardziej potrzebne są zatem poczynania integracyjne i oceniające tego co nowe i progresywne, by nagradzać, promować i wspierać preferowane kierunki rozwoju, oraz zamiary badawcze, innowacyjne i wdrożeniowe. Jest to zwłaszcza niezbędne przy skromnych środkach budżetowych na badania i innowacje, lub też w obliczu określonej puli nagród, bądź ilości środków na wsparcie danej aktywności.

Mamy zatem często następującą sytuację decyzyjną; jest określona liczba wniosków (propozycji badań), lub wyróżnienia badaczy z szerokiej dziedziny wiedzy i/lub technologii i do tego powołuje się **zespół ekspertów** oceniających o liczebności 3 do 7-dmiu, lub rzadziej więcej osób, dając im wszystkie wnioski i stawiając zadanie oceny wniosku przez liczbowe wartości jednakowych symptomów (np. w skali 1 - 5). Te symptomy jakości mogą być takie jak np.; innowacyjność, jakość zespołu i warsztatu badawczego, uznanie w środowisku, możliwości wdrożeniowe, wpływ na

rozwój dyscypliny, itp. Przy niezbyt rozbudowanej grupie ekspertów (np. 7) jest oczywiście możliwość ich spotkania i wypracowania wspólnego konsensusu i **rankingu**, zwłaszcza dla pierwszej grupy kilkunastu najlepszych wniosków, pozostawiając resztę na łasce uniwersalnego prawa **Pareto**<sup>1</sup>. I tak się to na ogół dzieje, ale od czasu do czasu tworzymy na podstawie symptomów pozyskanych od ekspertów jakieś miary zagregowane typu; średnia ocen wszystkich symptomów, średnia w danej grupie symptomów, rozstępy symptomów, a nawet tworzymy miary ilorazowe i różnego typu indeksy. Ekonomia i psychologia stanowią dobry przykład dziedzin, gdzie funkcjonują od dawna tego typu oceny, indeksy i wskaźniki [1, 2].

Natomiast z punktu widzenia teorii eksperymentu i statystycznej teorii decyzji mamy symptomową macierz obserwacji (**SMO**), której kolumny stanowią liczbowe symptomy (eksperci), a wiersze oceniane wnioski i możemy założyć, że cała informacja niezbędna do podjęcia decyzji jest

<sup>1</sup> Prawo **Pareto** stanowi, że dla każdej dostatecznie licznej populacji, 20% bytów (np. klientów) daje 80% zasobów (np. wkładów bankowych), jak to odkrył sam Pareto w 1901r.

zawarta w tej macierzy, należy ją tylko wyekstrahować stosowną obiektywną metodą obliczeniową. Powszechnie stosowana w psychologii metoda składowych głównych macierzy (principal component analysis - PCA) i jej uogólnienia [3] mają tę niedogodność, że składowe główne i wartości własne zagadnienia szuka się nie dla prostokątnej SMO, lecz dla kwadratowej macierzy kowariancji otrzymanej z SMO przez pomnożenie przez transponowaną SMO. Natomiast istnieje metoda bezpośredniej operacji na prostokątnej SMO, zwana rozkładem względem wartości szczególnych SVD (singular value decomposition), która wyodrębnia ortonormalne wektory szczególne i za ich pomocą niezależne charakterystyki i informacje zawarte w SMO. Jej poprawne działanie sprawdzone jest w wielu pracach z wielu uszkodzeniowej diagnostyki maszyn (np.[4]), gdzie wiersze SMO uporządkowane są względem rosnącego czasu życia obiektu. Jednak z punktu widzenia metody SVD nie stanowi to istotnego ograniczenia. Stąd też w niniejszej pracy nasuwa się możliwość wypróbowania tej metody wnioskowania statystycznego do hierarchizacji (rankingu) jakości wniosków, lub też innych obiektów z takimi atrybutami.

## 2. EKSTRAKCJA NIEZALEŻNYCH ŹRÓDEŁ INFORMACJI Z SYMPTOMOWEJ MACIERZY OBSERWACJI (SMO) POPULACJI OBIEKTÓW

Niech nasza SMO ma  $p$  wierszy (obserwowanych obiektów) i  $r$  kolumn (symptomów ocenowych), tak że możemy wprowadzić oznaczenie  $SMO=O_{pr}$ . Rozkład SVD tej macierzy daje nam jako wynik iloczyn trzech macierzy (patrz 1); od lewej idąc mamy ortonormalną macierz rzędu  $p$   $U_{pp}$  lewostronnych wektorów szczególnych, diagonalną macierz wartości szczególnych  $\Sigma_{pr}$  z wartościami szczególnymi na diagonalu uporządkowanymi malejąco, oraz ortonormalną macierz rzędu  $r$  prawostronnych wektorów szczególnych  $V_{rr}^T$ , [Kielbasiński92] jak niżej;

$$O_{pr} = U_{pp} * \Sigma_{pr} * V_{rr}^T, \quad (1)$$

( $T$ - transpozycja macierzy),

przy czym liczba niezerowych wartości szczególnych  $\sigma_i$  jest na ogół mniejsza niż wymiary  $p$  i  $r$ , bowiem

$$\Sigma_{pr} = \text{diag} (\sigma_1, \dots, \sigma_l), \quad (2)$$

Oraz

$$\sigma_{u+1} = \dots = \sigma_l = 0,$$

$$l = \max (p, r)$$

$$u \leq \min (p, r).$$

Wypada od razu powiedzieć, że wartość szczególna obrazuje tu intensywność (informacyjność) niezależnej cechy znalezionej w SMO i z praktyki można stwierdzić, że istotnych jest jedynie kilka pierwszych cech, reszta jest poniżej 10% czyli na poziomie szumu informacyjnego.

W dochodzeniu do rankingu obiektów istotny jest teraz problem wstępnej obróbki macierzy  $O_{pr}$ , bowiem symptomy (kolumny) można pozostawić jak zanotowano przez ekspertów bądź znormalizować (podzielić) przez wartość charakterystyczną wszystkich obserwacji danego symptomu, np. wartość średnią, najmniejszą, itd. Będzie to wtedy nadanie symptomom innej rangi wzajemnej i np. w diagnostyce maszyn normalizuje się symptomy do wartości początkowej, jak dla obiektu nowego tuż po uruchomieniu. Natomiast dla populacji obserwacji, bez zadanego wstępnego uporządkowania (np. czas życia w diagnostyce), będziemy normalizować do wartości średniej symptomu, co w efekcie reskaluje wszystkie symptomy do bezwymiarowych i sprowadza ich zmienność do rozstępu w okolicach jedności. Tym samym likwidujemy wpływ wartości średniej symptomu na końcową decyzję. Kolejnym sposobem przetworzenia, i tym samym reskalowania, SMO jest centrowanie symptomów przez odjęcie wartości normalizowanej, czyli w naszym przypadku wartości średniej. Tak przetworzone symptomy w SMO pokazują swoją zmienność wokół wartości zerowej, wymiarowej lub bezwymiarowej, zależnie od tego czy oba przekształcenia zastosowaliśmy łącznie lub nie. Wtedy większego znaczenia nabiera zmienność symptomu mierzona np. jego rozstępem  $R$ .

Szukając niezależnego uporządkowania obiektów w SMO możemy to robić każdorazowo wzdłuż wymiaru obserwacji -  $p$  i wzdłuż wymiaru symptomów -  $r$ . Za każdym razem będzie to inny problem decyzyjny. I tak, np. porządkowanie wzdłuż wymiaru obserwacji służy do oceny wniosków, a drugi wymiar może służyć do oceny informacyjności i niezależności zastosowanych symptomów. Niżej dla jasności prezentacji skupimy się na rankingu obiektów opisanych zadanymi symptomami, a zrobimy to na przykładzie oceny kilkudziesięciu wniosków o finansowanie badań<sup>2</sup>.

## 3. RANKING WNIOSKÓW O WSPARCIE BADAŃ OPISANYCH PRZEZ SMO PRZY UŻYCIU SVD

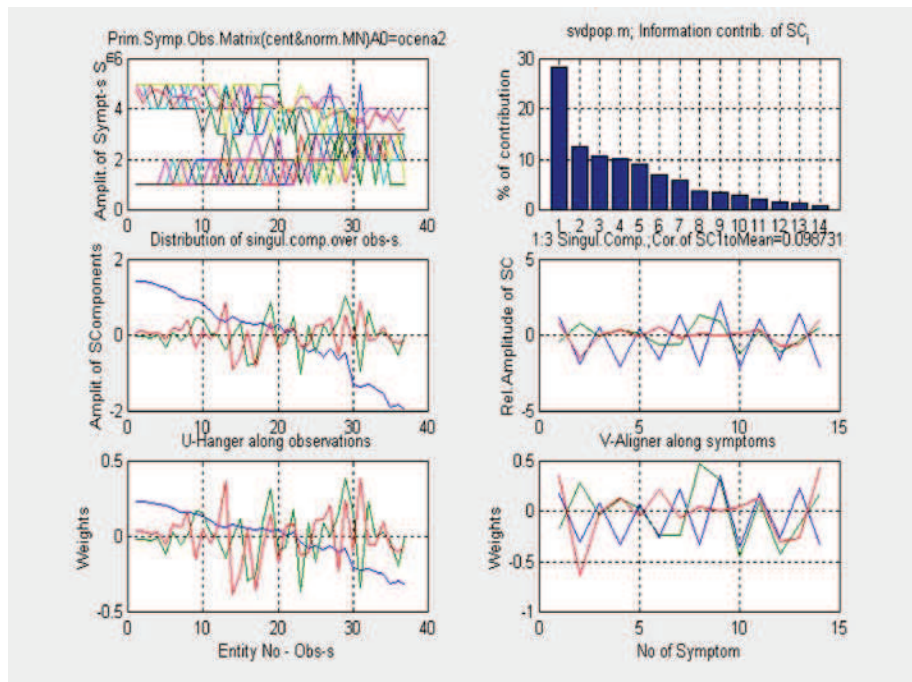
W pewnej organizacji wspierającej badania ogłoszono konkurs w dziedzinie nauk technicznych i w efekcie uzyskano 37 wniosków spełniających wszystkie postawione uwarunkowania niezbędne dla uruchomienia finansowania. Dla wybrania najlepszych wniosków powołano zatem 7 ekspertów prosząc ich o dwu symptomową ocenę; ocenę jakości każdego wniosku w pięciostopniowej skali 1 do 5 (najlepszy) i wskazanie kolejności (rangi) finansowania w trójstopniowej skali 1 (finansować w pierwszej kolejności) do 3. Zatem pierwotna SMO ma  $7 \times 2 = 14$  symptomów (kolumn) w zróżnicowanej

<sup>2</sup> Autor jest wdzięczny FNP za udostępnienie danych liczbowych.

skali i 37 wierszy, a do tego niektórzy eksperci dla lepszego zróżnicowania wniosków stosowali również oceny połówkowe. Współczesne środki i systemy obliczeniowe, np. **MATLAB®**, umożliwiają napisanie prostych programów obliczeniowych i graficznych w języku wewnętrznym systemu, np. przy użyciu rozkładu względem wartości szczególnych **SVD**. Programem takim nazwanym **svdpop.m**, przetworzono **pierwotną** macierz obserwacji nazwaną tu **ocena2.txt** szukając przesłanek do uporządkowania jakości wniosków.

Program umożliwia kolejno: przetworzenie macierzy pierwotnej, następnie to samo po

znormalizowaniu symptomów do wartości średniej, oraz po znormalizowaniu i centrowaniu względem wartości średniej. Pierwsze dwie wersje wstępnego przetworzenia **SMO** dały wskazówki co do możliwości uporządkowania wniosków względem malejącej ich jakości wg **drugiej cechy szczególnej (SC2)**, natomiast wersja z centrowaniem i normalizacją do wartości średniej porządkuje jakość wniosków w sposób malejący wg **pierwszego wektora szczególnego SVD**, nazwanego tu **SCI**. Wyniki tego przetwarzania przedstawia zbiorczo rysunek 1, prezentując cząstkowe ujęcia problemu decyzyjnego w sześciu obrazkach.



Rys. 1. Wyniki przetwarzania **SMO** ocena2.txt po wstępnej normalizacji i centrowaniu programem bazującym na rozkładzie względem wartości szczególnych **SVD**

Prawy górny obrazek prezentuje tu pierwotną **SMO** bez wstępnego przetwarzania; oś pozioma przedstawia kolejne wnioski a pionowa wartości symptomów. Jak widać pierwsze wnioski mają najwyższe oceny rzędu 5 i są dedykowane przez ekspertów do finansowania w pierwszej kolejności (ranking 1). Wnioski dalsze mają już malejącą ocenę i mieszczą się w drugiej i trzeciej kolejności finansowania (ranking 2 i 3). Lewy górny obrazek pokazuje względny poziom wartości szczególnych, czyli intensywność kolejnych cech zawartych w przetworzonej we wskazany sposób **SMO**, i jak widać jest tu dominująca jedna cecha szczególna (**SCI**), której rozkład wzdłuż ocenianych wniosków przedstawia lewy środkowy obrazek z zasobem zmienności od około 1,5 do - 2. Dwie pozostałe cechy szczególne nie prezentują żadnego uporządkowania oscylując wokół zera bez żadnego uporządkowania. Podobne zachowanie widać na wektorze szczególnym nazwanym tu **U** – hanger, wg

jednej z interpretacji matematycznej rozkładu **SVD** [6]. Rozkładu cech szczególnych wzdłuż symptomów (pozostałe dwa prawe obrazki) nie komentujemy tu, bo naszym celem nie jest ocena symptomów, a tylko uzyskanie uszeregowania malejącej jakości wniosków.

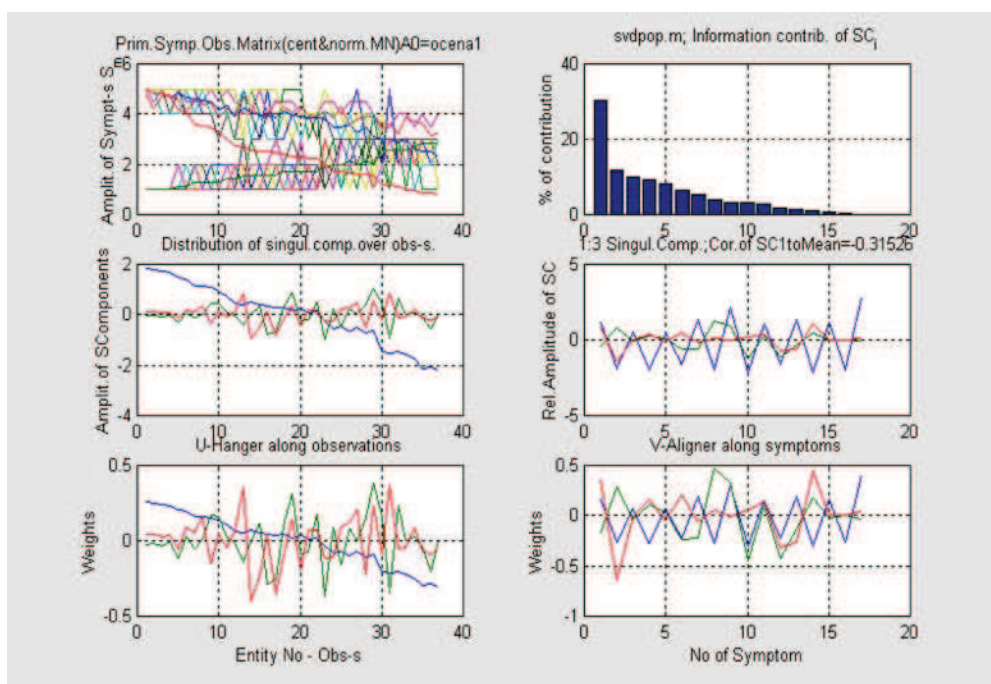
Jeśli powiemy teraz, że oceniane wnioski w pierwotnej **SMO** zostały ułożone właśnie w ten sposób, czyli względem malejącej jakości, oczywiście po dodatkowych obliczeniach średnich ocen i średnich rankingów do finansowania, to możemy powiedzieć że zaproponowana metoda rozkładu **SMO** na cechy szczególne z użyciem **SVD**, daje poprawne wskazania uszeregowania jakości wniosków.

Weźmy zatem pełniejszą macierz, nazwaną tu **ocena1.txt**, która była podstawą wspomnianego już uporządkowania i służyła jako podstawa do decyzji przy obradach ekspertów. W porównaniu z poprzednią **SMO** (ocena2.txt) ma ona **trzy**



**dotatkowe kolumny; ocena średnia, ranking średni, iloraz (średniej oceny i rankingu)**, wyliczone jako średnie po 7 ekspertach. Poniższy rysunek 2 przedstawia wyniki rozkładu SVD tej macierzy przedstawione w tej samej konwencji jak poprzednio. Uważna analiza górnego lewego obrazka pokazuje te trzy dodatkowe kolumny; malejąca średnią ocenę (od 5 do 2.3), rosnący średni ranking do finansowania (od 1 do 3), oraz malejący iloraz o największej dynamice (od 4.9 do 0.8). Jak widać z rys. 2, te nowe obliczeniowe symptomy potwierdzają uporządkowanie, zwłaszcza wiodący uporządkowanie symptom *iloraz*. Dlatego też prawy

górnym obrazek pokazuje już większe ponad 30% zawartość pierwszej cechy (*SCI*), ze zmniejszeniem zawartości informacyjnej wszystkich innych cech szczególnych rozkładu SVD. Dalsze potwierdzenie tej obserwacji jest na środkowym lewym obrazku, gdzie amplituda pierwszej cechy szczególnej zwiększyła swą dynamikę, a inne składowe szczególne zmniejszyły dynamikę. Współczynnik korelacji między nowym symptomem *iloraz*, a pierwsza cecha szczególną *SCI* jest bardzo wysoki i wynosi:  $cc = 0.9626$ . Jest to potwierdzenie równoważności obu podstaw klasyfikacji.

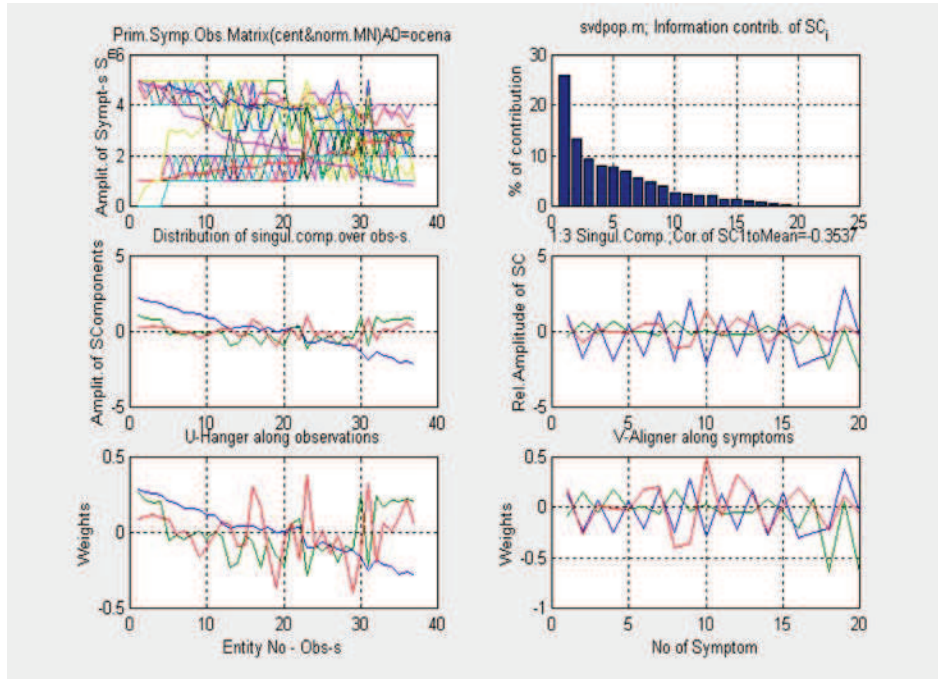


Rys. 2. Wyniki rozkładu SVD macierzy decyzyjnej *ocena1.txt* wzbogaconej o trzy kolumny obliczone ze średnich po ekspertach poprzedniej macierzy

Jak już wspomnieliśmy, wstępne przetwarzanie macierzy z normalizacją i centrowaniem stosowane w tym przypadku wyróżnia symptomy o dużym rozstępie (dynamice);  $R = \max - \min$ . Policzono zatem dodatkowe trzy symptomy; *rozstęp oceny średniej, rozstęp rankingu finansowania, rozstęp ilorazu*, dołączając je jako trzy dodatkowe kolumny do poprzedniej macierzy, a jej wynikową postać z 20-toma kolumnami nazwano *ocena.txt*. Wyniki przetwarzania tej macierzy obrazuje rysunek 3 w tej samej konwencji jak dwa poprzednie rysunki.

Jak widać z rysunku 3, górny lewy obrazek pokazuje jeszcze większą dynamikę nowej SMO, bowiem dwa obliczone rozstępy zaczynają się prawie od zera. Natomiast względny udział pierwszej cechy szczególnej *CSI* zmniejszył się jak to pokazuje

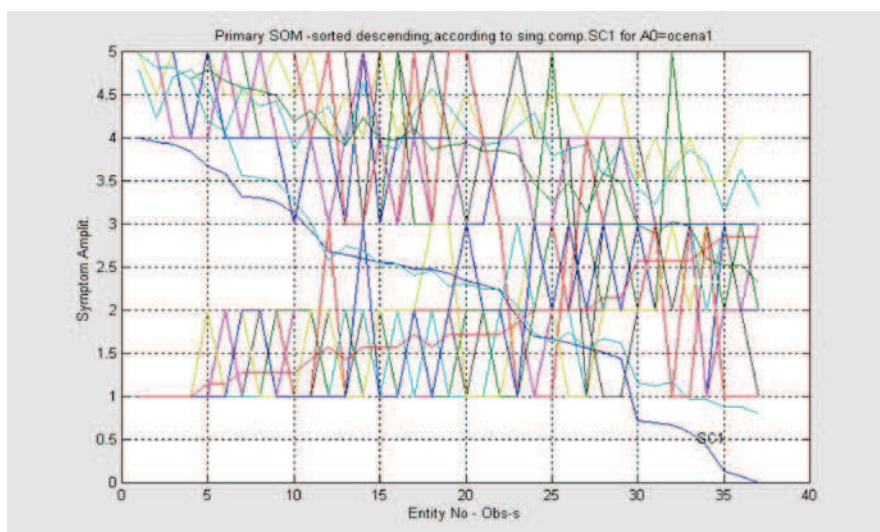
obrazek górny lewy. Co prawda dynamika tej cechy w rozkładzie po wnioskach (obrazek lewy środkowy) zwiększyła się bo przekroczyła rozstęp 4, a także zwiększył się nieznacznie współczynnik korelacji *CSI* do symptomu *iloraz* do wartości  $cc = 0.9757$ . Znaczy to, że policzone rozstępy ocen średnich nie pogorszyły decyzyjnych cech symptomu *iloraz*, ani też nie polepszyły w sposób istotny. Polepszyły jedynie dynamikę (rozstęp) cechy szczególnej *CSI*, co już obecnie możemy nazwać **uogólnionym symptomem decyzyjnym** otrzymanym z rozkładu SVD. Tym samym przy następnych podobnych poczynaniach ocenowych możemy podjąć próbę równoległego zastosowania SVD do hierarchizacji wniosków, obok obecnie stosowanej metody *ilorazu*.



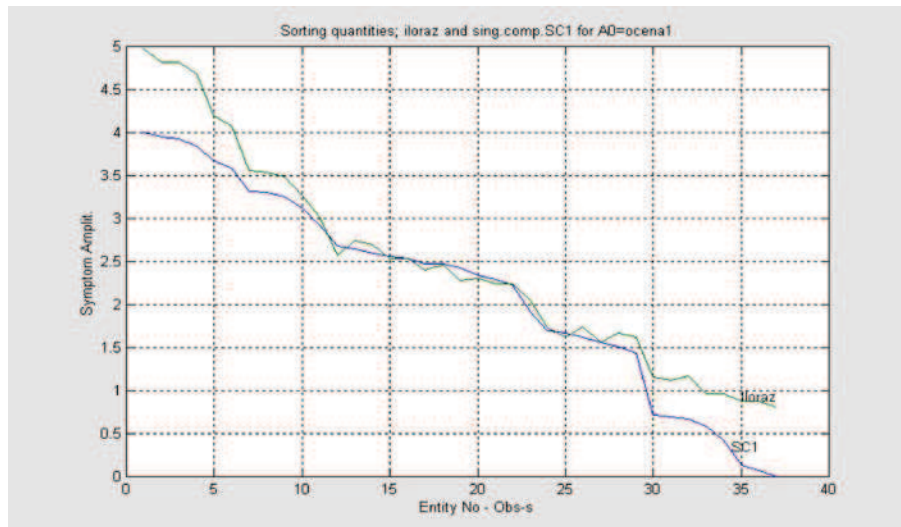
Rys. 3. Wyniki rozkładu SVD macierzy **ocena.txt** wzbogaconej do poprzedniej o rozstępy nowych symptomów

W oczekiwaniu sprawdzenia takiej możliwości automatycznego sortowania obiektów (wniosków) rozszerzono program **svdpop1.m** o kilka operacji i o sortowanie malejące (*descending*) względem pierwszej cechy szczególnej **SCI**. Przeprowadzono obliczenia dla dwóch wymienionych już macierzy; **ocena2.txt**, **ocena1.txt**, i po przeanalizowaniu ich wspólnych cech wyniki przedstawiono w postaci rysunku 4 dla przypadku macierzy stosowanej w oryginalnych deliberacjach ekspertów **ocena1.txt**. Jak wynika z rysunku 4 generalna klasyfikacja wg zmiennej iloraz i klasyfikacja automatyczna wg **SCI** pokrywa się. Jedynie drobne różnice mogą wystąpić

poza pierwszą dziesiątkę wniosków. A jak to naprawdę jest pokazuje rysunek 5. Widać tu, że istotnie są niewielkie różnice na pozycjach **12, 17, 19, 21, 25, 27, 31**; lecz po zbadaniu liczbowych różnic w tym względzie widać, że są to odchylenia rzędu setnych części, nie większe niż **0.1**, przy dynamice symptomów **0 - 5**. Warto również podkreślić iż nowa krzywa klasyfikacyjna **SCI** wg SVD jest bardziej gładka, ze znacznie rzadszymi oscylacjami niż iloraz. Jest to na pewno zasługa procedury SVD, która wyciąga wszystkie przyczynki do **SCI** z całej macierzy **SOM**.



Rys. 4. Malejące uporządkowanie wniosków według składowej szczególnej **SCI** z rozkładu SVD



Rys. 5. Jakościowa ilustracja współbieżności klasyfikacji dla zmiennych Iloraz i SC1

#### 4. PODSUMOWANIE

Jak się okazuje z powyższego, umiejętne zastosowanie rozkładu względem wartości szczególnych SVD do symptomowej macierzy obserwacji SMO powstałej z ocen ekspertów może być podstawą uporządkowania jakości wniosków. Potwierdzeniem takiej możliwości jest wysoki współczynnik korelacji między stosowanym do tej pory symptomem nazwanym tu *iloraz*, a pierwszą cechą szczególną uzyskana przez procedurę SVD, oraz zgodność pierwszej dziesiątki klasyfikacji. Potwierdza to również tezę, że cała informacja ocenowa jakości wniosków jest zawarta w SMO, należy ją tylko właściwie wydobyć i zastosować do procesu decyzyjnego.

#### 5. LITERATURA

1. BRZEZIŃSKI J., Metodologia badań psychologicznych, PWN Warszawa, 2003.
2. NACHMIAS CH., NACHMIAS D., Metody badawcze w naukach społecznych, Zysk i Ska, Poznań, 2001.
3. TAKANE Y., SHIBAYAMA T., Principal Component Analysis with External Information on both Subjects and Variables, Psychometrika Vol. 56, No 1, 1991, pp 97 – 120.
4. CEMPEL C., Wielowymiarowa diagnostyka systemów, rozdz. I.17, s303-313, w: Inżynieria Diagnostyki Maszyn, Żółtowski B., Cempel C., (edyt.), Wyd. ITE Radom, 2004, s 1308.
5. KIEŁBASIŃSKI A., SCHWETLICK H., 1992, Linear Numerical Algebra, WNT, Warsaw, chapt.1, (in Polish), p 502.
6. WILL T., Hanger matrix, Two-thirds Theorem, Internet; <http://www.uwlax.edu/faculty/will/svd/svd/index.html>, 05.



Czesław CEMPEL - profesor dr hab. jest kierownikiem Zakładu Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów Wydziału Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej, mult. dr h.c., członek korespondent Polskiej Akademii Nauk, członek Komitetu Badań Naukowych w trzeciej kadencji. Jest członkiem wielu organizacji naukowych krajowych i zagranicznych np.: IMEKO, EUROSCIENCE, GAMM. Jeden z założycieli PTDT w 1990 r. Obecnie jest honorowym przewodniczącym PTDT. Zajmuje się wibroakustyką i diagnostyką maszyn, inżynierią systemów, ekologią. Autor ponad 350 opublikowanych prac, 12 skryptów i książek.