

NATĘŻENIE DŹWIĘKÓW STRUKTURALNYCH W DIAGNOSTYCE NIECIĄGŁOŚCI ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH

Jacek CIEŚLIK

Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,
Katedra Robotyki i Dynamiki Maszyn, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków,
fax (12) 6343505, email ghciesli@cyf-kr.edu.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono uzyskane na podstawie danych literaturowych [7, 9] zależności wiążące natężenie dźwięków strukturalnych oraz odkształcenia i obciążenia belek i płyt, pozwalające wyznaczyć jego wartość dla elementów konstrukcyjnych. Omówiono metodę wyznaczania wartości natężenia dźwięków strukturalnych na podstawie zespolonych parametrów modalnych uzyskiwanych drogą analizy modalnej z użyciem metody elementów skończonych. W pracy podano przykłady obliczeniowe, których celem było wyznaczenie rozkładu wartości wektora natężenia dźwięków strukturalnych na powierzchni typowych elementów konstrukcyjnych - połączonych ze sobą płyt prostokątnych. Analizowany problem badawczy zmierzał do określenia przydatności metody natężeniowej do diagnostyki przenoszenia energii drgań w miejscach nieciągłości konstrukcji mechanicznych.

Słowa kluczowe: natężenie dźwięków strukturalnych, energia drgań, przepływ energii

STRUCTURAL INTENSITY IN DIAGNOSTICS OF CONSTRUCTIONAL ELEMENTS DISCONTINUITIES

Summary

The paper presents obtained from literature dependencies connecting structure surface intensity with derived loads and strains enabling its evaluation for such constructional elements as beam and plates. The method of structure surface intensity evaluation based on complex modal parameters derived from FEM modal analysis was discussed. In the paper there are presented the numerical examples which lead to investigation of distribution of surface structural intensity vector values for such typical constructional elements as connected rectangular plates. Such solved problem was intended to show the usability of structure surface intensity method in discontinuity diagnostics of mechanical constructions.

Keywords: structural intensity, energy of vibration, energy flow

1. WPROWADZENIE

Natężenie dźwięków strukturalnych reprezentujące uśredniony w czasie strumień przepływu energii drgań mechanicznych przez powierzchnię jednostkową prostopadłą do kierunku przepływu [12] znalazło szczególne zastosowanie w badaniach przepływu energii drganiowej w ciałach stałych. Analiza przestrzennego rozkładu natężenia dźwięków strukturalnych pozwala na badanie dróg przenoszenia energii drgań oraz miejsc, w których energia jest wprowadzana bądź pochłaniana w strukturze mechanicznej.

Badanie metodami obliczeniowymi dróg przenoszenia energii drganiowej w strukturach o złożonych kształtach, zbudowanych z płaskich, cienkich elementów takich jak belki i płyty nie zostało jak dotąd rozwiązane w stopniu zadowalającym. Problemy analizy konkretnych przypadków praktycznych skupiają się na uwzględnieniu

skomplikowanych warunków brzegowych i złożoności struktur rzeczywistych.

2. NATĘŻENIE DŹWIĘKÓW STRUKTURALNYCH W USTROJACH CIENKOŚCIENNYCH

Dla drgań ustalonych, natężenie dźwięków strukturalnych jest definiowane jako wielkość zespolona:

$$\tilde{S}_{\sigma_{kl} \nu_l}(\omega) = I_k(\omega) + jJ_k(\omega) \quad (1)$$

gdzie ω jest częstością kątową, $\omega = 2\pi f$, f – częstotliwość drgań [2], $\tilde{S}_{\sigma_{kl} \nu_l}(\omega)$ jest funkcją gęstości widmowej mocy pomiędzy zespolonymi składowymi naprężenia i prędkości. Składowa rzeczywista w kierunku k -tej współrzędnej jest równa:

$$I_k(\omega) = -\operatorname{Re}\left[\tilde{S}_{\sigma_{kl} \nu_l}(\omega)\right] \quad (2)$$

i reprezentuje ona rzeczywisty przepływ energii drganiowej w strukturze. $J_k(\omega)$ jest związana z falami stojącymi i nie opisuje przepływu energii w strukturze.

Wartości składowych natężenia dźwięków strukturalnych w belkach i płytach wyznacza się jako funkcje zmiennych: sił momentów i wewnętrznych oraz przemieszczeń liniowych i kątowych.

Dla płyt całkowanie jest przeprowadzane po grubości płyty a natężenie jest równe strumieniowi przepływu energii przez jednostkę szerokości i odnoszone do płaszczyzny środkowej płyty. W obliczeniach metodą elementów skończonych dla płaskiego elementu skończonego dwie składowe natężenia dźwięków strukturalnych mają postać [4]:

$$\begin{aligned} I_x &= -\frac{\omega}{2} \text{Im} \left[\tilde{N}_x \tilde{u}_0^* + \tilde{N}_{xy} \tilde{v}_0^* + \tilde{Q}_x \tilde{w}_0^* + \tilde{M}_x \theta_y^* - \tilde{M}_{xy} \theta_x^* \right] \\ I_y &= -\frac{\omega}{2} \text{Im} \left[\tilde{N}_y \tilde{v}_0^* + \tilde{N}_{yx} \tilde{u}_0^* + \tilde{Q}_y \tilde{w}_0^* - \tilde{M}_y \theta_x^* + \tilde{M}_{yx} \theta_y^* \right] \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie: $\tilde{N}_x, \tilde{N}_y, \tilde{N}_{xy} = \tilde{N}_{yx}$ - siły rozciągające w płycie,

\tilde{Q}_x, \tilde{Q}_y - siły ścinające,

$\tilde{M}_x, \tilde{M}_y, \tilde{M}_{xy} = \tilde{M}_{yx}$ - momenty zginające,

2.1. Zastosowanie podejścia modalnego do obliczeń zespolonej odpowiedzi struktury.

Zespolone przemieszczenia i naprężenia wymagane do obliczeń natężenia dźwięków strukturalnych mogą być obliczone poprzez zastosowanie podejścia modalnego [8]. Odpowiedź modalną struktury uzyskuje się m.in. przez zastosowanie analizy metodą elementów skończonych. Programy do metody elementów skończonych zwykle wykorzystują macierze rzeczywistych wartości mas i sztywności, które dają w wyniku rzeczywiste wartości przemieszczeń i naprężeń. Natomiast procedura obliczeń wielkości wymaganych do wyznaczenia natężenia dźwięków strukturalnych została oparta na obliczeniach zespolonej odpowiedzi struktury z zastosowaniem reprezentacji modalnej struktury bez strat [9]. Możliwe do zlokalizowania tłumienie jest traktowane jako tłumienie zewnętrzne i uwzględniane przez rozszerzenie funkcji modalnych z dostosowaniem warunków impedancji w punktach zamocowania. Wartości natężenia dźwięków strukturalnych zależą od prędkości i naprężeń. W wyniku obliczeń metodą elementów skończonych otrzymujemy przemieszczenia w węzłach i naprężenia w punktach wewnątrz elementów. Obliczenia wartości natężenia dźwięków strukturalnych wymagają znajomości wartości wielkości odpowiedzi w tych samych punktach. Ponieważ dokładność obliczeń naprężenia jest mniejsza od dokładności obliczeń przemieszczenia, to wektor odpowiedzi musi być brany w punktach najwyższej dokładności dla naprężeń. Macierz funkcji kształtu jest w ogólnym

przypadku odniesiona do lokalnego układu współrzędnych dla elementu, zatem wektor przemieszczeń modalnych musi być określony w tym samym układzie współrzędnych. Przemieszczenia wewnątrz elementu skończonego także odnoszą się do współrzędnych lokalnych:

Przez zastosowanie zespolonych przemieszczeń i naprężeń lub wypadkowych naprężeń, natężenia dźwięków strukturalnych można obliczyć zależnie od typu elementu skończonego. Wielkości otrzymane są wielkościami wektorowymi. Oszacowana wartość natężenia dźwięków strukturalnych jest odniesiona do tego lokalnego układu współrzędnych. Przekształcenie wartości współrzędnych natężenia dźwięków strukturalnych do układu współrzędnych związanego z globalnym układem elementów skończonych można przeprowadzić na tej samej drodze jak dla każdej wielkości wektorowej przez zastosowanie macierzy przekształcenia.

3. OBLICZENIA DLA UKŁADU POŁĄCZONYCH PŁYT PROSTOKĄTNYCH

3.1. Model belki przyjęty do obliczeń

Dla celów weryfikacji przydatności natężenia dźwięków strukturalnych do identyfikacji nieciągłości w elementach konstrukcyjnych przeprowadzono eksperyment polegający na analizie rozkładu wartości natężenia dźwięków strukturalnych w układzie trzech prostopadłe połączonych ze sobą płyt prostokątnych.

Do obliczeń przyjęto płyty o szerokości 1 m i długości odpowiednio 2, 1 i 2całkowitej 2,0 m. Płyty miały jednakową grubość równą 10 mm. Stałe materiałowe przyjęto: moduł Younga – $2,1 \cdot 10^{11}$ Pa, współczynnik Poissona – 0,3, gęstość 7860 kg/m^3 . Zamocowanie zamodelowano jako swobodne podparcie na brzegu płyt. Możliwy był tylko obrót wokół krawędzi płyty. W wybranym punkcie na powierzchni pierwszej płyty przyłożono pionową siłę wymuszającą, w kierunku prostopadłym do płaszczyzny belki o wartości 10^3 N . Wymuszenie miało charakter harmoniczny o częstotliwości 100 Hz.

Tłumienie nie było uwzględniane w analizie modalnej. Zostało wprowadzone na etapie obliczeń zespolonych naprężeń i odkształceń. Przyjęto element tłumiący w punkcie na powierzchni trzeciej płyty (na rysunku oznaczony trójkątem) w postaci trzech wzajemnie prostopadłych tłumików. Wartości współczynnika tłumienia wynosiły 1000 Ns/m . Obliczenia zespolonych naprężeń i odkształceń oraz wartości natężenia dźwięków strukturalnych przeprowadzono przy zastosowaniu własnego programu wykorzystując wyniki analizy modalnej opracowanej metodą elementów skończonych.

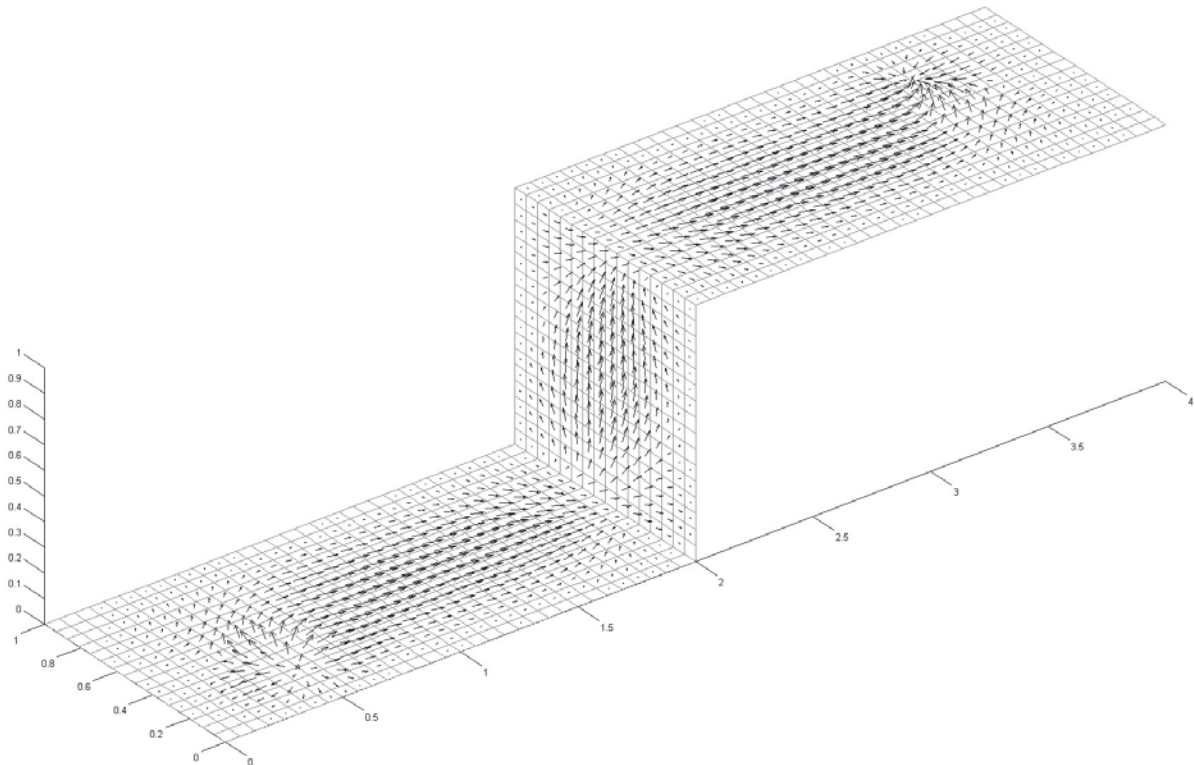
3.2. Wyniki obliczeń

Obliczone rozkłady wektorów natężenia dźwię-

ków strukturalnych dla układu trzech płyt przedstawiono na Rys. 1. Pokazano rozkłady w charakterystycznych obszarach. Z obserwacji rozkładu wektorów wynikają jasno położenia siły wymuszającej i tłumika charakteryzujące się specyficznym sposobem zaburzenia przebiegu wektorów. W obszarach dalekich od miejsc wymuszenia i zamocowania tłumika charakter rozkładu wektorów wskazuje na jednorodny charakter przepływu energii. Paraboliczny rozkład modułu wektorów natężenia w przekroju poprzecznym belki

znajduje potwierdzenie w literaturze [14]. Analiza rozkładu pola wektorów pozwala na szczegółową lokalizację miejsc wymuszenia i pochłaniania energii.

Rozkłady natężenia dźwięków strukturalnych podają jakościową charakterystykę zjawiska przenoszenia energii. Wprowadzenie dodatkowej miary w postaci całki z wartości wektora natężenia w kierunku prostopadłym do pewnej zamkniętej powierzchni np. przekroju poprzecznego pozwalają na ocenę ilościową przepływu energii tym samym na identyfikację jej różnych dróg przenoszenia.



Rys. 1. Rozkład wektorów natężenia dźwięków strukturalnych dla układu płyt prostokątnych.

4. WNIOSKI

Przedstawiona metoda obliczeń natężenia dźwięków strukturalnych pozwala na znalezienie ich wartości dla wybranych częstości wymuszenia i określonej postaci drgań struktury [7]. Przedstawione zależności wiążą natężenie dźwięków strukturalnych oraz odkształcenia i obciążenia dla prostych elementów konstrukcyjnych: belek i płyt. Metoda wyznaczania wartości natężenia dźwięków strukturalnych bazuje obliczeniach przemieszczeń w węzłach i naprężeń w punktach wewnątrz elementów skończonych wyznaczonych metodą elementów skończonych. Wartości natężenia dźwięków strukturalnych obliczane są na podstawie zespolonych wartości parametrów modalnych uzyskiwanych drogą analizy modalnej z użyciem metody elementów skończonych. W obliczeniach uwzględniane jest tłumienie zewnętrzne w postaci tłumika w trzech

wzajemnie prostopadłych kierunkach. Zastosowane podejście modalne przy pewnych ograniczeniach daje możliwość wyznaczenia wartości natężenia dźwięków strukturalnych na podstawie doświadczalnej analizy modalnej struktury.

Przedstawiony przykład analizy rozkładu wartości natężenia dźwięków strukturalnych dla układu trzech płyt prostokątnych wykazał przydatność tej metody do badań nieciągłości oraz dróg przenoszenia energii drganiowej. Możliwa jest zarówno analiza jakościowa polegająca na obserwacji rozkładów jak również analiza ilościowa na podstawie obliczonych wartości mocy w poszczególnych elementach struktury.

Do niedogodności przedstawionej metody należy zaliczyć jej słabą zbieżność. Liczba modów, które należy uwzględnić w obliczeniach natężenia dźwięków strukturalnych musi być odpowiednio dobrana. Zwykle do obliczeń pola przemieszczeń lub

ich pochodnych liczba modów jest dobierana w ten sposób, że najwyższa częstość własna stosowana w obliczeniach jest kilka razy większa od częstości wymuszenia. Natężenie dźwięków strukturalnych jest wynikiem iloczynu naprężeń i prędkości drgań w tych samych punktach struktury. Zatem gwałtowne zmiany naprężenia jakie występują np. w pobliżu punktów wymuszenia lub nieciągłości struktury nie mogą być wystarczająco dobrze opisane poprzez uwzględnienie jedynie ograniczonej liczby niższych postaci drgań. Stanowi to główne ograniczenie dokładności obliczeń opisywaną metodą. Dalsze prace powinny zmierzać w kierunku sposobu uwzględnienia wyższych postaci drgań.

Przedstawiona metoda analizy rozkładu natężenia dźwięków strukturalnych znajduje zastosowanie jako nowa metoda w diagnostyce uszkodzeń powstających w czasie eksploatacji struktur mechanicznych. Umożliwia badanie miejsc o szczególnej koncentracji przepływu energii drganiowej, które w konsekwencji narażone są na powstanie uszkodzeń mechanicznych w postaci pęknięć zmęczeniowych.

Praca była realizowana w ramach grantu finansowanego przez Komitet Badań Naukowych nr 5T07C01023 "Teoretyczno-eksperymentalne opracowanie optymalnej metody oceny produkcji i jakości maszyn."

LITERATURA

- [1] Carniel X., Pascal J. C., Caracteristiques de propagation et mesures du flux d'energie vibratoire dans les barres (Characteristics and measurements of the energy flow in beams) (in French), *Proc. of the Second Internat. Congress on Acoustic Intensity*, Senlis, pp. 211-217, 1985.
- [2] Fuller R. C., The effect of wall discontinuities on the propagation of flexural waves in cylindrical shells, *J. of Sound and Vibration*, 75, pp. 207-228, 1981.
- [3] Gavric L., *Influence de modifications locales sur le flux d'energie dans les structures a paroi mince (Influence of local modifications on energy flow in thin-walled structures)*. Ph.D. Thesis, Universite de Technologie de Compiègne, Compiègne, 1991.
- [4] Gavric L., Pavic G., Computation of structural intensity in beam-plate structures by numerical modal analysis using FEM, *Proc. of the Third Internat. Conf. on Intensity Techniques*, Senlis, pp. 207-214, 1990.
- [5] Gavric L., Computation of structural intensity for a wide band excitation using normal mode approach, *Proc. of the 17 Internat. Sem. on Modal Analysis*, Vol 3; pp. 193-206, 1992.
- [6] Gavric L., Pavic G., A finite element method for computation of structural intensity by normal mode approach. *J. of Sound and Vibration*, 164(1), pp. 29-43, 1993.
- [7] Gavric L., Evaluation of structural intensity in assembled structures by modal approach, *Proc. of the Internoise 1997*, Vol 2; pp. 675-678, 1997
- [8] Pavic G., Energy flow induced by structural vibrations of elastic bodies, *Proc. of the Third Internat. Conf. on Intensity Techniques*, Senlis, pp. 21-28, 1990.
- [9] Pavic G., Vibroacoustical energy flow through straight pipes, *J. of Sound and Vibration*, 154, pp. 411-429, 1992.
- [10] Romano, A. J., Williams, E. G., Russo K. L., Schuette L. C., On the instantaneous structural intensity in a thin cylindrical shell, *Proc. of the Internoise 1992*, p. 521, 1992.
- [11] Schwenk, A. E., Sommerfeldt S. D., Hayek, S. I., Adaptive control of structural intensity associated with bending waves in a beam, *J. of the Acoustical Society of America*, 96(5), p. 2826, 1994.
- [12] Troshin A. G., Sanderson, M. A., Structural energy flow propagation in a T-shaped beam an evaluation of an intensity and a component mobility approach, *Acustica*, 83(3), pp. 489-505, 1997,
- [13] Williams E. G., Structural intensity in thin cylindrical shells, *J. of the Acoustical Society of America*, 86(1), pp. 1615-1622, 1991.
- [14] Verheij J. W., Cross-spectral density methods for measuring structure borne power flow on beams and pipes, *J. of Sound and Vibration*, (70), pp. 133-138, 1976,.



Dr inż. Jacek CIEŚLIK. Absolwent Wydziału Maszyn Górniczych i Hutniczych AGH, specjalność mechanika i wibroakustyka maszyn urządzeń. W roku 1990 uzyskał stopień doktora nauk technicznych. Adiunkt w Katedrze Robotyki i Dynamiki Maszyn AGH. Jego dorobek naukowy obejmuje 75 publikacji w tym 7 książek i monografii, 2 patenty. Zainteresowania naukowe skupiają się wokół tematów związanych z mechaniką, akustyką strukturalną i techniczną, teorią maszyn i mechanizmów, mechatroniką.