

## WYKORZYSTANIE SYMPTOMÓW NIELINIOWYCH W DIAGNOSTYCE TECHNICZNEJ

Zbigniew DĄBROWSKI

Instytut Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej  
Narbutta 84, 02-524 Warszawa, fax: 22 660 86 22, zdabrow@simr.pw.edu.pl

### Streszczenie

Podstawowy problem diagnostyczny, którym jest znalezienie zależności pomiędzy obserwowanym sygnałem a parametrami stanu, może być rozwiązany przy użyciu różnego rodzaju modeli diagnostycznych. Najpopularniejszy sposób polegający na opisie dystrybucji energii nie jest możliwy w sytuacjach gdy zmianie postaci widma nie towarzyszy zmiana energii sygnału. W takich przypadkach miarą diagnostyczną mogą być właściwie interpretowane zjawiska nieliniowe. W referacie przedyskutowano różne aspekty tego problemu, szczególnie uwzględniając przypadek gdy system w początkowym okresie życia jest liniowy a w trakcie eksploatacji pojawiają się i zwiększają efekty nieliniowe.

Słowa kluczowe: efekty nieliniowe, modele symulacyjne, diagnostyka maszyn

### THE USE OF NONLINEAR SYMPTOMS IN TECHNICAL DIAGNOSTICS

#### Summary

In vibroacoustic diagnostics the basis problem is to find a symptom which can guarantee the possibility of making conclusions about the state of an object with high reliability. Such a symptom can result from the assumption that energy dissipation increases during the wear and tear, and that the energy of parasitic vibroacoustic process is proportional to general dissipation of energy. But when the growth of the vibration level and noise level (in whole noticeable spectrum or in selected bandwidth) is not proportional to the wear, this doesn't mean yet that vibroacoustic process is not sensitive to it.

Author discusses a postulate that the intensity of nonlinear effects increases during a machine's operating time, and try to look for a measure defining the deviation from the linear model. For this purpose he uses the signal-model relationship, which assumes that nonlinear phenomena are so weak, that it is possible to accept additive nonlinear „correction” to the linear model. Author analyses the problem of expansion of defects when the initial state of an object is described with sufficient precision by linear model and during wear process the nonlinear effects increase.

Keywords: nonlinear effects, simulation models, machine diagnostic

## 1. WSTĘP

W badaniach diagnostycznych przy poszukiwaniu jednoznacznego odwzorowania stan $\leftrightarrow$ symptom istnieje zawsze problem wyboru modelu matematycznego rzutującego w sposób istotny na dalszą procedurę obserwacji i wnioskowania. Różne są potrzeby modelowe w zależności od celu diagnozy [1, 3]. Innym rodzajem opisu zajmuje się badacz chcący prognozować czas dalszej bezpiecznej pracy systemu z wysokim współczynnikiem pewności, a innym diagnosta chcący wykryć uszkodzenie doraźne bez całkowitego demontażu maszyny czy zespołu.

Nie wnikając w szczegóły klasyfikacyjne zajmijmy się problemem użyteczności szczegółowych modeli strukturalnych dla celów diagnozowania. Zbyt niska dla celów

diagnostycznych dokładność modeli dynamicznych stosowanych np. w procesie optymalizacji spowodowała rozwój metod eksperymentalnych i różnego rodzaju modeli abstrakcyjnych. Działanie takie w wielu przypadkach okazało się nadzwyczaj skuteczne i należy sądzić, że właśnie ono nadało diagnostyce technicznej rangę dobrze rozwiniętej nauki. Czy zatem celowy jest powrót do prób zwiększenia dokładności modeli dynamicznych tak by były użyteczne diagnostycznie?

Pozytywną odpowiedź na powyższe pytanie przynoszą nowe tendencje w projektowaniu maszyn nazywane projektowaniem „eksploatacyjnie zorientowanym”. Dążąc do tego by w maksymalnym stopniu wyrównać czas zużywania się elementów i optymalizując koszty całości życia wytworu konstruktor staje przed problemem opłacalności strategii eksploatacji według stanu aktualnego, a tym

samym przed koniecznością zaprojektowania ewentualnego systemu diagnostycznego. Możliwe jest to jedynie gdy da się przewidzieć przynajmniej jakościowo liczbę i rodzaj rejestrowanych symptomów, czyli gdy istnieje sposób zamodelowania zależności stan $\leftrightarrow$ symptom już na etapie projektowania i możliwość ewentualnej weryfikacji empirycznej na prototypie czy serii próbnej, co na ogół ogranicza eksperyment jedynie do identyfikacji, lub w najlepszym razie do eksperymentu biernego. Podejmowanie prób rozwiązania tak postawionego zadania jest nadzwyczaj atrakcyjne w dobie ostrej walki konkurencyjnej - pozwala uzyskać wytwór o większej pewności działania i niższej jednostkowej cenie eksploatacji.

Problem oceny stanu maszyny na podstawie analizy drgań i hałasu od strony teoretycznej bazuje na postulat, że dyssypacja energii wibroakustycznej w trakcie eksploatacji maszyny wzrasta. Istnieć zatem powinna miara drganiowa lub hałasowa, która przekracza wartość graniczną w chwili gdy dalsza eksploatacja grozi awarią. Rozumowanie takie wynika z przyjęcia modelu Czesława Cempla, zakładającego wzrost energii dyssypowanej w trakcie zużycia oraz założeniu, że energia pasożytniczych procesów wibroakustycznych jest proporcjonalna do ogólnej dyssypacji energii. Założenie o ogólnym wzroście wydatku energetycznego nie budzi dzisiaj wątpliwości. Można przyjąć, że jest to udowodnione prawo przyrody. Istnieje jedynie problem znalezienia najwygodniejszego zapisu matematycznego i poszukiwanie "optymalnego" algorytmu.

Wiadomo jednak, że postulat proporcjonalności energii wibroakustycznej do całości energii pasożytniczej jest pewnym uproszczeniem modelowym sprowadzającym się do przyjęcia reguły od której mogą być i są wyjątki. W pracy [3] autor między innymi zwracał uwagę na przypadki gdy okresowy spadek poziomu drgań świadczy o niebezpiecznym uszkodzeniu lub na znany z obserwacji efekt „falowania” trendu zmian wielkości będącej miarą procesu wibroakustycznego. Należy przyjąć, że takim zjawiskom towarzyszą wzrosty dyssypacji energii w innych procesach, przede wszystkim cieplnych, lecz również elektrycznych i np. hydraulicznych (wyciek oleju z uszkodzonego łożyska może w efekcie prowadzić do tłumienia drgań). W złożonej strukturze skomplikowanego systemu mechanicznego może dochodzić do efektu pozornego „samonaprawiania”, który w ogóle może okresowo zmniejszyć ilość energii dyssypowanej, a na pewno zmieni proporcje pomiędzy formami dyssypacji.

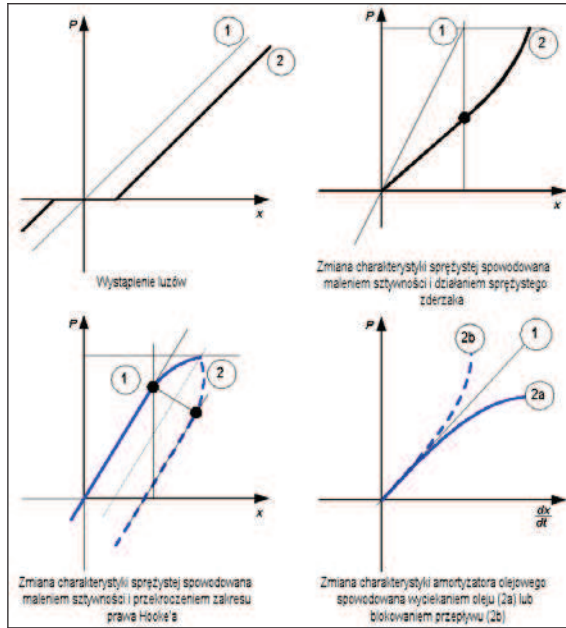
Nasuwa się przypuszczenie, że zmiana proporcji pomiędzy poszczególnymi formami dyssypowanej energii może mieć swoje odwzorowanie w obserwowanej postaci drgań (nawet gdy poziom pozostaje stały lub się obniża). Autor badał to

zjawisko między innymi przy analizowaniu uszkodzeń łożysk tocznych, gdzie przy stałym poziomie ogólnym zmieniają się proporcje pomiędzy dominującymi amplitudami w widmie oraz przy badaniach elementów hydraulicznych, gdzie podobne rezultaty uzyskano badając wskaźnik wielosymptomowy (drgania + ciepło) i miarę informacji różniacej Gersha zbudowaną na widmie amplitudowym drgań mechanicznych, a także w przenośnikach wibracyjnych i układach napędowych okrętów. Wymienione zjawiska zostały zaobserwowane w trakcie biernego bądź czynnego eksperymentu diagnostycznego. Dysponując dokładną rejestracją wielu symptomów w całym czasie życia dla reprezentacyjnej statystycznie próbki egzemplarzy można pokusić się o ustalenie istotnych zależności lecz w dalszym ciągu pozostaje otwarty raczej trudny problem przyjęcia właściwego modelu. W pracy [7] autor postawił następujące postulaty będące wynikiem prowadzonych badań empirycznych.

1. Zmiana formy obserwowanych drgań (hałasu) może być symptomem diagnostycznym nawet wówczas gdy ilość energii dyssypowanej na drgania nie ulega zmianie lub maleje.
2. Jednym z efektów możliwych do obserwacji w trakcie zużywania się maszyny jest wzrost nieliniowego zaburzenia.

## 2. EWOLUCJA UKŁADU LINIOWEGO

Można tutaj wyodrębnić dwa istotnie różniące się przypadki. Pierwszy to taki, w którym układ jest od początku silnie nieliniowy, a zjawiska towarzyszące zużyciu są z tej racji trudne do jakościowego wyodrębnienia. Przykładem często poruszonym w literaturze tego typu efektów jest zużycie łożyska ślizgowego. W takich przypadkach nie ma możliwości linearyzacji stanu początkowego.



Rys. 1. Typowe zmiany charakterystyk elementów tłumiących i sprężystych w trakcie eksploatacji.

Modelowanie musi zatem bazować na skomplikowanym układzie nieliniowych równań różniczkowych [2], a trudność rozwiązania problemu tkwi w odwrotnym zadaniu identyfikacji złożonego układu.

Istnieje jednak wiele układów mechanicznych, które w początkowym okresie eksploatacji są opisywalne modelami liniowymi z dostateczną dokładnością i w których pojawienie się efektu nieliniowego zaburzenia jest dobrze obserwowalne.

Przyjmując, że stan początkowy systemu opisany jest z dobrą dokładnością modelem liniowym (układem liniowych równań różniczkowych) identyfikowalnym i zidentyfikowanym w dziedzinie częstości z założoną dokładnością w myśl zależności:

$$\begin{aligned} S_\omega \mathfrak{S}_t \{x(t, \theta_0)\} &= X(\omega, \theta_0) = \\ &= \sum_k P_k(\omega) \cdot H_k(q_i, z_i, \theta_0) + \Phi(q_i) + \Psi \quad (1) \\ |\Phi + \Psi| &< \delta \end{aligned}$$

gdzie:

- $X(\omega, \theta_0)$  - uśredniona i wyselekcjonowana w dziedzinie czasu (operator  $S_t$ ) i częstotliwości (operator „filtracyjny”  $S_\omega$ ) transformata Fouriera mierzonego sygnału,
- $\theta_0$  - początkowy czas życia (model liniowy),
- $P_k = \mathfrak{S}_t p_i(t)$  - wymuszenie,
- $H$  - transmitancja widmowa,

- $q_i$  - uogólnione współrzędne modelu,
- $z_i$  - parametry dobrane w czasie identyfikacji parametrycznej,
- $\Phi(q_i, \theta_0)$  - błąd identyfikacji strukturalnej modelu,
- $\Psi$  - nieuchronny błąd spowodowany obecnością szumów pomiarowych i innych zakłóceń o charakterze losowym,
- $\delta$  - założona dokładność modelu (opisu).

Założymy, że układ podlega ewolucji polegającej na występowaniu zjawisk nieliniowych. Prawe strony równań (1) nie będą prostymi sumami lecz dość skomplikowanymi funkcjami:

$$X(\omega, \theta_n) = F(P_k \cdot H_k(q_i, P_i, z_i, y_i, \theta_n); \Phi) + \Psi \quad (2)$$

a w dodatku poszczególne transmitancje zależne będą od wszystkich wymuszeń. Aby odpowiedzieć na pytania, czy w ogóle możliwe jest odseparowanie w sposób czytelny efektów nieliniowych, czyli czy możliwa jest obserwacja różnicy:

$$X(\omega, \theta_n) - X(\omega, \theta_0) = F(y_i) \quad (3)$$

gdzie  $y_i$  - parametry opisujące nieliniowe zaburzenia, należy przyjąć pewne założenia upraszczające pozwalające na rozwikłanie prawych stron równań (2).

W pracach [2 i 8] na podstawie dyskusji postaci rozwiązań układów nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych uzyskanych analitycznymi metodami przybliżonymi autor wykazał, że istnieje stosunkowo obszerna klasa układów słabo nieliniowych, w których można obserwować wzrost nieliniowego zaburzenia, widoczny na wyższych harmonicznych wymuszenia, w sposób addytywny lub multiplikatywny z dokładnością do szumów pomiarowych według zależności:

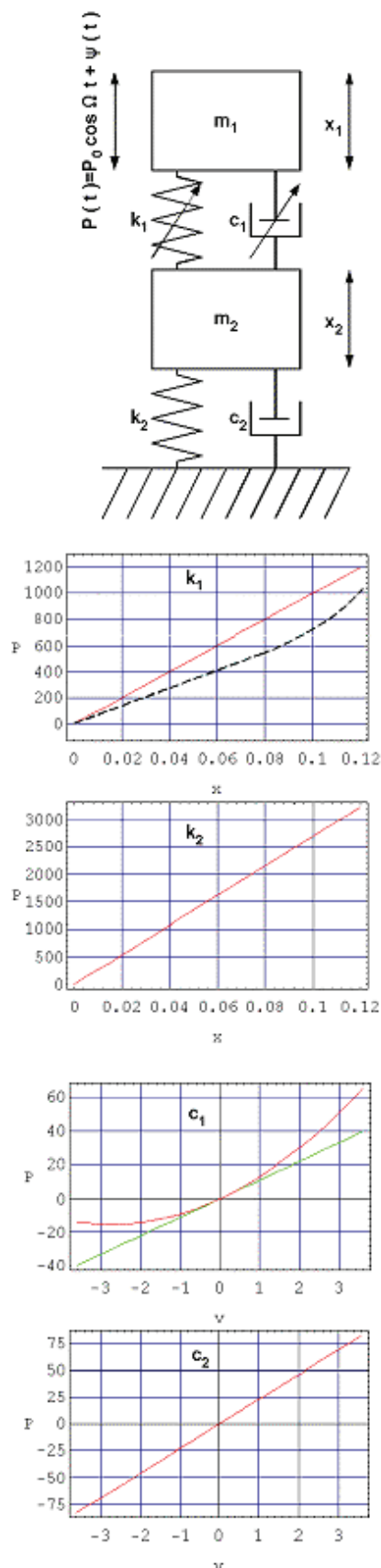
$$\begin{aligned} X(\omega, \theta_m) &= \sum_k P_k(\omega) \cdot H_k(q_i, z_i) + \Phi^*(\theta_m) + \psi \\ X(\omega, \theta_n) &= \sum_k P_k(\omega) \cdot H_k(q_i, z_i) + \Phi^*(y_i, \theta_n) + \psi \\ &\Downarrow \\ \Delta_{mn} X(\omega) &= -\Phi^*(\theta_m) + \Phi^*(y_i, \theta_n) + \psi = \quad (4) \\ &= \Delta \Phi^*(y_i, \theta_m, \theta_n, \psi) \\ &\Downarrow \\ y_i &= \Delta \Phi^{*-1} \Delta_{mn} X(\theta_m, \theta_n, \psi) \end{aligned}$$

Przyjęcie takiego zapisu oznacza, że można prowadzić obserwację wyselekcjonowanego fragmentu widma odfiltrowanej części mierzonego sygnału wibroakustycznego, której wzrost będzie proporcjonalny (niekoniecznie liniowo lecz monotonicznie) do rozwoju uszkodzenia

rozumianego jako zmiana charakterystyki elementu (lub elementów) lepkościowego.

Mówiąc bardziej poglądowo istnieje miara widmowa pozwalająca na obserwację zjawiska „siadającej” sprężyny czy ciekącego tłumika przez proste porównywanie jej wartości dla różnych czasów życia, przy czym zjawisku temu nie musi towarzyszyć obserwowalna zmiana poziomu drgań całego sygnału. Omawiane zjawisko można zaobserwować w wielu przypadkach badanych doświadczalnie oraz stosunkowo łatwo wygenerować na drodze symulacji komputerowej [5,6].

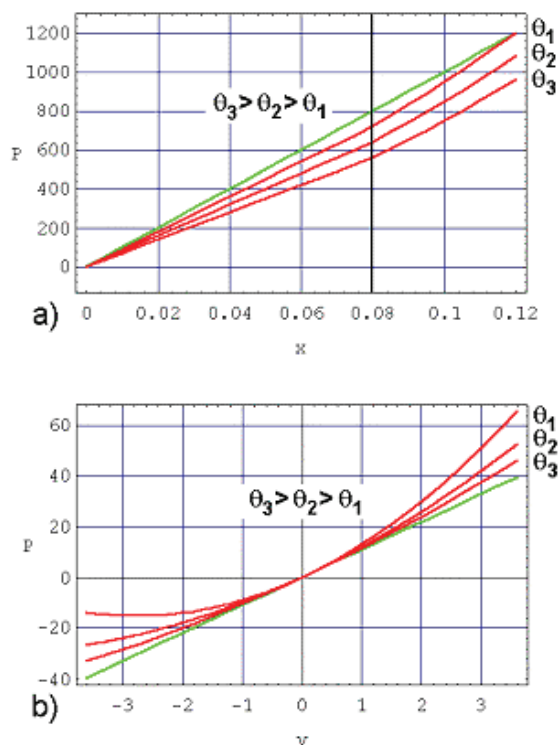
Rozpatrzmy model przedstawiony na rys. 2 odpowiadający prostemu układowi wibroizolacji, wykorzystany między innymi w pracy [8] do diagnozowania elementów zawieszenia samochodu osobowego. Załóżmy że model został zidentyfikowany z dokładnością do szumów pomiarowych, oraz że elementy sprężysto-tłumiące w początkowym okresie ( $\theta = 0$ ) mają charakterystyki przedstawione na rysunku 2.



Rys. 2. Model dynamiczny prostego układu wibroizolacyjnego, w którym charakterystyki elementów zmieniają się w sposób nieliniowy w trakcie życia maszyny.

Na rys. 3 przedstawiono ewolucję charakterystyk w trakcie eksploatacji. Element sprężysty traci sztywność dla małych przemieszczeń, dla większych natomiast „uszywnia się” w sposób progresywny. Odpowiada to sytuacji, w której zużycie podstawowej sprężyny zawieszenia powoduje „dobicie” do zderzaka. Element tłumiący w trakcie eksploatacji traci asymetrię dążąc do charakterystyki liniowej, co stanowi prosty model zużycia amortyzatora olejowego. Załóżmy dalej, że układ jest wymuszony szumem z wyraźną składową harmoniczną, co z kolei dosyć dobrze odpowiada realnym warunkom pracy. Dla ustalenia obszaru początkowego na rys. 4 przedstawiono wymuszenie i odpowiedź układu dla obu charakterystyk liniowych.

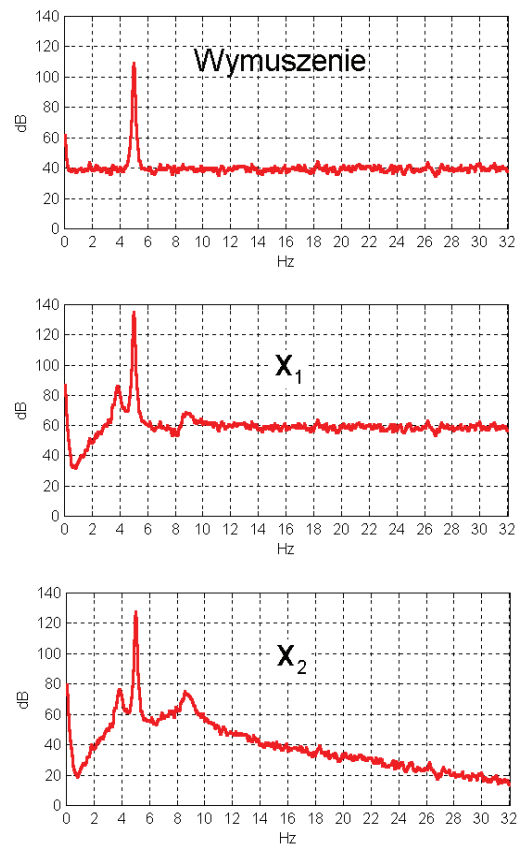
Tak zdefiniowany eksperyment stanowi uogólnienie dotychczasowych rozważań, gdyż obserwujemy jednoczesny wzrost nieliniowego zaburzenia jednego z elementów wraz ze spadkiem części nieliniowej charakterystyki drugiego. Następne symulacje odpowiadają przebiegowi typowego czynnego eksperymentu diagnostycznego.



Rys. 3. Ewolucja nieliniowego zaburzenia w trakcie czasu życia maszyny (q): a) ewolucja charakterystyki elementu sprężystego, b) ewolucja charakterystyki elementu tłumiącego

Na rys. 5 przedstawiono ewolucję odpowiedzi układu na zmianę charakterystyki tłumienia, a na rys. 6 ewolucję odpowiedzi układu na zmianę charakterystyki sprężystej. Obie ewolucje są zgodne z rozważaniami teoretycznymi. Zmiana

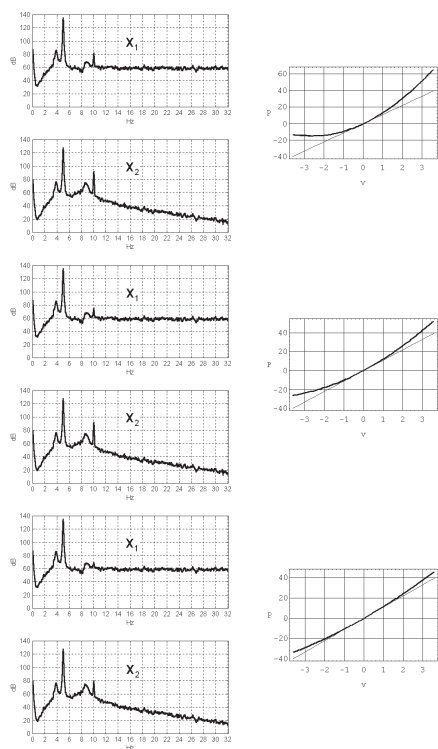
charakterystyki tłumienia wywołuje zmianę amplitudy drgań z częstotliwością równą  $2\Omega$ , natomiast zmianom charakterystyki sprężystej odpowiada wzrost amplitud ciągu składowych widmowych odpowiadających różnego rodzaju rezonansom nieharmonicznym z dominującymi składowymi o częstotliwościach  $3\Omega$  i  $5\Omega$ . Warto zauważyć, że zmiana charakterystyki elementu tłumiącego powoduje zmianę jedynie wyselekcjonowanej amplitudy bez zauważalnych zmian pozostałej części widma, co może stanowić dodatkowo potwierdzenie tezy o możliwości opisu efektu słabo nieliniowego zaburzenia w sposób addytywny [7].



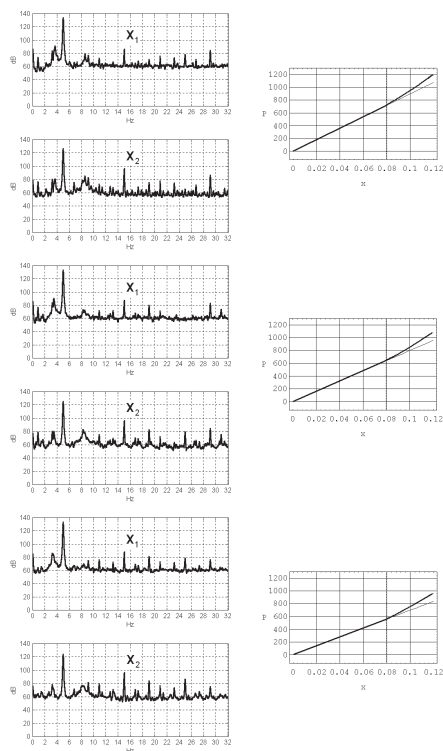
Rys. 4. Wymuszenie i odpowiedzi układu dla wszystkich charakterystyk liniowych

Inaczej wygląda sytuacja w przypadku zmian charakterystyki sprężystej. Wy tłumaczeniem zmian składowych fourierowskich nie będących bezpośrednio odpowiedzialnymi za rezonanse nieharmoniczne jest jednoczesna zmiana liniowej części charakterystyki (porównaj rys. 2). Zmiany te nie mają jednak większego znaczenia na wzrost amplitudy w obserwowanych pasmach. Spostrzeżenie to rozszerza zastosowalność proponowanej metody wnioskowania, a obserwowane przesunięcie częstotliwości głównych składowych może pełnić rolę dodatkowego symptomu (przynajmniej w sensie jakościowym).





Rys. 5. Symulacja odpowiedzi układu po zmianie charakterystyki elementu tłumiącego (spadek efektu nieliniowego)



Rys. 6. Symulacja odpowiedzi układu po zmianie charakterystyki elementu sprężystego

### 3. WNIOSKI I OBSERWACJE

Przedstawiony przykład ewolucji modelu liniowego oczywiście nie wyczerpuje zagadnienia. Po pierwsze wiele zjawisk fizycznych, a w tym użytecznych diagnostycznie symptomów, opisać należy modelami nieliniowymi już w stanie „0” i obserwować ewentualną ewolucję tych nieliniowości lub występowanie zupełnie innych zjawisk o nieliniowym charakterze. Po drugie występowanie w systemie nieliniowym składowych harmonicznych nie jest jedynym efektem a miary drganiowe monotonicznie zmienne wraz z propagacją uszkodzenia niekoniecznie muszą opisywać amplitudy odpowiadające częstotliwością rezonansowym nad- i podharmonicznym. Niekoniecznie również zmiennymi decyzyjnymi w procesie identyfikacji modelu muszą być parametry zawarte w transmitancji (czy odpowiedzi impulsowej układu).

W najprostszy sposób można dokonać uogólnienia oczekiwanych rozwiązań przyjmując, że równanie (4) dotyczy relacji nie pomiędzy liniowym stanem „0” i nieliniowym stanem po pewnym czasie życia  $\theta$ , lecz pomiędzy dwoma stanami opisanymi równaniami nieliniowymi, z których jeden odpowiada rzeczywistemu zerowemu czasowi życia. Nie rozwiązuje to jednak wszystkich wymienionych problemów.

Przeprowadźmy następujące rozumowanie. Załóżmy jak poprzednio, że stan układu opisany jest układem równań różniczkowych zwyczajnych II rzędu w postaci:

$$\ddot{\xi}_i + \omega_{0i}^2 \xi_i = \Phi(\xi_j, \dot{\xi}_j, t), j = 1..n \quad (5)$$

gdzie w nowych stanach zawarto wymuszenie i wszystkie funkcje nieliniowe, a lewe strony są rozprężone po sprowadzeniu układu do współrzędnych głównych układu liniowego [7]. Rozwiązania takiego układu można poszukiwać jedną z analitycznych metod przybliżonych i uzyskać je w postaci:

$$\xi_i = f_i(t) \cos \psi(t) + \sum_{i,j} \sum_{m,n} f_{ij} \frac{\exp i(\sum_{ni} m\dot{\psi}_i + \sum_{mi} m\Omega_j)}{\omega_{0i}^2 - (\sum_{ni} m\dot{\psi}_i + \sum_{mi} m\Omega_j)^2} \quad (6)$$

czyli jako sumę funkcji harmonicznej o zmiennej fazie i amplitudzie i szeregu wyższych harmonicznych (dla różnych kombinacji częstości własnych).

W szczególnym przypadku zależność od czasu amplitudy i fazy może być prostą okresową modulacją fazową lub częstotliwościową „umownej” pierwszej harmonicznej. W przypadku ogólniejszym funkcje te można przedstawić w postaci szeregowej jako funkcję okresową o częstotliwościach odpowiadających różnego rodzaju

modulacjom wyższych składowych. Dowód tego twierdzenia jest opracowany szkicowo, wymaga jednak pewnych uściśleń.

Można stąd wysnuć następujące wnioski odpowiadające wielu badaniom empirycznym.

1. Efektem wolnych zmian nieliniowych części układu równań mogą być wzrosty amplitud drgań o częstotliwościach odpowiadającym nieliniowym częstotliwościom rezonansowym i różnego rodzaju modulacje.

2. Można z góry przewidzieć ogólną (jakościowo) postać rozwiązania.

3. Wysunięcie wniosków ilościowych wymaga opracowania procedury identyfikacji modelu.

Doprowadzenie tych zagadnień do metod aplikacyjnych jest zadaniem stosunkowo trudnym i Autor liczy, że pomocną w tym będzie szeroko pojęta dyskusja środowiska.

## LITERATURA

- [1] Dąbrowski Z.: Wykorzystanie modeli nieliniowych w diagnostyce wibroakustycznej, Materiały XXIV Ogólnopolskiego Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka, 1997, s. 52-61
- [2] Dąbrowski Z.: Non-Linear Resonance as a Diagnostic Symptom, Machine Dynamics Problems, Vol. 19, 1998, s. 19-27
- [3] Dąbrowski Z.: Diagnostyka nie tylko wibroakustyczna - przyszłość czy historia, Materiały Kongresu Diagnostyki Technicznej KDT '96, Gdańsk, 1996, s. 85-92.
- [4] Dąbrowski Z., Dziurdź J., „Zwiększenie dokładności wyników analizy widmowej w zadaniu diagnostycznym”. II Międzynarodowy Kongres Diagnostyki Technicznej „DIAGNOSTYKA 2000”, Warszawa 19-22.09.2000. CD [p1\_02.pdf]; vol.2, str.94.
- [5] Dąbrowski Z., Dziurdź J., „Nonlinear Symptoms in Technical Diagnostics”, VETOMAC-I, 25 27.10.2000, India.
- [6] Dąbrowski Z., Pankiewicz J., „Badania symulacyjne wpływu szumu losowego na czytelność symptomów nieliniowych”. Przegląd Mechaniczny nr.11-12/2000 str.35-37.
- [7] Dąbrowski Z., „Modeling and Identification of Nonlinear System for Technical Diagnostics”, The 8th International Congress on Sound and Vibration, 02-06.07.2001, Hong Kong, China, str. 1083-1090.
- [8] Dąbrowski Z., Pankiewicz J., „Diagnosing a Vehicle's Suspension system on the Basis of the Non-linear Effects of the Dynamic Response”, Machine Dynamics Problems, vol. 26/2002, str.27-41.