

KOHERENTNA ANALIZA WIDMOWA OKRESOWO SKORELOWANYCH LOSOWYCH SYGNAŁÓW WIBRACJI ŁOŻYSK TOCZNYCH

Igor JAWORSKI, Wiktor MYCHAJLYSZYN

Instytut Fizyczno-Mechaniczny NAN Ukrainy,
79601, Lwów, ul. Naukowa 5, fax 8 (0322) 63-33-55, e-mail: mykhai@ipm.lviv.ua
Instytut Telekomunikacji, Akademia Techniczno-Rolnicza
85-796 Bydgoszcz, Al. Prof. S. Kaliskiego 7, e-mail: javor@atr.bydgoszcz.pl

Streszczenie

W pracy rozpatrzono model probabilistyczny sygnałów wibracji łożysk tocznych w postaci okresowo skorelowanych procesów losowych (OSPL). Omówiono własności tego modelu i pokazano celowość jego wykorzystania przy rozwiązywaniu problemów diagnostyki łożysk tocznych. Przeanalizowano problem estymacji okresowo zmiennej gęstości widmowej OSPL i jej współczynników Fouriera przy nieznanym apriori okresie korelowalności. Opracowano koherentną metodę estymacji gęstości widmowej sygnałów wibracji. Rozpatrzono przykłady stosowania opracowanej metodologii koherentnej analizy widmowej przy diagnostyce wibracyjnej stanu łożysk tocznych wrzeciona szybkościowego.

Słowa kluczowe: okresowo skorelowane procesy losowe, gęstość widmowa, wibracje, łożysko, koherentna.

COHERENT SPECTRAL ANALYSIS FOR PERIODICALLY CORRELATED RANDOM ROLLER BEARING VIBRATION SIGNALS

Abstract

The probabilistic model of roller bearing vibrational signals in the form of periodically correlated random processes (PCRP) is considered in the paper. The properties of given approach are shown and the advisability of its using in the tasks of roller bearing unit vibrodiagnostics is analysed. The task of estimating the periodical changeable PCRP spectral density and its Fourier components with apriori unknown correlation period is formulated. The coherent method of PCRP spectral density statistical estimating are elaborated. The examples of elaborated methodology of coherent spectral estimation application for vibrodiagnostic of technical state of the highspeed spindle rolling bearing units are considered.

Keywords: periodically correlated random processes, spectral density, vibrations, bearing, coherent.

1. WPROWADZENIE

Przy tworzeniu efektywnych układów diagnostyki wibracyjnej, celowe jest badanie struktury widmowej sygnałów [1]. Modele sygnałów wibracji w postaci OSPL i ich uogólnień oraz odpowiednie metody nieparametrycznej analizy widmowej umożliwiają rozpatrzenie sygnałów wibracji i układów obrotowych, które ich generują, z punktu widzenia również ich właściwości czasowych, jak i częstotliwościowych. Podejście to może być stosowane przy uzasadnieniu oznak diagnostycznych. Gęstość widmowa OSPL $f(\omega, t)$ jest przekształceniem Fouriera funkcji autokorelacji:

$$f(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} b(t, u) e^{-i\omega u} du.$$

Funkcja autokorelacji OSPL $b(t, u)$ nie jest funkcją parzystą względem przesunięcia u , dlatego gęstość widmowa $f(\omega, t)$ jest funkcją zespoloną:

$$f(\omega, t) = \text{Re } f(\omega, t) - i \text{Im } f(\omega, t)$$

Funkcja $\text{Re } f(\omega, t)$ opisuje rozkład chwilowej mocy na płaszczyźnie (ω, t) . Jej scałkowanie w całym zakresie częstotliwości ω daje wartość mocy chwilowej dla pewnego t .

2. KOHERENTNE ESTYMATORY WIDMOWYCH CHARAKTERYSTYK SYGNAŁÓW WIBRACJI

Estymatory chwilowej gęstości widmowej i jej współczynników Fouriera (składowych widmowych) otrzymujemy na podstawie wzorów:

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_{\max}}^{u_{\max}} \hat{b}(t, u) k(u) e^{-i\omega u} du, \quad (1)$$

$$\hat{f}_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_{\max}}^{u_{\max}} \hat{B}_k(u) k(u) e^{-i\omega u} du. \quad (2)$$

Estymatory funkcji autokorelacji znajdujemy metodą uśrednienia koherentnego

$$\hat{b}^{(1)}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [\xi(t+nT) - \hat{m}(t+nT)] \times \\ \times [\xi(t+u+nT) - \hat{m}(t+u+nT)], \quad (3)$$

$$\hat{b}^{(2)}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t+nT) \xi(t+u+nT) - \\ - \hat{m}(t) \hat{m}(t+u), \quad (4)$$

gdzie

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t+nT),$$

N - liczba okresów, które zawiera odcinek realizacji. Estymatory komponentów korelacyjnych obliczmy stosując równanie

$$\hat{B}_k(u) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) e^{-i\frac{2\pi}{T}t} dt.$$

Dyskretny estymator gęstości widmowej OSPL ma postać sumy całkowej

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-L}^{L-1} \hat{b}(t, n\Delta u) k(n\Delta u) e^{-i\omega n\Delta u}, \quad (5)$$

gdzie $L = \frac{u_{\max}}{\Delta u}$, Δu - przedział próbkowania, u_{\max} - punkt odcięcia korelogramu, zaś $k(n\Delta u)$ - funkcja bramki o właściwościach $k(n\Delta u) = k(-n\Delta u)$, $k(0) = 1$, $k(n\Delta u) = 0$ przy $n\Delta u > u_{\max}$. Zatem suma (5) może być przepisana w następujący sposób

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{b}(t, n\Delta u) k(n\Delta u) e^{-i\omega n\Delta u}. \quad (6)$$

Próbkowanie prowadzi do dodatkowych błędów, które mogą być przeanalizowane na podstawie wzorów na obciążenie i wariancję estymatora (6).

Wartość oczekiwana estymatora gęstości widmowej (1) dla statystyk (3) i (4) odpowiednio jest równa

$$E\hat{f}^{(1)}(\omega, t) = \sum_{l \in Z} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega_1, t) \lambda(\omega - \omega_1 - l \frac{2\pi}{\Delta u}) \times \\ \times [1 - g_1(\omega_1, N) + g(\omega_1, N)] d\omega_1, \quad (7)$$

$$E\hat{f}^{(2)}(\omega, t) = \sum_{l \in Z} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega_1, t) \lambda(\omega - \omega_1 - l \frac{2\pi}{\Delta u}) \times \\ \times [1 - g(\omega_1, N)] d\omega_1, \quad (8)$$

gdzie

$$g(\omega, N) = \frac{\sin^2(\omega NT/2)}{N^2 \sin(\omega T/2)},$$

$$g_1(\omega, N) = \frac{2 \sin(\omega NT/2) \cos(\omega T(N-1)/2)}{N \sin(\omega T/2)},$$

$$\lambda(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k(u) e^{i\omega u} du. \quad (9)$$

Wzory (7) i (8) świadczą o pojawieniu się składowych, zależnych od wygładzania, jak również od skończonej długości odcinka realizacji $\theta = NT$.

Dla dyskretnego estymatora gęstości widmowej (5), jak też dla ciągłego (1), obciążenie uwarunkowane skończoną długością θ , jest proporcjonalne do szerokości funkcji bramki $k(u)$. Przy $u_{\max} \ll \theta$ ta składowa będzie mała, jednak zmniejszenie u_{\max} prowadzi do rozszerzenia funkcji wagowej $\lambda(\omega)$.

Wariancja estymatora (6) jest określona wzorem

$$D[\hat{f}(\omega, t)] = \left(\frac{\Delta u}{2\pi}\right)^2 \sum_{m, n=-L}^{L-1} R_b(t, n\Delta u, m\Delta u) \times \\ \times k(n\Delta u) k(m\Delta u) e^{-i\omega(m-n)\Delta u},$$

gdzie

$$R_b(t, n\Delta u, m\Delta u) = E\hat{b}(t, n\Delta u) \hat{b}(t, m\Delta u) - \\ - E\hat{b}(t, n\Delta u) E\hat{b}(t, m\Delta u).$$

Dla dużych N wariancja estymatora gęstości widmowej (6) ma postać

$$D[\hat{f}(\omega, t)] = D^{(1)}[\hat{f}(\omega, t)] + D^{(2)}[\hat{f}(\omega, t)], \\ D^{(1)}[\hat{f}(\omega, t)] = \frac{2\pi}{\theta} \sum_{n, m \in Z} f(\omega + m \frac{2\pi}{\Delta u}, t) \times \\ \times f(-\omega + m \frac{2\pi}{\Delta u}, t) \times \\ \times \sum_{r \in Z} W(2\omega + (n-m) \frac{2\pi}{\Delta u} + r \frac{2\pi}{T}), \\ D^{(2)}[\hat{f}(\omega, t)] = \frac{2\pi}{\theta} \sum_{n \in Z} f_0(-\omega + n \frac{2\pi}{\Delta u}) \times \\ \times \sum_{p \in Z} \text{Re} f(\omega - n \frac{2\pi}{\Delta u} + p \frac{2\pi}{T}, t) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^2(\omega + \omega_2 - n \frac{2\pi}{\Delta u}) d\omega_2,$$

gdzie

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k^2(u) e^{-i\omega u} du.$$

Jeśli $\Delta u < \frac{2\pi}{\omega_{\max}}$, to różnica między wartościami

dyskretnego (6) i ciągłego estymatora (1) gęstości widmowej będzie bardzo mała. Dyskretny estymator składowych widmowych ma postać

$$\hat{f}_k(\omega) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{B}_k(n\Delta u) k(n\Delta u) e^{-i\omega n\Delta u}. \quad (10)$$

Przy koherentnej metodzie uśrednienia [2] estymatory komponentów korelacyjnych określone są równaniami:

$$\hat{B}_k^{(1)}(n\Delta u) = \frac{1}{K} \sum_{p=0}^{K-1} [\xi(ph) - \hat{m}(ph)] \times$$

$$\times [\xi(ph + n\Delta u) - \hat{m}(ph + n\Delta u)] e^{-ik \frac{2\pi}{M+1} p},$$

$$\hat{B}_k^{(2)}(n\Delta u) = \frac{1}{K} \sum_{p=0}^{K-1} [\xi(ph)\xi(ph + n\Delta u) -$$

$$- \hat{m}(ph)\hat{m}(ph + n\Delta u)] e^{-ik \frac{2\pi}{M+1} p},$$

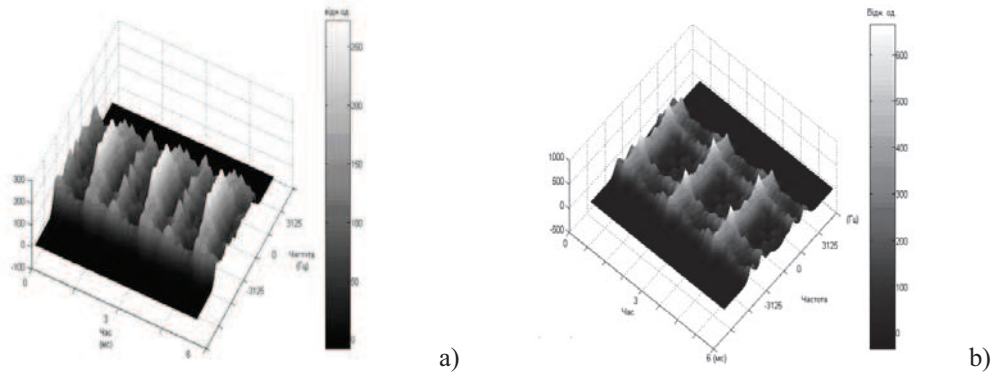
gdzie $K = N(M+1)$, $M+1 = T/h$. Aby uniknąć nakładania przy estymacji składowych korelacyjnych, przedział próbkowania należy wybierać zgodnie z warunkiem $h \leq \frac{T}{2N_2 + 1}$, gdzie N_2 - numer najwyższej składowej korelacyjnej.

Otrzymane wyrażenia analityczne umożliwiają obliczenie wskaźników jakości estymacji charakte-

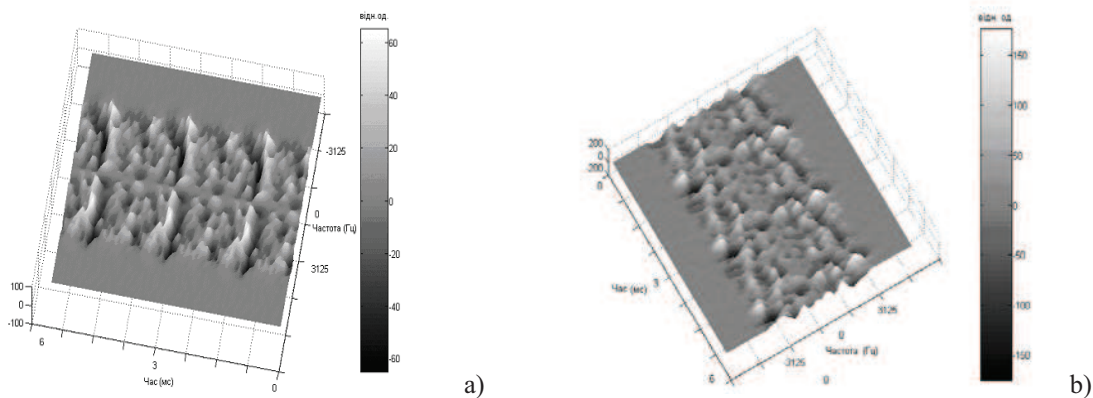
rystyk widmowych okresowo niestacjonarnych sygnałów wibracji.

3. WYNIKI ANALIZY WIDMOWEJ SYGNAŁÓW WIBRACJI

Dla sygnałów wibracji łożysk wrzeciona szybkościowego [3] zostały obliczone koherentne estymatory zespolonej gęstości widmowej $\hat{f}(\omega, t)$ (rys.1). Analiza wykresów $\text{Re} \hat{f}(\omega, t)$ i $\text{Im} \hat{f}(\omega, t)$ umożliwia ustalenie ogólnych własności procesów wibracyjnych dla różnych stanów technicznych mechanizmów (Rys. 1, 2).



Rys. 1 Część rzeczywista koherentnego estymatora chwilowej gęstości widmowej $\hat{f}(\omega, t)$ sygnału wibracji łożyska w ciągu trzech obrotów wała w paśmie (-6250 Hz, 6250 Hz): a) o nierównomiernym naprężeniu osiowym zewnętrznego pierścienia; b) o obrotowym obciążeniu zewnętrznego pierścienia.



Rys. 2 Część urojona koherentnego estymatora chwilowej gęstości widmowej $\hat{f}(\omega, t)$ sygnału wibracji łożyska w ciągu trzech obrotów wała w paśmie (-6250 Hz, 6250 Hz): a) o nierównomiernym naprężeniu osiowym zewnętrznego pierścienia; b) o obrotowym obciążeniu zewnętrznego pierścienia

Koherentny estymator $\text{Im} \hat{f}(\omega, t)$ jest różny od zera dla obu rozważanych przypadków, przy tym spełniona jest nierówność $|\text{Im} \hat{f}(\omega, t)| < |\text{Re} \hat{f}(\omega, t)|$.

Tak, więc asymetria estymatorów funkcji autokorelacji $\hat{b}(t, u)$ względem u jest nieznaczna. Dla uproszczenia modelu sygnału można ją zaniedbać. W przypadku nierównomiernego naprężenia osio-

wego (Rys. 1a) mamy w jednym obrocie wału dwie krótkotrwałe, wysokiej mocy, wibracje losowe. Inne maksima lokalne, których moc jest mniejsza, zależne są od własnych rezonansów łożysk. Zatem rezonanse te są bardziej widoczne przy obciążeniu obrotowym ($f_1 \approx 1700$ Hz, $f_2 \approx 2900$ Hz). W tym przypadku wibracje wysokiej mocy mają mniejsze wartości tylko raz na okres.

W chwili nagłego wzrostu mocy losowej składowej wibracji, zwiększają się maksima lokalne części rzeczywistej $\text{Re} \hat{f}(\omega, t)$. Uśrednienie w czasie wartości funkcji $\text{Re} \hat{f}(\omega, t)$ jest estymatorem zerowej składowej widmowej $f_0(\omega)$, która posiada wszystkie właściwości gęstości widmowej mocy stacjonarnego procesu losowego. Właśnie ta widmowa składowa określa moc składowych harmonicznych sygnału wibracyjnego. Wykresy estymatorów $\hat{f}_0(\omega)$ dla obu wibracyjnych sygnałów nie posiadają szczytów przy $\omega_k = k \frac{2\pi}{T}$. Jeśli estymatory chwilowej gęstości widmowej OSPL istotnie różnią się między sobą, to estymatory $\hat{f}_0(\omega)$ praktycznie są jednakowe. Tak, więc wykorzystanie estymatorów $\text{Re} \hat{f}(\omega, t)$ umożliwia uwidocznienie drgań o małej mocy, parametry, których są oznakami diagnostycznymi już we wczesnym stadium ich powstawania.

Części urojone koherentnych estymatorów $\text{Im} \hat{f}(\omega, t)$ wibracji losowych dla obu defektów pokazane są na Rys. 2. Średnio-czasowa wartość funkcji $\text{Im} \hat{f}(\omega, t)$ jest równa zero. Regularne struktury świadczą o okresowym nagłym wzroście fluktuacji przejściowych przy częstotliwości dominującej. Dla łożyska o nierównomiernym naprężeniu osiowym właściwe są krótkotrwałe wysokie fluktuacje, które obserwowane są dwa razy na okres.

Na podstawie otrzymanych częstotliwościowo-czasowych reprezentacji estymatorów charakterystyk widmowych sygnałów wibracyjnych, które są wynikami okresowej modulacji procesów losowych (co jest charakterystyczne dla wielu defektów), mogą być utworzone zasadniczo nowe układy diagnostyki wibracyjnej łożysk tocznych.

LITERATURA

- [1] М. Д. Генкин, А. Г. Соколова, Виброакустическая диагностика машин и механизмов.- М.:Машиностроение, 1987, 288с.
- [2] И. Н. Яворский, Применение схемы Бью-Балло при статистическом анализе ритмических сигналов// Изв. вуз. Радиоэлектроника, 1984.- 27, №11. - С.31-37.
- [3] О.В. Заболотный, В.Ю. Михайлишин, Вибродіагностика підшипників кочення методами періодично корельованих випадкових

процесів // Відбір і обробка інформації. – 2000, №14(90).- С.53-58.



Igor JAWORSKI, Urodził się w 1946r. Po ukończeniu studiów w Lwowskim Uniwersytecie w 1969r. uzyskał dyplom radiofizyka. W 1979r. uzyskał stopień doktora nauk fizyczno-matematycznych, a w 1989r. – stopień doktora habilitowanego nauk fizyczno-matematycznych. Od

1998r. profesor w specjalności „Modelowanie matematyczne i metody obliczeniowe”. Od 1993r. kierownik Wydziału Odbioru i Obróbki Sygnałów Stochastycznych Fizyczno-Mechanicznego Instytutu NAN Ukrainy. Od 1995r. profesor nadzwyczajny Wydziału Telekomunikacji i Elektrotechniki Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy. Zastępca redaktora naukowego czasopisma „Odbiór i obróbka informacji (NAN Ukrainy), członek kolegium redakcyjnego międzynarodowego czasopisma „Information Technologies and Systems” (NAN Ukrainy). Opracował metody analizy statystycznej okresowo niestacjonarnych procesów losowych i ich uogólnień, metody wykrywania ukrytych okresowości. Na tej podstawie ustalił strukturę powtarzalności stochastycznej licznych procesów fizycznych, w tym sygnałów wibracyjnych. Opublikował ponad 260 prac naukowych, w tym 4 monografie.



Wiktor MYCHAJLYSHYN.

Urodził się w 1957r. W 1979r. ukończył studia na Wydziale Matematyki Stosowanej i Mechaniki w Lwowskim Uniwersytecie. W 1992r. uzyskał stopień doktora nauk fizyczno – matematycznych. Od 1996r. starszy pracownik naukowy w

specjalności „Modelowanie matematyczne i metody obliczeniowe” w Fizyczno-Mechanicznym Instytucie NAN Ukrainy. Opracował metody wykrywania ukrytych okresowości w oparciu o ich modele w postaci okresowo skorelowanych procesów losowych. Na tej podstawie zbadał strukturę okresowej korelowalności licznych procesów fizycznych, w tym uzasadnił probabilistyczne modele struktury rytmicznej wibracji łożysk tocznych i przekładni zębatych. Opublikował ponad 100 prac naukowych.