

DIAGNOZOWANIE JAKOŚCI PARTII WYROBÓW METODĄ STATYSTYCZNEJ KONTROLI ODBIORCZEJ Z OCENĄ LICZBOWĄ

Jerzy SZKODA

Katedra Eksploatacji Pojazdów i Maszyn, Uniwersytet Warmińsko-Mazurskiego
ul. Oczapowskiego 11, 10-736 Olsztyn, tel./fax (089) 523-34-63

Streszczenie

W artykule scharakteryzowano ocenę liczbową w diagnostowaniu jakości partii wyrobów metodą statystycznej kontroli odbiorczej i warunki jej stosowania.

Opisano algorytm postępowania w diagnostowaniu jakości partii na podstawie statystycznej kontroli odbiorczej z oceną alternatywną.

Słowa kluczowe: diagnostyka, statystyczna kontrola odbiorcza, jakość, plany badań.

DIAGNOSING THE ARTICLES LOT QUALITY BASED ON STATISTICAL RECEPTION INSPECTION WITH NUMERICAL ESTIMATION

Summary

The paper presents the numerical estimation in diagnosing the articles lot quality based and conditions of its application. It also describes the diagnosis algorithm based on statistical reception inspection with numerical estimation.

Key words: diagnostics, statistical methods, quality, research plan.

1. WSTĘP

Diagnostowanie jakości partii wyrobów metodą statystycznej kontroli odbiorczej z oceną liczbową jest możliwe wówczas, gdy rozkład wartości mierzonych cechy wyrobu ma rozkład normalny.

Zawsze jednak, gdy możemy diagnostowanie jakości partii wyrobów przeprowadzić na podstawie statystycznej kontroli odbiorczej z oceną alternatywną lub oceną liczbową, należy wykorzystać tę drugą ocenę. Statystyczna kontrola odbiorcza z oceną alternatywną jest bowiem obciążona znaczną niepewnością. Aby uzyskać większą pewność diagnostowania jakości partii wyrobów, trzeba pobierać duże próbki, co wiąże się ze zwiększeniem kosztów kontroli.

2. WARUNKI STOSOWANIA STATYSTYCZNEJ KONTROLI ODBIORCZEJ Z OCENĄ LICZBOWĄ

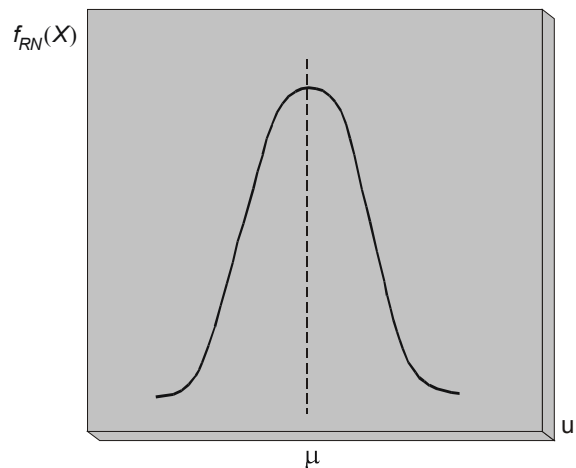
Statystyczną kontrolę odbiorczą /SKO/ z oceną liczbową można prowadzić wówczas, gdy wartości cech wyrobów mają rozkład normalny (RN).

Rozkład normalny opisywany jest funkcją gęstości $f_{RN}(u)$ o postaci (1):

$$f_{RN}(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \quad (1)$$

gdzie: $u = \frac{X - \mu}{\sigma}$;

X – wartość cechy wyrobu,
 μ – wartość oczekiwana rozkładu,
 σ – odchylenie standardowe
i ma kształt „dzwonowy” (rys. 1).



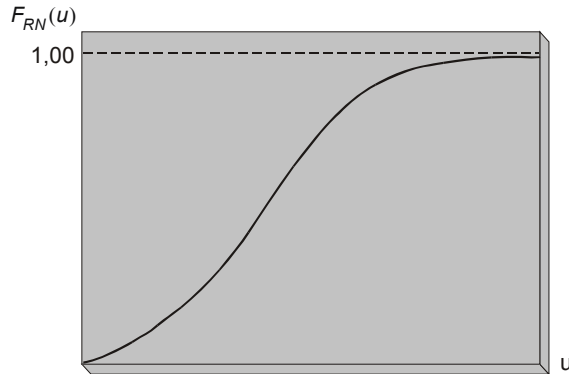
Rys. 1. Graficzny obraz funkcji gęstości rozkładu normalnego cechy wyrobu

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że zmienna losowa będzie przyjmowała wartości z określonego przedziału, wyznacza się na podstawie dystrybuanty $F_{RN}(u)$ (2):

$$F_{RN}(u) = \int_{-\infty}^u f_{RN}(u) du,$$

(2)

a jej kształt przybiera postać pokazaną na rys. 2.



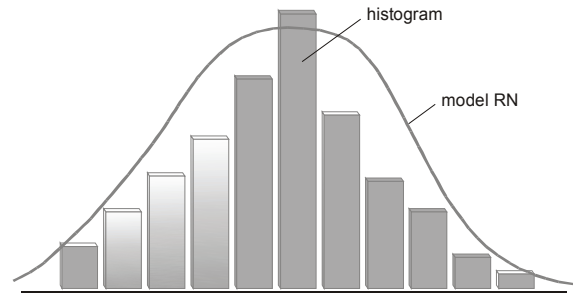
Rys. 2. Graficzny obraz postaci dystrybuanty rozkładu normalnego cechy wyrobu

Założenie o rozkładzie normalnym wartości cechy wyrobu jest bardzo ważne. Wykorzystanie bowiem tablic wartości SKO z oceną liczbową w praktycznym posługiwaniu się normami, oparte jest na wyliczeniach wynikających z RN. Konsekwencją tego jest również określona postać wzorów i współczynników zawartych w normach, pozwalających zdiagnozować jakość przedstawianych do kontroli partii wyrobów.

W przypadku, gdy rozkład zebranych wyników wyraźnie odbiega od RN może to skutkować niewłaściwymi wartościami wskaźników wykorzystywanych do diagnozowania jakości partii wyrobów i podejmowania decyzji o przyjęciu lub odrzuceniu partii wyrobów. Sytuacje takie powodować mogą duże koszty badań.

Aby tego uniknąć należy zweryfikować hipotezę o normalności rozkładu wyników pomiarów. Można tego dokonać trzema sposobami, a mianowicie:

1. Dokonując analizy danych przedstawionych za pomocą histogramu – po kształcie histogramu można wstępnie określić normalność rozkładu (rys. 3). Metoda ta może się jednak okazać zawodna, ponieważ dobierając różne szerokości przedziałów można otrzymać różne jego kształty.
2. Wykorzystując testy statystyczne do sprawdzania normalności rozkładu danych np. Shapiro-Wilka. Testy te pozwalają na precyzyjną weryfikację normalności, wymagają jednak pewnego poziomu wiedzy z zakresu statystyki.
3. Wykorzystując graficzną metodę sprawdzania normalności rozkładu – za pomocą prostego do odczytania wykresu na siatce RN.



Rys. 3. Kształt modelu RN dla histogramu wartości pomiarów cechy wyrobów

3. PROCEDURA TESTU NORMALNOŚCI ROZKŁADU ZA POMOCĄ SIATKI RN

Metoda ta wymaga uporządkowania wyników obserwacji według wartości niemalejących (3):

$$X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n \quad (3)$$

Takie uporządkowane wyniki obserwacji noszą nazwę ciągu „statystyk pozycyjnych” próbki.

Do testu wykorzystuje się papier ze siatką rozkładu normalnego. Papier taki można kupić w firmach sprzedających papier milimetrowy, logarymiczny z naniesioną siatką odciętych i rzędnych.

Jeśli założymy, że X jest zmienną losową o RN z wartością średnią μ i odchyleniem standardowym σ oraz że $u = (X - \mu)\sigma$. Wówczas, jeśli mamy n wartości X_i i przedstawimy je na wykresie jako rzędne punktów o odciętych u_i , to otrzymane punkty (u_i, X_i) leżąc będą na prostej o nachyleniu σ przechodzącej przez punkt o współrzędnych $(0, \mu)$.

Jeżeli populacja ma RN, to liniową skalę odciętych u można zastąpić skalą prawdopodobieństw $F_{RN}(u)$ (wzór 2).

Podziałka pionowa dla wartości X jest liniowa, podczas gdy podziałka pozioma odpowiada skali prawdopodobieństw $F_{RN}(u)$.

W praktyce wartości μ i σ dla badanej populacji są z reguły nieznanne. Niemożliwe jest zatem określenie wartości u_i lub $F_{RN}(u_i)$, odpowiadających wynikom obserwacji X_i . Wiadomo jednak, że jeżeli powtarza się pobieranie próbek losowych n wyników obserwacji z populacji o RN to średnia arytmetyczna oraz wartość oczekiwana wielkości $F_{RN}(X_i)$ równa się wartościom wyliczonym ze wzoru 4, bez względu jakie są wartości μ i σ :

$$F_{RN}(i) = \frac{i}{n+1} \quad (4)$$

W konsekwencji graficzny test odstępstw od normalności oparty na zastosowaniu siatki RN polega na:

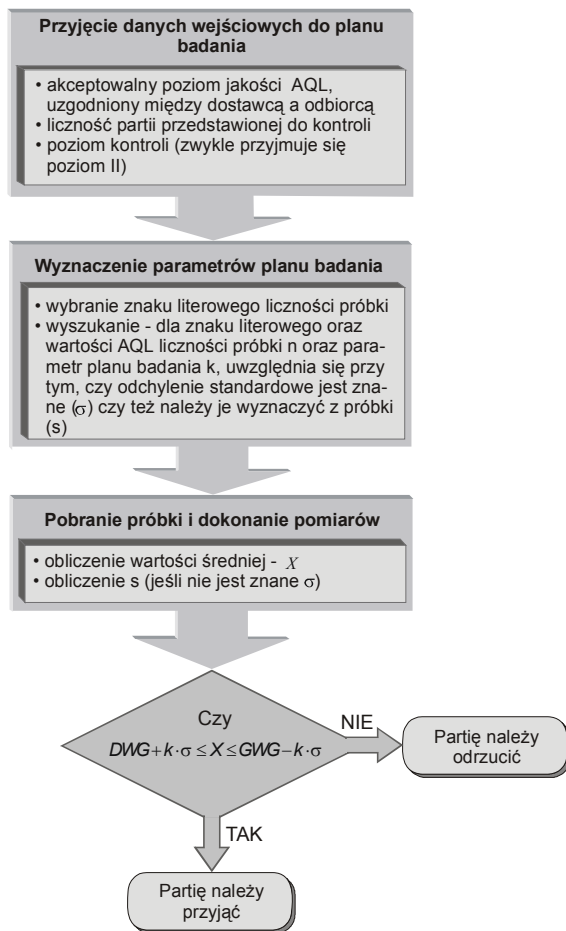
- a) ustaleniu odpowiedniej skali dla pionowej podziałki X ;

b) naniesieniu punktów o rzędnych X_i , gdzie X_i jest i-tą statystyką pozycyjną próbki i odpowiadających im odciętych $F_{RN}(X_i)$ według wzoru 4.

Jeżeli rozkład prawdopodobieństwa jest ściśle normalny, to wartości X_i , odpowiadające wartościom $i/(n+1)$ dystrybuanty tego rozkładu, będą graficznie reprezentowane przez punkty leżące na prostej przechodzącej przez punkt o współrzędnych $(0, \mu)$ i mającej nachylenie σ .

4. ALGORYTM STATYSTYCZNEJ KONTROLI ODBIORCZEJ Z OCENĄ LICZBOWĄ

Planowanie i przeprowadzanie statystycznej kontroli odbiorczej z oceną liczbową dokonuje się według algorytmu przedstawionego na rysunku 4.



Rys. 4. Algorytm postępowania w SKO z oceną liczbową

W SKO z oceną liczbową plan badań może być przeprowadzony według metody s lub według metody σ . Plany badań według metody s należy stosować wówczas, gdy odchylenie standardowe badanej cechy wyrobu nie jest znane przed rozpoczęciem kontroli.

Plany badania według metody σ stosuje się wtedy, gdy odchylenie standardowe badanej cechy wyrobu jest znane.

Ustalenie planu badania w SKO z oceną liczbową dokonuje się z wykorzystaniem normy PN-ISO 3951:1997.

5. ANALIZA PRZYPADKU. DIAGNOZA JAKOŚCI PARTII TŁOCZONYCH PODKŁADEK DYSTANSOWYCH Z WYKORZYSTANIEM SKO Z OCENĄ LICZBOWĄ

Po dłuższej obserwacji procesu tłoczenia podkładek dystansowych, i badaniach partii tych wyrobów stwierdzono, że wartość odchylenia standardowego dla grubości podkładek jest stabilna i stała i wynosi $\sigma = 0,01$.

W tej sytuacji podjęto decyzję o przeprowadzeniu kontroli jakości dalszych partii podkładek metodą SKO z oceną liczbową (metodą σ).

Specyfikację partii tłoczonych podkładek dystansowych poddawanych kontroli jakości przedstawiono w artykule [1].

Do wybrania znaku literowego liczności próbki wykorzystuje się tabelę 1. Dla przedziału liczności partii odpowiadającemu $N = 2500$ podkładek i poziomu kontroli normalnej (II) ustalono znak literowy K.

Tabela 1. Znaki literowe liczności próbek

Liczność partii	Specjalne poziomy kontroli		Ogólne poziomy kontroli		
	S-3	S-4	I	II	III
2 ÷ 8	B	B	B	B	C
9 ÷ 15	B	B	B	B	D
16 ÷ 25	B	B	B	C	E
26 ÷ 50	B	B	C	D	F
51 ÷ 90	B	B	D	E	G
91 ÷ 150	B	C	E	F	H
151 ÷ 280	B	D	F	G	I
281 ÷ 500	C	E	G	H/I ¹⁾	J
501 ÷ 1200	D	F	H	J	K
1201 ÷ 3200	E	G	I	K	L
3201 ÷ 10000	F	H	J	L	M
10001 ÷ 35000	G	I	K	M	N
35001 ÷ 150000	H	J	L	N	P
150001 ÷ 500000	H	K	M	P	P
500001 i więcej	H	K	N	P	P

¹⁾ Stosować H dla liczności partii 281 do 400 oraz I - dla liczności partii 401 do 500.

Źródło: opracowanie na podstawie PN-ISO 3951:1997

Dla określonego znaku literowego K oraz AQL = 1,5 w tabeli 2 określono licznosc próbki $n = 19$ oraz parametr planu badania $k = 1,79$.

Tabela 2. Plany jednostopniowe stosowane podczas kontroli normalnej (tablica podstawowa): metoda „σ”

Znak literowy licznosci próbki	Akceptowane poziomy jakości (kontrola normalna)																					
	0,10		0,15		0,25		0,40		0,65		1,00		1,50		2,50		4,00		6,50		10,00	
	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k
B	↓																					
C																						
D																						
E																						
F																						
G																						
H	5 2,46	5 2,34	6 2,23	6 2,08	7 1,95	7 1,80	8 1,68	9 1,49	10 1,31	12 1,11	14 0,906											
I	6 2,49	6 2,37	7 2,25	8 2,13	8 1,96	9 1,83	10 1,70	11 1,51	13 1,34	15 1,13	17 0,924											
J	8 2,54	9 2,45	9 2,29	10 2,16	11 2,01	12 1,88	14 1,75	15 1,56	18 1,38	20 1,17	24 0,964											
K	11 2,59	12 2,49	13 2,35	14 2,21	16 2,07	17 1,93	19 1,79	22 1,61	25 1,42	29 1,21	33 0,995											
L	16 2,65	17 2,54	19 2,41	21 2,27	23 2,12	25 1,97	28 1,84	32 1,65	36 1,46	42 1,24	49 1,03											
M	22 2,69	23 2,57	25 2,43	27 2,29	30 2,14	33 2,00	36 1,86	42 1,67	48 1,48	55 1,26	64 1,05											
N	31 2,72	34 2,62	37 2,47	40 2,33	44 2,17	49 2,03	54 1,89	61 1,69	70 1,51	82 1,29	95 1,07											
P	42 2,73	45 2,62	49 2,48	54 2,34	59 2,18	65 2,04	71 1,89	81 1,70	93 1,51	109 1,29	127 1,07											

Źródło: opracowanie na podstawie PN-ISO 3951:1997

Do badania według planu badania $(n_{\sigma}-k)=(19-1,79)$ wylosowano próbkę podkładek i dokonano pomiaru ich grubości (tab. 3).

$$DWG + k \cdot \sigma \leq \bar{X} \leq GWG - k \cdot \sigma \quad (5)$$

$$4,95 + 1,79 \cdot 0,01 \leq 5,031 \leq 5,05 - 1,79 \cdot 0,01$$

Tabela 3. Wyniki pomiarów grubości podkładek w próbce [mm]

5,035	5,040	5,011	5,022	5,046
5,023	5,032	5,046	5,036	5,025
5,030	5,024	5,033	5,035	5,024
5,039	5,041	5,020	5,029	

Obliczona wartość średnia grubości podkładek w próbce wyniosła $\bar{X} = 5,0311$ mm.

Badanie warunku przyjęcia partii dokonano na podstawie wzoru 5:

$$4,968 \leq 5,031 \leq 5,032 \quad (6)$$

Relacja (6) stanowiła podstawę do podjęcia decyzji o przyjęciu, diagnozowanej jakości partii podkładek, i zwolnienia jej z produkcji.

W celu upewnienia się, że przyjęte założenia o normalności rozkładu wartości grubości podkładek są zasadne, przeprowadzono test normalności rozkładu metodą graficzną z wykorzystaniem siatki RN.

Zbiór wyników pomiarów grubości podkładek znajdujących się w próbce (tab. 3) uporządkowano w postaci statystyk pozycyjnych według wzoru 3, które przedstawiono w kolumnie 1 i 3 tabeli 4.

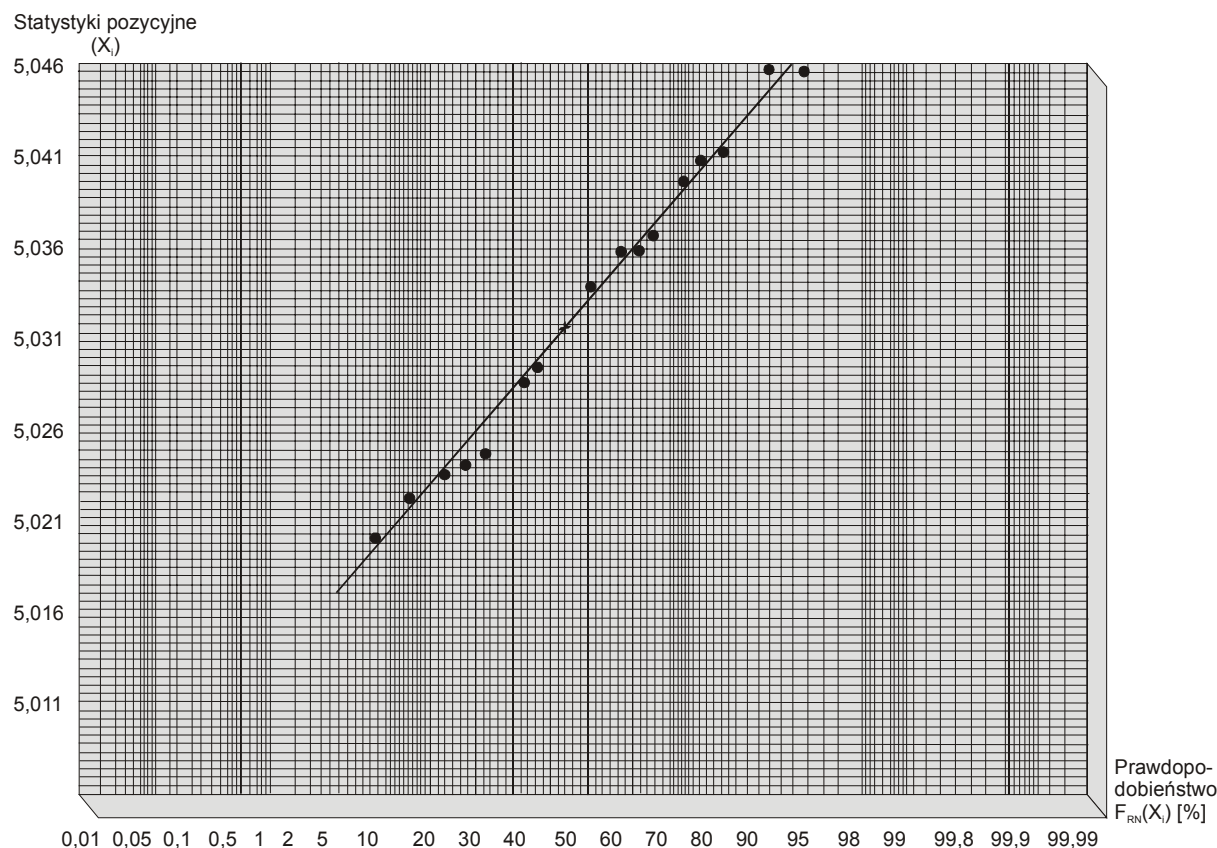
Tabela 4. Zestawienie statystyk pozycyjnych i wartości prawdopodobieństw ich wystąpienia

Statystyki pozycyjne w pobranej próbce podkładek X_i	Wartości prawdopodobieństwa $F(X_i)$	Statystyki pozycyjne w pobranej próbce podkładek X_i	Wartości prawdopodobieństwa $F(X_i)$
1	2	3	4
5,011	0,05	5,033	0,55
5,020	0,10	5,035	0,60
5,022	0,15	5,035	0,65
5,023	0,20	5,036	0,70
5,024	0,25	5,039	0,75
5,024	0,30	5,040	0,80
5,025	0,35	5,041	0,85
5,029	0,40	5,046	0,90
5,030	0,45	5,046	0,95
5,032	0,50		

Wykres prostej rozkładu na siatce RN przedstawiono na rysunku 5.

Przedstawione na rysunku 5 punkty $[F_{RN}(X_i), X_i]$ są praktycznie dobrze skorelowane z prostą RN,

zatem można przyjąć założenie, że rozkład badanej cechy podkładek dystansowych ma charakter RN.



Rys. 5. Zastosowanie siatki RN do testu normalności rozkładu pomiarów grubości podkładek w pobranej próbce

6. STOSOWANIE METODY GRAFICZNEJ W SKO Z OCENĄ LICZBOWĄ

Przy braku odpowiedniej bazy komputerowej w celu stwierdzenia zgodności partii wyrobów z wymaganiami jakościowymi można wykorzystać proste metody graficzne.

Metody te są mniej precyzyjne od obliczeniowych, nie mniej jednak ich zastosowanie ogranicza ilość niezbędnych w procedurach analitycznych obliczeń i przyspiesza proces oceny partii wyrobów. Aby zapewnić dokładność oceny należy precyzyjnie odczytywać dane z wykresów.

Wyróżnia się **metodę graficzną s**, gdy odchylenie standardowe nie jest znane przed badaniem oraz **metodę graficzną σ** , gdy odchylenie standardowe badanej partii jest znane i utrzymuje się na stałym poziomie. Sposób postępowania w ocenie jakości partii metodą graficzną σ , określa algorytm przedstawiony na rysunku 6.

Wartość MPSD otrzymuje się, mnożąc f_σ przez różnicę między górną GWG a dolną DWG granicę tolerancji, to jest (7):

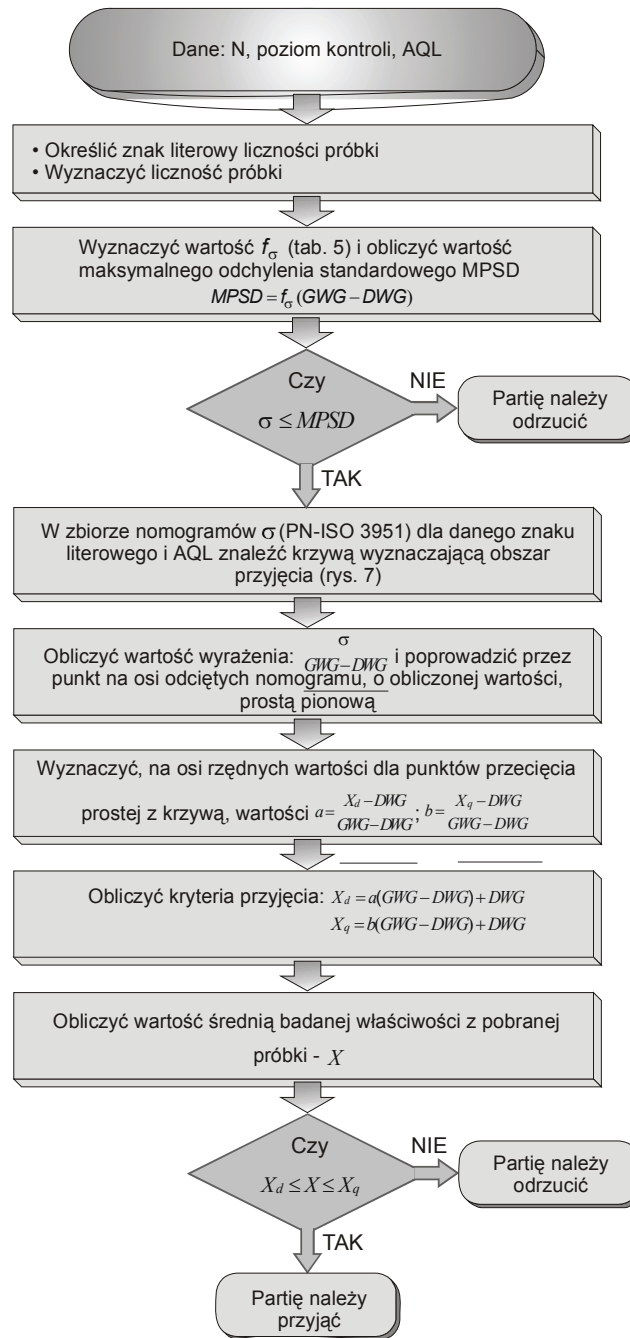
$$MPSD = f_\sigma (GWG - DWG) \quad (7)$$

Wartość MPSD wskazuje największą dopuszczalną wartość odchylenia standardowego procesu. Jeśli odchylenie standardowe procesu jest mniejsze niż wartość MPSD, to istnieje możliwość, lecz nie pewność, że partia zostanie uznana za zgodną z wymaganiami.

Dla danych z przykładu przedstawionego w pkt. 5:

- wyznaczamy z tabeli 5 wartość $f_\sigma = 0,206$ (AQL 1,50);
- obliczamy wartość $MPSD = f_\sigma (GWG - DWG) = 0,206 \cdot 0,1 = 0,0206$, ponieważ $\sigma \leq MPSD$ przechodzimy do dalszych badań;
- obliczamy wartość standaryzowaną σ (8):

$$\frac{\sigma}{GWG - DWG} = \frac{0,01}{5,05 - 4,95} = 0,1, \quad (8)$$

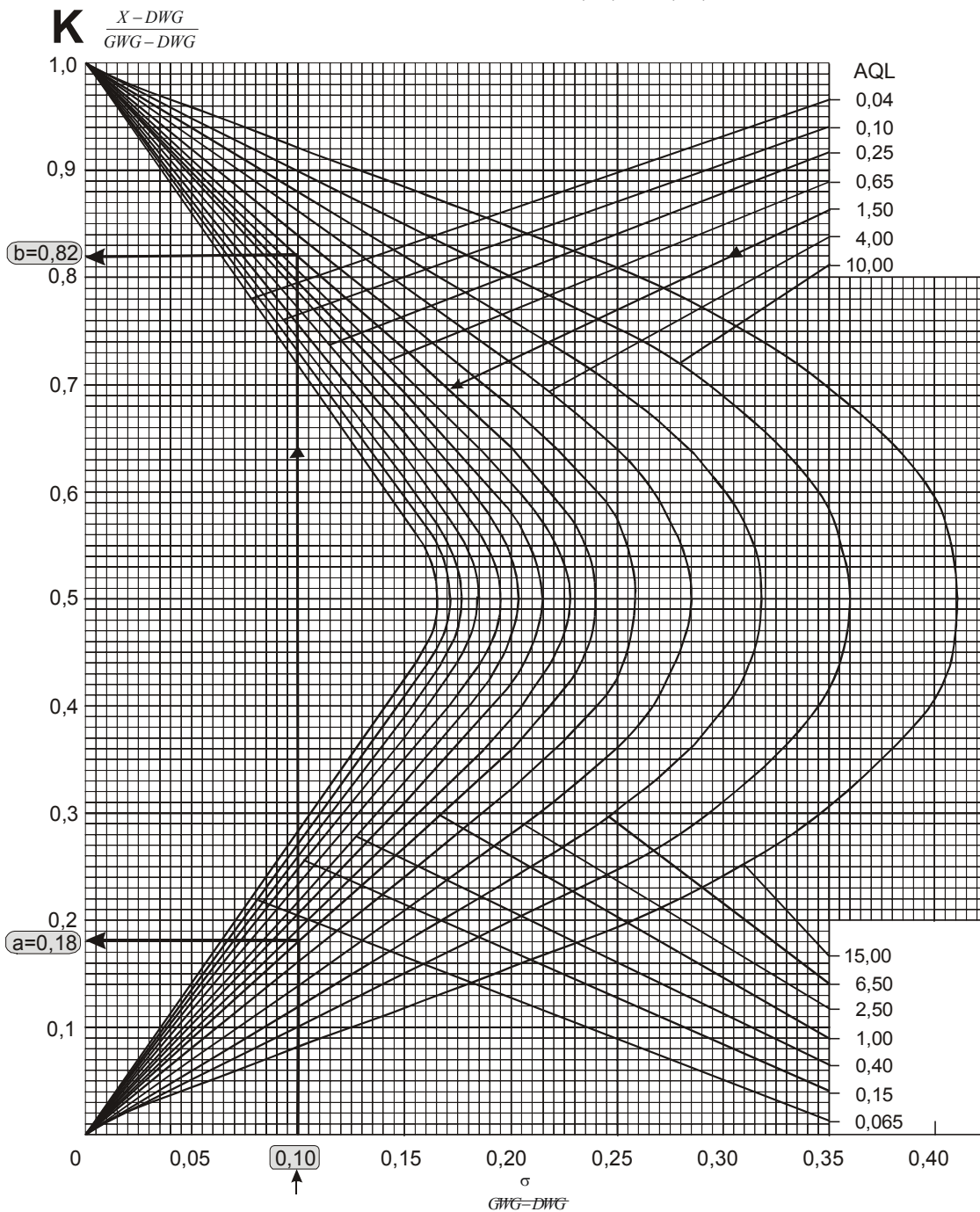
Rys. 6. Algorytm postępowania w metodzie graficznej σ Tabela 5. Wartości f_σ dla maksymalnego odchylenia standardowego procesu (MPSD): metoda „ σ ”

Akceptowane poziomy jakości (kontrola normalna) AQL												
	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00	
0,147	0,152	0,157	0,165	0,174	0,184	0,194	0,206	0,223	0,243	0,271	0,304	0,347
0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00		
Akceptowane poziomy jakości (kontrola obostrzona) AQL												
	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00	
Akceptowane poziomy jakości (kontrola ulgowa) AQL												

Źródło: opracowanie na podstawie PN-ISO 3951:1997

- wyznaczamy z nomogramu σ -K (rys. 7) wartości a i b z przecięcia prostej o współrzędnej

$$\frac{\sigma}{GWG - DWG} = 0,1 \text{ i krzywej K, dla AQL} = 1,5, a = 0,18, b = 0,82;$$



Rys. 7. Nomogram - σ - K. Źródło: opracowanie na podstawie PN-ISO 3951:1997

- obliczamy wartości kryteriów przyjęcia \bar{X}_d i \bar{X}_q :

$$\bar{X}_d = a(GWG - DWG) + DWG = 0,18 \cdot 0,1 + 4,95 = 4,968$$

$$\bar{X}_q = b(GWG - DWG) + DWG = 0,82 \cdot 0,1 + 4,95 = 5,032;$$

- badamy warunki (9):

$$\bar{X}_d \leq \bar{X} \leq \bar{X}_q$$

(9)

ponieważ $4,968 \leq 5,031 \leq 5,032$ to partię wyrobów należy przyjąć.

Jeżeli prosta o współrzędnej $\frac{\sigma}{GWG - DWG}$ nie przecina krzywej to dla danego znaku literowego i określonej wadliwości i przyjętych założeń nie ma planu badania.

W podobny sposób jak dla metody σ można ustalać plany badania dla metody s wykorzystując odpowiednie nomogramy normy PN-ISO 3951:1997.

7. PODSUMOWANIE

Przedstawione, w artykule [1] i pkt. 5, przykłady oceny jakości partii tłoczonych podkładek dystansowych metodą alternatywną i metodą liczbową ujawniły istotny fakt, a mianowicie znaczące obniżenie liczności pobieranych do badań próbek w metodzie z oceną liczbową w porównaniu do metody z oceną alternatywną. Spostrzeżenie to ma charakter ogólny i można je odnieść dla wszystkich poziomów kontroli (tab. 6).

Z zestawienia sporządzonego w tabeli 6 wynika, że liczności próbek pobieranych do SKO z oceną liczbową są od 4 do 8 razy mniejsze w porównaniu z SKO z oceną alternatywną. Daje to możliwości dokonania dużych oszczędności w diagnostowaniu jakości partii metodą SKO, jeżeli prowadzi się ją według oceny liczbowej.

Metoda kontroli / Metoda oceny	Ulgowy	Normalny	Obostrzony
Alternatywna	20	125	200
Liczbowa	5	19	25
Stosunek liczności próbek	4 : 1	7 : 1	8 : 1

Tabela 6. Zestawienie liczności próbek do badań

Wynika z tego wniosek, że zawsze gdy jest to możliwe należy przeprowadzać SKO z oceną liczbową.

8. LITERATURA

- [1] Szkoda J.: Diagnostowanie jakości partii wyrobów metodą statystycznej kontroli odbiorczej z oceną alternatywną. *Diagnostyka* Vol. 26, 2003, str. 26.
- [2] Szkoda J.: Zarządzanie jakością w procesach realizacji maszyn i urządzeń technicznych. Wyd. Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Olsztyn, 2002.



Prof. dr hab. inż. Jerzy SZKODA jest pracownikiem naukowym Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie oraz Wojskowego Instytutu Techniki Panczernej i Samochodowej w Sulejówku. Jest członkiem Sekcji Podstaw Eksploatacji KBM Polskiej Akademii Nauk, Polskiego Towarzystwa Naukowego Motoryzacji. Jego zainteresowania naukowe obejmują zagadnienia dotyczące eksploatacji maszyn i urządzeń technicznych oraz systemów zarządzania jakością i sterowania jakością produkcji maszyn.