

ZASTOSOWANIE WIELOROZDZIELCZEJ ANALIZY SYGNAŁÓW DO DIAGNOSTYKI UKŁADÓW MECHANICZNYCH

Andrzej KLEPKA, Tadeusz UHL

Katedra Robotyki i Dynamiki Maszyn

Akademia Górniczo – Hutnicza w Krakowie, al. Mickiewicza 30, 30 – 059 Kraków,
tel. (12)6173677, fax. (12) 634-35-05, Andrzej.klepka@agh.edu.pl, tuhl@rob.wibro.agh.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono podstawowe cechy wielorozdzielczej analizy sygnałów. Transformata falkowa została wykorzystana do estymacji parametrów modalnych konstrukcji. Analiza czasowo – częstotliwościowa została zastosowana do analizy układów mechanicznych w stanach niestacjonarnych. Zostanie pokazane jak transformata falkowa wpływa na estymaty parametrów mechanicznych badanych układów. Metodę zweryfikowano na danych symulacyjnych układu o zmiennych w czasie parametrach oraz zastosowano do przetwarzania rzeczywistych danych.

Słowa kluczowe: transformata falkowa, analiza modalna, wielorozdzielcza analiza sygnałów.

MULTIRESOLUTION SIGNAL ANALYSIS AND ITS APPLICATION TO THE MECHANICAL SYSTEMS DIAGNOSTIC

Summary.

This paper presents basics of multiresolution signal analysis. Wavelet transform is proposed as a tool for this kind of analysis. Wavelet transform is used to modal parameters identification. Time – frequency analysis for mechanical systems identification in nonstationary state is presented. Accuracy of mechanical system modal parameters identification is discussed. Presented method is verified on simulation results for system with constant and variable damping and applied to real data.

Keywords: wavelet transform, modal analysis, multiresolution signal analysis

1. WPROWADZENIE

Coraz częściej w praktycznych realizacjach diagnostyki wykorzystuje się modele konstrukcji [2,6,9,11]. W szczególności zastosowania te są realizowane w lotnictwie [2,5,9]. Jednym z modeli, który jest często wykorzystywany do celów diagnostyki jest model modalny. Modele modalne układów mechanicznych opisują ich dynamiczne zachowanie. Identyfikacja tych parametrów jest bardzo trudna, szczególnie w warunkach eksploatacyjnych, kiedy nie można wykonać eksperymentu czynnego. Istnieje w literaturze wiele metod pozwalających na wyznaczenie parametrów modalnych [10]. Istnieją również silne ograniczenia stosowalności tych metod. Większość z nich wymaga by proces był ustalony, czyli by parametry modalne układu nie zmieniały się w czasie badań. Niezapewnienie tego założenia może prowadzić do błędnych wyników analizy [11]. W przypadku operacyjnej analizy modalnej często spotykamy się z niestacjonarnością procesu lub brakiem możliwości pomiaru wymuszenia. Do tego rodzaju analiz wymagane jest opracowanie nowych metod identyfikacji parametrów modalnych układów mechanicznych [10]. W pracy przedstawiono możliwość zastoso-

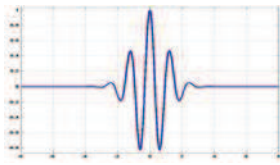
wania analizy czasowo – częstotliwościowej do wyznaczania parametrów modalnych. Jedną z podstawowych metod transformacji stosowanej w tej dziedzinie jest transformacja falkowa. Inne metody identyfikacji układów mechanicznych w stanach niestacjonarnych można znaleźć w [2,4,5,7,9].

2. PODSTAWOWE POJĘCIA I DEFINICJE TRANSFORMATY FALKOWEJ

Analiza falkowa jest metodą dekompozycji sygnału, ściśle powiązaną z analizą wielorozdzielczą. Analizowane sygnały są aproksymowane za pomocą prostych funkcji. Aproksymacja ta odbywa się w przestrzeniach funkcyjnych, które zawierają się w sobie. Każda przestrzeń jest przeskalowanym odbiciem jednej przestrzeni. Szczegółowe formalizmy matematyczne analizy wielorozdzielczej można znaleźć w [12]. W odróżnieniu od transformaty Fouriera, transformata falkowa dokonuje dekompozycji sygnału na sygnały elementarne zwane falkami. Falki są to przebiegi ciągłe, oscylacyjne o różnych czasach trwania i o zróżnicowanym widmie (rys. 2.1) [1,3,8]. Matematycznie transformata falkowa sygnału $x(t)$ może być zdefiniowana jako:

$$(W_g x)(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) g^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

gdzie b jest translacją (przesunięciem) oznaczającym rejon, a jest dylatacją (rozszerzeniem) lub parametrem skali, $g(t)$ jest analizowaną (podstawową) funkcją falkową, a $g^*(\cdot)$ jest funkcją zespoloną, sprzężoną do $g(\cdot)$. Wszystkie funkcje po operacji przesunięcia należą do tej samej przestrzeni funkcyjnej [12]. Każda wartość $(W_g x)(a, b)$ jest znormalizowana przez współczynnik $\frac{1}{\sqrt{a}}$. Ta normalizacja zapewnia warunek, że wewnętrzna energia dana przez każdą falkę $g_{a,b}(t)$ jest niezależna od parametru a .



Rys. 2.1. Przykładowa funkcja falkowa (falka Morleta).

Jedną z najbardziej rozpowszechnionych i używanych w analizie sygnałów jest falka Morleta zdefiniowana jako [3,8]:

$$g(t) = e^{j2\pi f_0 t} e^{-\frac{|t|^2}{2}} \quad (2)$$

Transformata falkowa jest liniową reprezentacją sygnału. Wynika z tego, że dla danych N funkcji x_i i N wartości zespolonych α_i ($i = 1, 2, \dots, N$):

$$W_g \sum_{i=1}^N \alpha_i x_i(a, b) = W_g \sum_{i=1}^N \alpha_i (W_g x_i)(a, b) \quad (3)$$

Transformata falkowa jako sygnał dekompozycji nie jest bezpośrednio porównywana z czasowo – częstotliwościową reprezentacją sygnału. Istnieje jednak zależność pomiędzy dylatacją a_f a częstotliwością sygnału f_x wyrażona jako:

$$a_f = f_0 \left(\frac{f_s}{f_w} \right) \left(\frac{1}{f_x} \right) \quad (4)$$

gdzie f_s to częstotliwość próbkowania sygnału, f_w częstotliwość próbkowania falki.

3. ESTYMACJA WSPÓŁCZYNNIKA TŁUMIENIA Z WYKORZYSTANIEM TRANSFORMATY FALKOWEJ

Metodę estymacji współczynnika tłumienia przedstawiono na prostym przykładzie układu o jednym stopniu swobody, określonego równaniem (9):

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (5)$$

gdzie m , c , k to odpowiednio masa, tłumienie i sztywność, a f jest wymuszeniem.

Rozwiązanie równania (8) można zapisać w postaci:

$$x(t) = A(t) e^{\pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t} = A(t) e^{j\phi(t)} \quad (6)$$

Dla funkcji Morleta $g(t)$ danej równaniem (2), transformatę falkową równania (6) można aproksymować wzorem:

$$(W_g x)(a, b) \approx A(b) G^* \left((a\phi(b)) \right) e^{j\phi(b)} + o \left(\left| \dot{A}_i \right|, \left| \dot{\phi}_i \right| \right) \quad (7)$$

Po zlogarytmowaniu równania (7) otrzymamy:

$$\ln \left| (W_g x)(a, b) \right| \approx -\omega_n \zeta b + \ln \left(A_0 \left| G^* \left(\pm a_0 j \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \right) \right| \right) \quad (8)$$

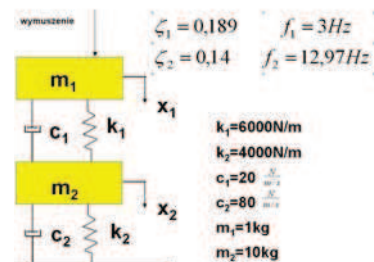
Podobnie dla układów o wielu (N) stopniach swobody, transformata falkowa odpowiedzi (6) ma postać [9]:

$$\ln \left| \left(W_g \sum_{i=1}^N x_i \right) (a_i, b) \right| \approx -\omega_n \zeta_i b + \ln \left(A_i \left| G^* \left(\pm a_i j \omega_n \sqrt{1-\zeta_i^2} \right) \right| \right) \quad (9)$$

Z równań (8), (9) wynika, że transformata falkowa rozpręga układy o wielu stopniach swobody w pojedyncze postacie zwane postaciami własnymi. Skalogram transformaty falkowej daje informacje o przebiegach czasowych i składowych częstotliwościowych zawartych w sygnale. Weryfikacji przedstawionej metody dokonano poprzez badania symulacyjne. Szczegółowe opracowania metod estymacji współczynnika tłumienia oraz rozsprzęgania postaci drgań można znaleźć w pracach [4,5].

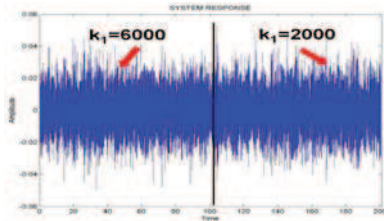
4. ESTYMACJA WIDMOWYCH FUNKCJI PRZEJŚCIA Z WYKORZYSTANIEM TRANSFORMATY FALKOWEJ

W celu wyznaczenia parametrów układów mechanicznych w stanach niestacjonarnych przeprowadzono symulacje komputerowe. Zbudowano układ o parametrach jak na rys. 4.1.

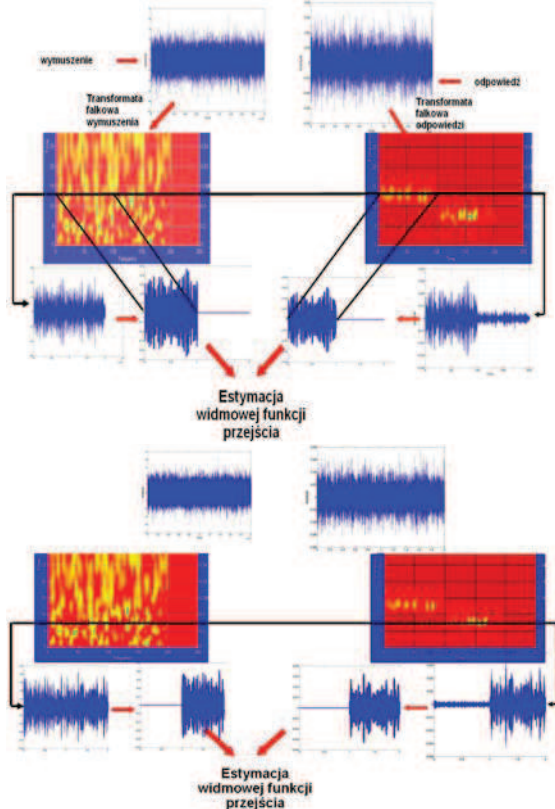


Rys. 4.1. Układ symulacyjny.

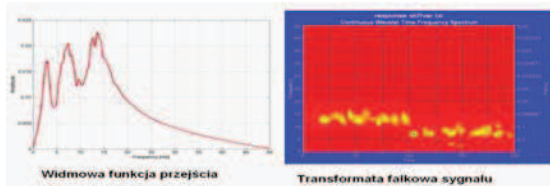
Za wymuszenie przyjęto sygnał losowy o rozkładzie normalnym. W trakcie symulacji w układzie zmieniono parametry mechaniczne (np. sztywność). Zasympulowano w ten sposób uszkodzenie (np. pęknięcie sprężyny). Odpowiedź układu na wymuszenie pokazano na rysunku 4.2. Jak można zauważyć na przebiegach czasowych nie można zaobserwować żadnych zmian. Estymacja widmowych funkcji przejścia klasycznymi metodami może dać błędne wyniki (rys. 4.4). Na rysunku 4.3 pokazano schemat zaproponowanej metody wyznaczania widmowych funkcji przejścia z wykorzystaniem transformaty falkowej.



Rys. 4.2. Odpowiedź układu z uszkodzeniem.

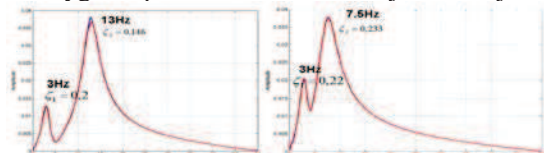


Rys. 4.3. Schemat proponowanej metody



Rys. 4.4. „Klasyczna” funkcja przejścia oraz skalogram sygnału.

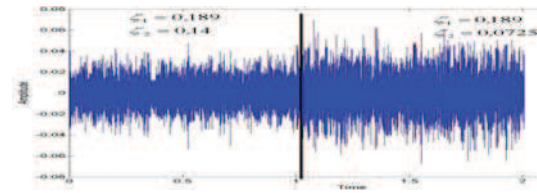
Na rysunku 4.5 pokazano widmowe funkcje przejścia sygnału poddanemu tzw. filtracji falkowej.



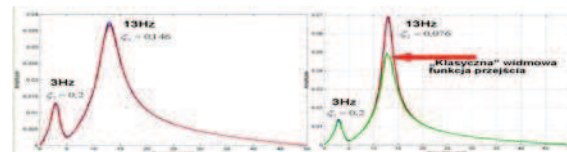
Rys. 4.5. Widmowe funkcje przejścia układu w stanie niestacjonarnym

Polega ona na analizowaniu tej części sygnału gdzie korelacja falki o danych parametrach z analizowanym sygnałem jest największa. Pozostała część sygnału ma słabą dynamikę i nie zawiera istotnych informacji. Poprawność takiego podejścia

udowodniono analitycznie w pracach [4,5]. Wyniki analizy sygnałów za pomocą zaproponowanej metody przedstawiono na rysunku 4.5. Tym samym sposobem przeanalizowano odpowiedź układu ze zmiennym tłumieniem.



Rys. 4.6. Odpowiedź układu ze zmiennym tłumieniem.

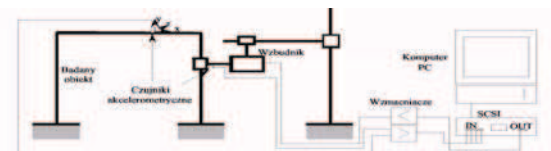


Rys. 4.7. Widmowe funkcje przejścia układu ze zmiennym tłumieniem.

Jak można zauważyć z przedstawionych wyników, estymacja zaproponowaną metodą daje poprawne rezultaty. Porównanie wyników analizy sygnału z filtracją i bez filtracji (rys. 4.4, 4.5, 4.7) pokazuje jak różnią się wartości parametrów modalnych. Można więc stwierdzić, że filtracja falkowa pozwala wykryć zmiany parametrów modalnych układu mechanicznego. Zaletą metody jest możliwość identyfikacji postaci drgań w stanach niestacjonarnych w pełnym zakresie częstotliwości. Klasyczna transformata Fouriera mimo niezwykle wysokiej rozdzielczości w dziedzinie częstotliwości nie daje żadnych informacji lokalnych. Wiąże się to z nośnikiem tej transformaty, którymi są funkcje trygonometryczne, mające nieograniczony charakter. Wielorozdzielcza analiza falkowa pozwala również na dekompozycję sygnału na tzw. szczegóły i aproksymację. Pozwala to na decymację sygnału w taki sposób, aby zachować maksimum energii jaką przynosi sygnał. Kolejnym krokiem sprawdzenia zaproponowanej metody było stwierdzenie, jak filtracja falkowa zmienia postacie drgań układów mechanicznych. W tym celu przeprowadzono badanie modelu ramy (rys. 4.8.).

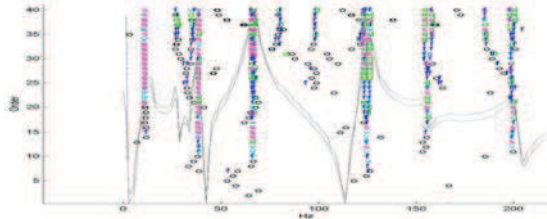


Rys. 4.8. Obiekt eksperymentu.



Rys. 4.9. Schemat układu pomiarowego.

Odpowiedź układu na wymuszenie mierzono w trzech kierunkach w trzydziestu siedmiu punktach pomiarowych za pomocą układu pomiarowego przedstawionego na rysunku 4.9. Wynik analizy przedstawiono poniżej. Jako kryterium porównawcze przyjęto diagramy stabilizacyjne sygnałów filtracją i bez filtracji (rys. 4.10) oraz wartości MAC (Modal Assurance Criteria).



Rys. 4.10. Porównanie diagramów stabilizacyjnych sygnałów z filtracją i bez filtracji.

Tabela 1. Wyniki analizy.

Analiza bez filtracji		Analiza z filtracją		MAC
f[Hz]	Damp.[%]	f[Hz]	Damp.[%]	
11,319	8,76	10,88	12,3	1
38,375	1,66	38,65	2,1	0,97
66,588	1,17	66,25	2	0,96
124,769	0,61	124,67	0,67	0,96
155,942	1,24	156	1,25	1

Jak można zauważyć transformacja falkowa nie powoduje zmian postaci drgań. Świadczą o tym wysokie wartości MAC przedstawione w tabeli 1.

5. WNIOSKI

Jak wynika z przeprowadzonych symulacji i badań laboratoryjnych analiza falkowa jest w pełni przydatnym narzędziem wspomagającym identyfikację układów mechanicznych. Szczególnie przydatnym do badania układów znajdujących się w stanach niestacjonarnych. Niedogodnością transformaty falkowej jest zależność rozdzielczości czasu od częstotliwości. Zwiększając rozdzielczość w dziedzinie czasu tracimy ją w dziedzinie częstotliwości. Rozwiązaniem w tym przypadku jest zmiana parametrów falki podstawowej w ten sposób by dla wysokich częstotliwości zwiększyć parametr skali, a przez to rozdzielczość w dziedzinie częstotliwości. W przyszłości opracowany będzie algorytm transformaty falkowej działającego w czasie rzeczywistym. Pozwoli to na estymację on-line parametrów modalnych układów mechanicznych w stanach niestacjonarnych.

LITERATURA

- [1] Batko W., Ziółko M.: *Zastosowanie teorii falek w diagnostyce technicznej*. Problemy Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, nr 7, Kraków 2002.
- [2] Cooper J. E.: *Parameter estimation methods for flight flutter testing*. AGARD Conference proceedings 556 pp 10-1 – 10-12.
- [3] Gouttebroze S., Lardies L.: *On using the wavelet transform in modal analysis*. Mechanics Research Communications. Vol 38 No. 5. pp. 561 – 569, 2000.

- [4] Klepka A., Uhl T.: *An application of the wavelet analysis for identification of damping coefficient*. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, Z. 3(135), vol. 38, 2003, str. 65 – 82.
- [5] Klepka A., Uhl T.: *Zastosowanie transformaty falkowej do rozprzegania postaci drgań oraz do wyznaczania współczynnika tłumienia*, Górnictwo odkrywkowe nr 2 – 3/2003, str. 61 – 64.
- [6] Natke HG, Cempel C.: *Model aided diagnostics of mechanical systems*, Springer International, Berlin 1997.
- [7] Niedźwiecki M.: *Identification of Time – varying Processes*. WILEY June 2002.
- [8] Staszewski W. J.: *Identification of damping in MDOF systems using time – scale decomposition*. Journal of Sound and Vibration (1997) 203(2), 283 – 305.
- [9] Uhl T., Bogacz M.: *Identyfikacja flatteru w czasie eksploatacji konstrukcji mechanicznych*. Wybrane problemy analizy modalnej, pod redakcją T. Uhla. Wydawnictwo KRiDM, AGH, Kraków 2002.
- [10] Uhl T., Lisowski W., Kurowski P.: *In – operation modal analysis and its application*, Wydawnictwo AGH, Kraków 2001.
- [11] Uhl T.: *Komputerowo wspomaganą identyfikację konstrukcji mechanicznych*. WNT W – wa 1997.
- [12] Young K.: *Wavelet theory and its applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1993.



Prof. dr hab. inż. Tadeusz Uhl jest kierownikiem Katedry Robotyki i Dynamiki Maszyn, Akademii Górniczo - Hutniczej w Krakowie. W swoich pracach zajmuje się zagadnieniami dynamiki konstrukcji, a zwłaszcza ich analizy modalnej. Jego zainteresowania obejmują także układy aktywnej redukcji drgań, układy sterowania i szeroko pojętą mechatronikę. Jest autorem 15 książek i kilkuset artykułów dotyczących wspomnianych zagadnień.



Mgr inż. Andrzej Klepka jest doktorantem w Katedrze Robotyki i Dynamiki Maszyn, Akademii Górniczo – Hutniczej w Krakowie. W swoich pracach zajmuje się zagadnieniami analizy modalnej i diagnostyki, a w szczególności nowymi technikami analizy sygnałów.