

NIELINIOWY MODEL DYNAMICZNY UKŁADU PRZENIESIENIA MOCY JAKO NARZĘDZIE DIAGNOZOWANIA BŁĘDÓW OSIOWANIA

Iwona KOMORSKA

Instytut Eksploatacji Pojazdów i Maszyn
Politechnika Radomska
Radom, Al.Chrobrego 45, tel. (0 48) 361 76 42
email:iwona.komorska@pr.radom.pl

Streszczenie

W referacie przedstawiono sposób modelowania szeregowego układu przeniesienia mocy z przekoszonym wałem. Szczególną uwagę poświęcono nieliniowym sprzężeniom drgań giętnych i skrętnych układu, które powodują powstawanie drgań widocznych na widmie amplitudowym jako ciąg harmonicznych. Zjawisko to zostało zaobserwowane na obiektach rzeczywistych, takich jak młyny cementu czy dmuchawy powietrzne. Czynny eksperyment na stanowisku laboratoryjnym potwierdził wpływ przekoszenia osi wałów na zmianę jakościową widma drgań. W referacie przedstawiono badania symulacyjne, które pokazują mechanizm powstawania ciągu składowych harmonicznych w widmie amplitudowym przy przekoszonej osi wałów. W wyniku symulacji modelu matematycznego uzyskano drganiową odpowiedź układu zgodną z wynikiem eksperymentu.

Słowa kluczowe: błędy osiowania, model diagnostyczny, symulacja

NONLINEAR DYNAMICAL MODEL OF SERIAL POWER TRANSMISSION SYSTEM AS A TOOL OF DIAGNOSING OF ALIGNMENT ERRORS

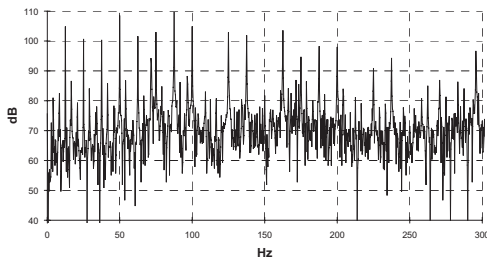
Summary

In the paper the method of modelling the serial power transmission system with misalignment error was presented. Especially, non-linear couplings between torsional and radial vibrations that cause appearance a train of harmonics in vibration spectrum were underlined. This phenomenon was observed during investigations on real machinery like cement mills or air blowers and during active experiment in laboratory. In the paper the simulation results were introduced. They show how the train of harmonics arise in vibration spectrum in system with alignment error. The vibration response of the mathematical model is conformable to the experiment results.

Keywords: alignment errors, diagnostic model, simulation

WSTĘP

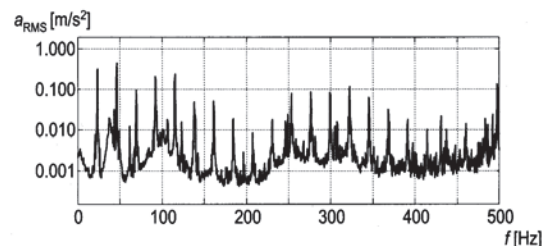
Podczas rutynowego nadzoru drganiowego układów przeniesienia mocy często można zaobserwować palisadę składowych harmonicznych widocznych w widmie amplitudowym przyspieszenia drgań łożyska (rys.1).



Rys.1. Widmo przyspieszenia drgań łożyska układu przeniesienia mocy młyna cementu [1].

Również czynny eksperyment przeprowadzony na stanowisku badawczym potwierdza pojawienie się ciągu składowych harmonicznych przy przekosze-

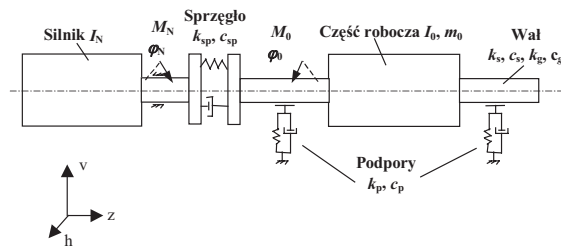
niu osi wału (rys.2). Taki stan rzeczy można próbować tłumaczyć odpowiedzią układu na obciążenie impulsowe lub nierównomiernością prędkości obrotowej spowodowaną błędami montażowymi przegubów sprzęgieł łączących wały. Ponieważ taki obraz widmowy jest niemożliwy do uzyskania na podstawie modelu zlinearyzowanego należy wygenerować model zawierający nieliniowe sprzężenie drgań giętnych i skrętnych



Rys.2. Widmo przyspieszeń drgań giętnych dla układu z przekoszoną osią wału zarejestrowanych na stanowisku badawczym [2].

1. MODEL UKŁADU PRZENIESIENIA MOCY

Rozpatrzmy model układu złożonego z silnika zredukowanego do momentu bezwładności na wale I_N oraz obciążenia o masie m_0 i momencie bezwładności I_0 osadzonego na sprężystym wale (k_{sp}, c_{sp}, k_g, c_g). Wał podparty jest sprężystością (k_p, c_p). Silnik napędza maszynę poprzez nieważkie $2n$ -elementowe sprzęgło podatne (k_{sp}, c_{sp}) – rys.3.



Rys.3. Fizyczny model układu przeniesienia mocy.

Równania ruchu układu zapisano w postaci:

$$m_0 \ddot{h} + c_h \dot{h} + k_h h = k_h e \cos \varphi_0 \quad (1)$$

$$m_0 \ddot{v} + c_v \dot{v} + k_v v = k_v e \sin \varphi_0 \quad (2)$$

$$I \ddot{\varphi} + c_{skr} \dot{\varphi} + k_{skr} \varphi = k_{skr} e v \cos \varphi_0 - k_{skr} e h \sin \varphi_0 + M_N - M_0 \quad (3)$$

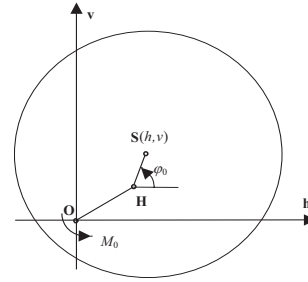
gdzie:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_N - \varphi_0 \\ I &= \frac{I_N \cdot I_0}{I_N + I_0} \\ k_h &= 2nk_{sp} + k_g + k_{ph} \\ k_v &= 2nk_{sp} + k_g + k_{pv} \\ c_h &= 2nc_{sp} + c_g + c_{ph} \\ c_v &= 2nc_{sp} + c_g + c_{pv} \\ k_{skr} &= \frac{2nk_{sp} \cdot k_s}{2nk_{sp} + k_s} \\ c_{skr} &= \frac{2nc_{sp} \cdot c_s}{2nc_{sp} + c_s} \end{aligned} \quad (4)$$

Wpływ drgań giętnych układu na drgania skrętne w równaniu (3) wynika z następującego zapisu sił sprężystości [3]:

$$\begin{aligned} F_h &= k_h (h - e \sin \varphi_0) \\ F_v &= k_v (v - e \cos \varphi_0) \end{aligned} \quad (5)$$

Gdzie h i v opisują położenie środka masy (rys.4).



Rys.4. Wprowadzenie współrzędnych środka masy jako współrzędnych uogólnionych.

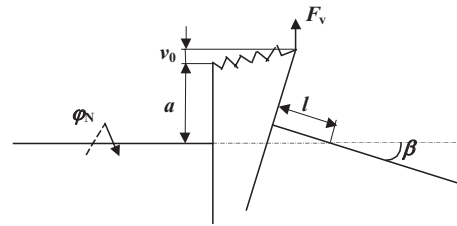
W powyższym zapisie równań ruchu pojawiają się nieliniowe siły sprężystości spowodowane niewyrównoważeniem e zapisane jako

$$F = k_{skr} e v(t) \cos \varphi_N(t) - k_{skr} e h(t) \sin \varphi_N(t) \quad (6)$$

Bez uwzględnienia tego sprzężenia trudno jest dalej wprowadzić do modelu błędy osiowania wałów.

2. PRZEKOSZENIE OSI WAŁÓW

Do modelu zapisanego równaniami (1÷3) wprowadzono błędy osiowania przedstawione na rys.5.



Rys.5. Podstawowe zależności geometryczne przy przekoszeniu osi wału.

Kąt przekoszenia osi wałów β jest zmienny w czasie, co może być spowodowane podatnością podpór lub wymuszeniami kinematycznymi występującymi w układach przeniesienia mocy samochodów, statków itp.

Przesunięcie środka tarczy sprzęgła przekoszonego wału r jest wynikiem tego właśnie przekoszenia i jest opisane wzorem

$$r = l \sin \beta(t) \quad (7)$$

gdzie:

l - odległość tarczy sprzęgła od osi obrotu wału dokoła osi h

Odkształcenie elementu sprężystego sprzęgła wzdłuż osi v wynosi więc

$$v_0(t) = l \sin \beta(t) - a[1 - \cos \beta(t)] \sin \varphi_N(t) \quad (8)$$

Natomiast moment gnący można zapisać wzorem:

$$M_g(t) = k_v l [l \sin \beta(t) - a(1 - \cos \beta(t)) \sin \varphi_N(t)] \quad (9)$$

Siła sprężystości działająca na całe sprzęgło podana jest wzorem:

$$F_v(t) = k_h \sum_{i=1}^{2n} \left[l \sin \beta(t) - a(1 - \cos \beta(t)) \sin \left(\varphi_N(t) - i \frac{\pi}{n} \right) \right] \quad (10)$$

Ponieważ zarówno $\varphi(t)$ jak i $\beta(t)$ są funkcjami czasu, więc iloczyn ich funkcji harmonicznym $\cos \beta(t) \cdot \sin \varphi(t)$ daje efekt nieliniowy.

Wprowadzenie przekoszenia osi wału $\beta(t)$ powoduje powstawanie drgań układu dokoła osi h opisane równaniem

$$I_\psi \ddot{\psi} + c_\psi \dot{\psi} + k_\psi \psi = k_h l \sum_{i=1}^{2n} \left[l \sin \beta(t) - a(1 - \cos \beta(t)) \sin \left(\varphi_N(t) - i \frac{\pi}{n} \right) \right] \quad (11)$$

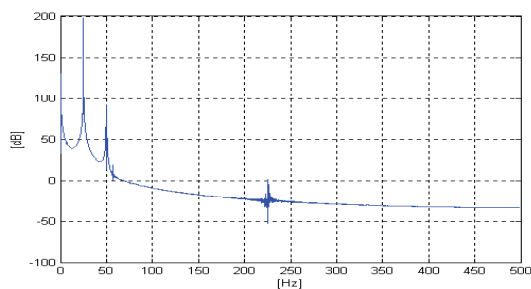
3. BADANIA SYMULACYJNE

Model matematyczny układu przeniesienia mocy opisany równaniami (1-3) oraz (10) poddano symulacji przy użyciu programu Matlab-Simulink. Na rys.6. przedstawiono wyniki symulacji modelu dla rosnącego kąta przekoszenia osi wałów na sprzęgło. Przyjęto, że kąt przekoszenia zmienia się wolno w czasie według funkcji

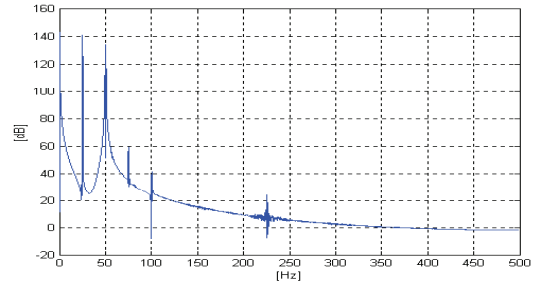
$$\beta(t) = \beta_0 \sin(2\pi f t) \quad (12)$$

Częstotliwość f zmiany przekoszenia jest 100 razy mniejsza od częstotliwości podstawowej obrotu wału, która wynosi 25Hz.

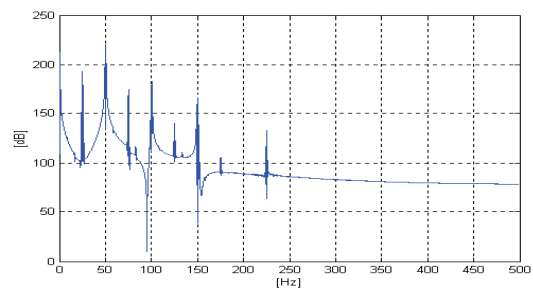
Jak widać na rys.6a, dla układu bez przekoszenia widoczne są tylko I i II harmoniczna spowodowane niewyrównoważeniem układu. Wprowadzenie wolnozmiennego kąta przekoszenia powoduje pojawienie się w widmie dalszych harmonicznym (rys.6 b,c). Ich liczba i amplituda są zależne od podatności układu.



Rys.6a. Przykładowe wyniki symulacji dla rosnącej amplitudy kąta przekoszenia osi wału – widmo przyspieszeń drgań w kierunku pionowym $\ddot{v}(t)$ dla $\beta_0=0$



Rys.6b. Przykładowe wyniki symulacji dla rosnącej amplitudy kąta przekoszenia osi wału – widmo przyspieszeń drgań w kierunku pionowym $\ddot{v}(t)$ dla $\beta_0=1^\circ$



Rys.6c. Przykładowe wyniki symulacji dla rosnącej amplitudy kąta przekoszenia osi wału – widmo przyspieszeń drgań w kierunku pionowym $\ddot{v}(t)$ dla $\beta_0=3^\circ$

ciąg harmonicznym pojawia się również w widmie drgań skrętnych $\ddot{\varphi}(t)$ oraz w widmie siły sprężystości podanej wzorem (6).

Podczas dalszych badań symulacyjnych okazało się, że częstotliwość zmian kąta przekoszenia β ma wpływ na amplitudy składowych harmonicznym w widmie przyspieszeń drgań, co jest przedmiotem aktualnych badań proponowanych przez autorkę.

4. WNIOSKI

Przedstawiony w referacie stosunkowo prosty sposób modelowania układu przeniesienia mocy z błędami osiowania umożliwia odwzorowanie tych błędów poprzez miary drganiowe. Ułatwia również interpretację widm przyspieszeń drgań obiektów rzeczywistych. Nie jest konieczne wprowadzanie do modelu obciążenia impulsowego, aby dostroić wynik symulacji do pomiarów na obiekcie rzeczywistym. Okazuje się, że w tak postawionym zadaniu nie można pomijać nieliniowych sprzężeń pomiędzy drganiami giętnymi i skrętnymi, gdyż właśnie bardzo niewielkie siły sprężystości występujące w równaniu (3) powodują pojawienie się w widmie, zgodnie z badaniami empirycznymi, ciągu harmonicznym o znaczących amplitudach.

LITERATURA

- [1] Komorska I.: *Badanie wpływu błędów montażowych na drgania szeregowych układów przeniesienia mocy*. Rozprawa doktorska, Warszawa 1999.
- [2] Dąbrowski Z., Komorska I., Puchalski A.: *Diagnostowanie błędów wykonania i montażu układów wirujących*. Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom 2001.
- [3] Dąbrowski Z.: *Wały maszynowe*. PWN, Warszawa 1999.



Dr inż. Iwona Komorska – ur.1967, absolwentka Wydziału Transportu Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Radomiu. Adiunkt w Instytucie Eksploatacji Pojazdów i Maszyn Politechniki Radomskiej. Autorka ponad 20 publikacji z zakresu diagnostyki wibroakustycznej i cyfrowej analizy sygnałów. Współautorka monografii “Diagnostowanie błędów wykonania i montażu układów wirujących” (Wyd.ITE, Radom 2001).