

## MODELE DIAGNOSTYCZNE PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Zdzisław KRÓLICKI, Bogdan ŻÓŁTOWSKI

Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy  
Wydział Mechaniczny  
Katedra Maszyn Roboczych i Pojazdów  
ul. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz  
tel. (52) 340 82 83  
krolicki@atr.bydgoszcz.pl  
bogzol@atr.bydgoszcz.pl

### Streszczenie

W artykule przedstawiono problematykę związaną z badaniami drganiowymi przekładni zębatej. Głównym zagadnieniem jest próba opracowanie oryginalnego modelu przekładni zębatej na podstawie modeli już istniejących. Szczególny nacisk położono na merytoryczną poprawność modelu tak aby odzwierciedlał założony charakter wybranych stanów przekładni. Rozważania kończą się na poziomie modelu palisadowego. Celem dalszego postępowania będzie możliwie maksymalne uproszczenie modelu.

Słowa kluczowe: model diagnostyczny, model dynamiczny, sygnał diagnostyczny, stan przekładni zębatej.

### MODELS DIAGNOSTIC OF TOOTHED GEAR

#### SUMMARY

Growing larger application on methods and centres of technical diagnostics, being with tool of modern manner of creating "qualities" of machines. Rational usage diagnoses makes possible undertaking of relating decision qualities and further conducts with machine. Can this to be decision about further use, about collection of definite interventions preventive or to introduction of changes in construction, of technology or of exploitation of machines

Keywords: diagnostic model, dynamic model, diagnostic signal, condition of gear teeth.

## 1. WPROWADZENIE

Ocena stanu dynamicznego maszyn za pomocą generowanych przez nie procesów fizycznych wymaga jednoznacznego skojarzenia parametrów funkcjonalnych ocenianego obiektu ze zbiorem miar i ocen procesów wyjściowych wykorzystywanych w diagnostyce, co stanowi podstawę budowanych procedur diagnostyki maszyn.

Chcąc w pełni skorzystać z informacji o stanie technicznym maszyny, zawartych w emitowanych procesach wyjściowych, należy najpierw zapoznać się z mechanizmem ich generacji oraz z ich modelowym przedstawieniem, mającym na celu wyznaczenie powiązań przyczynowo - skutkowych.

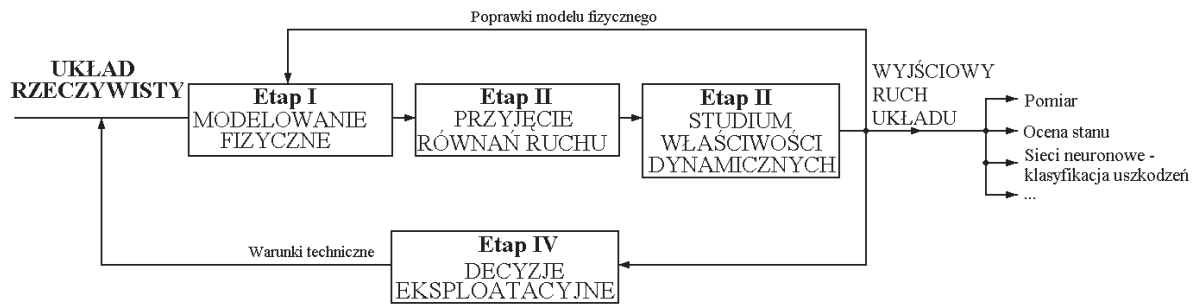
## 2. METODOLOGIA OGÓLNA MODELOWANIA

Tworzenie modelu wymaga znajomości dynamiki układu. Sam proces tworzenia modelu przebiega etapowo jak to zostało pokazane na rys.1. Analiza dynamiki układu składa się z:

- etap I – dokładne określenie układu, jego istotnych cech i budowa modelu fizycznego,

którego własności dynamiczne będą w dostatecznym stopniu zgodne z własnościami rzeczywistego obiektu;

- etap II – analityczny opis zjawisk dynamicznych odzwierciedlanych modelem fizycznym, czyli znalezienie modelu matematycznego, równań różniczkowych opisujących ruch modelu fizycznego;
- etap III – przestudiowanie własności dynamicznych modelu matematycznego na podstawie rozwiązania równań różniczkowych ruchu, ustalenie przewidywanego ruchu układu;
- etap IV – podjęcie decyzji eksploatacyjnych, w przypadku obiektu istniejącego lub podjęcie decyzji projektowych, tj. przyjęcie fizycznych parametrów układu, z modernizacją przystosowaną do oczekiwań. Synteza i optymalizacja prowadząca do osiągnięcia wymaganych własności dynamicznych konstrukcji.



Rys. 1. Etapy studium dynamiki układu

Przedstawiona procedura opiera się na znajomości modelu układu, a wnioski płynące z działań na modelach zależą od ich jakości.

**Model fizyczny** jest układem fizycznym, odpowiadającym rzeczywistemu układowi pod względem cech istotnych dla badanego zagadnienia, ale prostszy i poddający się łatwiej studiom analitycznym.

Model fizyczny rzeczywistego układu, po uproszczeniu pozwala szybko i dokładnie przewidywać rzeczywiste własności dynamiczne projektowanej lub istniejącej konstrukcji.

#### **Równania ruchu**

Równania ruchu to sformułowanie zależności wyrażających równowagę, opisujących bilans sił, wydatków przepływów oraz energii, które muszą istnieć dla całego układu i dla jego podukładów. Należy więc rozważyć:

- wybór zmiennych,
- warunki równowagi lub spójności,
- prawa fizyki

i zestawić w układ równań powstałe zależności.

Przy układaniu równań ruchu modelu mechanicznego należy przestrzegać następujących procedur:

- zależności geometryczne: określić układ i jego współrzędne wraz z ich dodatnimi zwrotami, określić tożsamości geometryczne i zależności spójności geometrycznej wiążącej układ;
- równowagi sił: określić zależności wynikające z bilansu sił lub z bilansu energii;
- związków między geometrią układu i siłami: napisać dla poszczególnych elementów układu zależności fizyczne między siłami i geometrią układu.

#### **Analiza modelu matematycznego**

Wielkości charakteryzujące model fizyczny, wyrażone za pomocą znaków oraz symboli matematycznych i zapisane w postaci odpowiednio sformułowanych warunków równości lub nierówności, stanowią jego opis sformalizowany. Przybliżenia liniowe równań różniczkowych są niezwykle pomocne dla uproszczenia analizy matematycznej ruchu układu. Dla tego w końcowej fazie układania równań ruchu należy sprawdzić, czy jest taka sama liczba niezależnych liniowych równań różniczkowych co niewiadomych.

### 3. RODZAJE MODELI DIAGNOSTYCZNYCH

W praktycznych zastosowaniach modeli symptomowych dla obiektów prostych, przy małym poziomie zakłóceń, stosowane są następujące modele:

1. **typu regresyjnego**, opisujące zależności między:
  - symptomy – cechy stanu obiektu,
  - cechy stanu – syptomu diagnostyczne,
  - zbiór symptomów – miara eksploatacyjna stanu obiektu;
2. **typu „obraz”;**
3. **binarna macierz diagnostyczna;**
4. **model topologiczny**, (w tej grupie modeli znajdują się:
  - probabilistyczna macierz obserwacji,
  - regresja wielokrotna,
  - modele rozmyte,
  - lingwistyczne modele typu obraz
  - modele ekspertowe,
  - modele holistyczne.

Modele te opisano w [1].

### 4. MODELE DYNAMICZNE PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Przekładnia zębata jest obiektem nieliniowym i ciągłym, w którym występują różne rodzaje drgań. Idealny model fizyczny przekładni powinien być także nieliniowy, o nieskończonej liczbie stopni swobody oraz powinien umożliwiać analizę wszystkich rodzajów drgań. Taki model byłby bardzo złożony, a posługiwanie się nim byłoby utrudnione. Dlatego w przypadku przekładni zębatych stosuje się zwykle modele o budowie dyskretnej, które najczęściej umożliwiają rozpatrywanie tylko drgań skrętnych.

Modelowanie dynamiki przekładni zębatych było przedmiotem wielu prac, a jego rozwój zmierzał w dwóch zasadniczych kierunkach:

- badanie własności dynamicznych całych układów napędowych składających się z silnika, przekładni zębatej, maszyny roboczej wałów, sprzęgieł i członów pośredniczących przy zastosowaniu uproszczonych modeli dynamicznych uzębień;

- dokładna analiza modelu przekładni odizolowanej od układu napędowego, w której jedynymi przyczynami obciążeń dynamicznych są źródła wewnętrzne, a obciążenie zewnętrzne jest stałe.

Przykładami modeli takiej przekładni są:

- **Model Bollingera i Boscha** – składa się z dwóch kół połączonych tłumikiem i sprężyną o sztywności zmiennej w funkcji czasu odpowiednio do zmiany liczb zębów będących w zazębieniu. Model uwzględnia również wpływ odchyłek kinematycznych opisanych funkcją  $Y_b(t)$ .
- **Model Kovaleva** – w którym uwzględniono zmienną sztywność zazębienia i odchyłki wykonawcze oraz wyznaczono strefy niestabilności drgań nie uwzględniając tłumienia
- **Model Rettiga** – gdzie para kół zębatych wraz z wałami i łożyskami jest traktowana jako układ złożony z 6 brył, którego ruch opisano 6 równaniami różniczkowymi. Uwzględniono w nich: momenty bezwładności zębniaka i koła; masy kół; sztywność zazębienia; sztywność wałów przy zginaniu; sztywności wałów przy skręcaniu; sztywności łożyskowania; masy wałów przekładni; promienie kół zasadniczych. Z równań wyliczono: kąty obrotu kół; liniowe przemieszczenia wałów; liniowe przemieszczenia obu kół; odkształcenia zębów. Powyższy model bardzo często upraszcza się do postaci w której bryła o masie  $m$ , reprezentującej masę kół, powiązana jest z podstawą za pomocą tłumika  $k$  i sprężyny o sztywności  $c_z(t)$ , która zastępuje sztywność zazębienia.

W przedstawionych powyżej modelach brak jest możliwości opisywania zmienności w trakcie pracy podziałek kół zębatych, które występują w przekładniach rzeczywistych. Przy znacznych odchyłkach podziałki, o wartości większej od przemieszczeń statycznych, może wystąpić chwilowy brak kontaktu współpracujących zębów znajdujących się w strefie przyporu, co oznacza zmianę rzeczywistej sztywności zazębienia i w konsekwencji wyznaczone analitycznie przebiegi czasowe drgań przekładni znacznie różnią się od rzeczywistych. Tym samym wymienione modele są zbyt proste do symulacji zmian zachowań dynamicznych przekładni w trakcie pracy.

Powyższych wad pozbawiony jest model opracowany przez L. Müllera. Jego budowa jest oparta na następujących założeniach:

- uwzględnione są wyłącznie drgania skrętne pary kół zębatych,
- sztywność jednej pary współpracujących zębów może być stała lub zmienna na odcinku przyporu,

- wały wraz z kołami oraz kadłub przekładni traktuje się jako elementy idealnie sztywne,
- obciążenie zewnętrzne jest stałe,
- tłumienie drgań przyjęto jako wiskotyczne, a zderzenia zębów po rozwarciu styku ich powierzchni uważa się jako sprężyste.

#### ➤ **Model dynamiczny przekładni jednostopniowej L. Müllera.**

Model ten ułatwia analizę zjawisk dynamicznych zachodzących w przekładniach zębatych i umożliwia dyskusję nad jakościowym wpływem poszczególnych czynników konstrukcyjnych i technologicznych. Przyjęto w nim zamiast obrotowego ruchu kół złączonych sprężyną o zmiennej sztywności, ruch posuwisty bryły o odpowiednim zarysie po sprężynach ustawionych w jednym szeregu w ten sposób, aby bryła dociskana do sprężyn wspierała się kolejno na jednej lub dwóch sprężynach w zależności od chwilowego jej położenia, stosownie do zmiany liczby zębów w zazębieniu. W tym przypadku cyklicznie powtarzające się odchyłki, jak np. odchyłka promienia koła zasadniczego, modyfikacja zarysu zęba itp., modelowane są na zarysie bryły, od strony kontaktu ze sprężynami. Natomiast odchyłki o losowym rozkładzie, np. niejednostajność podziału, modelowane są w postaci różnic długości poszczególnych sprężyn podpierających bryłę. Nowy model przekładni przedstawiono na rysunku 4. W zależności od wymaganej dokładności obliczeń, sprężyny mogą być zaopatrzone dodatkowo w tłumiki drgań oraz małe masy odpowiadające masie zęba. Model ten ułatwia jakościową analizę zjawisk dynamicznych w przekładniach zębatych oraz stanowi podstawę do prowadzenia szczegółowych rozważań oceniających wpływ parametrów struktury na generowane sygnały diagnostyczne. Model Müllera pozwala na odwzorowanie okresowych odchyłek powstałych np. wskutek różnic średnic zasadniczych w stosunku do wartości nominalnych lub losowych odchyłek podziałki obu kół. W pierwszym przypadku odchyłki promienia koła zasadniczego  $\Delta r_b$  spowodowane są odchyłkami kąta narzędzia  $\Delta \alpha$ , co prowadzi do okresowej odchyłki zasadniczej. Składową losową odchyłki kinematycznej obu współpracujących kół odwzorowuje się w modelu w postaci losowych różnic wysokości kolejnych sprężyn w palisadzie.

Zmieniając odpowiednio kształt dolnej części bryły w modelu Müllera można odwzorować różne rodzaje modyfikacji zarysów zębów kół, a także modelować zużycie powierzchni roboczych zębów.

## 5. BADANIE SYGNAŁU DRGANIOWEGO MODELOWANYCH USZKODZEŃ

Przedmiotem badań była demonstracyjna przekładnia zębata DMG – 1A. Przekładnia ta umożliwia prezentację generowanych sygnałów wibroakustycznych i może być również wykorzystywana do badania wpływu niektórych stanów przekładni na zmianę sygnałów wibroakustycznych. Parametry techniczne przekładni:

- dwie pary kół zębatych (nowa i zużyta),
- silnik elektryczny z reduktorem zębatym i regulatorem prędkości obrotowej od 100 do 3000 obr./min.

Pompa zębata olejowa z zaworem przelewowym i regulowanym ciśnieniem w zakresie 0÷5 MPa.

### Układ pomiarowy

Pomiarów charakterystyk dokonano przy pomocy karty pomiarowej APB 200 firmy Difa Measuring Systems w układzie jak na rys.2.

Tor pomiarowy składał się z:

- czujnika pomiarowego przyspieszeń ICP Accelerometr model No. HTM352C68;
- kabla standardowego serii 002 między czujnikiem a wejściem karty In 4.

Zostały zmierzone i przetworzone sygnały w postaci:

- TIME – przebieg czasowy sygnału;
- ACR – autokorelacja;
- CEPS – cepstrum;
- HISS – histogram amplitud;
- AMPL – widmo amplitudowe;
- POWER – gęstość widmowa mocy.

Sposób zamocowania zespołów przekładni modelowej pozwalała na:

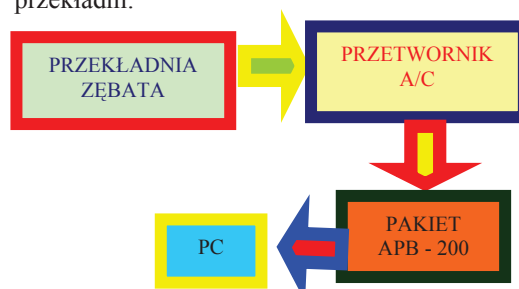
- 1) przesunięcie równoległe lub kątowe osi silnika elektrycznego względem osi wałka przekładni;
- 2) współpracę kół zębatych:
  - nowe – nowe,
  - zużyte – zużyte
 przy zazębieniu całą lub częściową szerokością wieńca;
- 3) regulowanie rozstawu osi wałków przekładni z możliwością ustawienia ich pod niewielkim kątem;
- 4) wymiana łożyska w przekładni zębatej.

Pozwala to na symulowanie następujących stanów przekładni zębatej:

- 1) uszkodzenie ( zużycie łożyska ) przekładni – poprzez zamontowanie w jednej z obudów, łożyska uszkodzonego lub zużytego (łożysko toczne wahliwe 1206K);
- 2) zbyt ciasny lub luźny montaż – poprzez niedokręcenie lub dokręcenie z nadmiernym

momentem obrotowym nakrętki mocującej jednego z łożysk;

- 3) nieprawidłowe ustawienie kół zębatych przekładni – poprzez:
  - wprowadzenie nadmiernego luzu międzyzębnego,
  - całkowite skasowanie luzu międzyzębnego,
  - zazębienie z niepełną szerokością wieńca,
  - wprowadzenie nierównoległości osi kół zębatych;
- 4) zużycie (uszkodzenie kół zębatych) – poprzez zazębienie zużytych kół zębatych;
- 5) niewyrównoważenie wału – poprzez przykręcenie do koła zębatego masy powodującej niewyważenie wału;
- 6) błędy ustawienia sprzęgła (skoszenie, przestawienie) – poprzez przesunięcie równoległe lub kątowe osi silnika elektrycznego względem osi wałka przekładni;
- 7) niedostateczne smarowanie łożysk lub przekładni zębatej – poprzez brak smaru w jednym z łożysk lub oleju z obudowy przekładni.



Rys. 2. Układ pomiarowy

Statystyczny opis właściwości sygnałów losowych prowadzi się przy wykorzystaniu różnych wielkości, jak:

- ⊖ wartość średnia,
- ⊖ wariancja,
- ⊖ wartość średniokwadratowa,
- ⊖ funkcja autokorelacji,
- ⊖ funkcja korelacji wzajemnej,
- ⊖ gęstość widmowa,
- ⊖ widmo mocy,
- ⊖ wzajemna gęstość widmowa,
- ⊖ funkcja koherencji zwyczajnej.

Na podstawie modelu przekładni zębatej, skonstruowano wektor cech stanu przekładni z uwzględnieniem wszystkich możliwych kombinacji uszkodzeń:

- **stan 1** – brak uszkodzeń – przekładnia całkowicie sprawna ( wszystkie parametry w normie),
- **stan 2** – uszkodzenie elementu – ( niektóre parametry poza normą)
- ...
- **stan n** – stan rozregulowania ( wszystkie parametry poza normą).

Do wyboru (wstępnego) parametrów diagnostycznych opisujących zmianę stanu obiektu, użyto siedmiu stanów przekładni:

Lp.	Stan	Opis
1.	B0	Przekładnia zdalna (nowa)
2.	B1	Przekładnia nowa z przekosem
3.	B2	Przekładnia zużyta
4.	B3	Przekładnia zużyta z przekosem
5.	B4	Przekładnia nowa z niewyważeniem
6.	B5	Przekładnia zużyta z niewyważeniem
7.	B6	Przekładnia z wyłamanym zębem

W kolejnym kroku opracowano macierz cech stanu.

Stany	Symptomy					
	Usz	Usk	Usr	C	K	I
B0						
B1						
B2						
B3						
B4						
B5						
B6						
B7						

Przykładowe wyniki pomiarów dla dwóch stanów:

- B0,1 ÷ B0,5 – przekładnia zdalna,
- B7,1 ÷ B7,5 – przekładnia z wyłamanym zębem.

TIME	Usz	Usk	Usr	C	K	I
<b>B0,1</b>	220,4	43,0	32,4	5,1	1,3	6,8
<b>B0,2</b>	391,2	91,4	69,1	4,3	1,3	5,7
<b>B0,3</b>	284,6	45,3	33,2	6,3	1,4	8,6
<b>B0,4</b>	294,6	83,3	65,3	3,5	1,3	4,5
<b>B0,5</b>	146,6	27,1	20,9	5,4	1,3	7,0
<b>B7,1</b>	249,3	62,5	47,5	4,0	1,3	5,3
<b>B7,2</b>	718,6	142,0	95,3	5,1	1,5	7,5
<b>B7,3</b>	676,6	110,2	72,5	6,1	1,5	9,3
<b>B7,4</b>	522,7	90,1	68,1	5,8	1,3	7,7
<b>B7,5</b>	185,7	36,2	26,4	5,1	1,4	7,0
ACR	Usz	Usk	Usr	C	K	I
<b>B0,1</b>	1000	45,9	27,3	21,8	1,7	36,6
<b>B0,2</b>	1000	43,4	25,9	23,1	1,7	38,5
<b>B0,3</b>	1000	44,8	26,6	22,3	1,7	37,6

<b>B0,4</b>	1000	52,5	32,7	19,1	1,6	30,6
<b>B0,5</b>	1000	61,9	40,4	16,1	1,5	24,7
<b>B7,1</b>	1000	51,6	30,0	19,4	1,7	33,3
<b>B7,2</b>	1000	40,2	22,1	24,9	1,8	45,2
<b>B7,3</b>	1000	40,7	21,6	24,6	1,9	46,4
<b>B7,4</b>	1000	48,5	28,1	20,6	1,7	35,6
<b>B7,5</b>	1000	45,9	28,4	21,8	1,6	35,3
CEPS	Usz	Usk	Usr	C	K	I
<b>B0,1</b>	36,0	41,0	0,2	0,9	220,6	194,1
<b>B0,2</b>	35,9	40,1	0,2	0,9	219,6	196,7
<b>B0,3</b>	34,7	39,2	0,2	0,9	215,4	190,4
<b>B0,4</b>	35,5	40,1	0,2	0,9	223,5	197,6
<b>B0,5</b>	28,0	33,2	0,2	0,8	193,4	163,1
<b>B7,1</b>	33,1	37,8	0,2	0,9	213,3	186,6
<b>B7,2</b>	36,9	41,2	0,2	0,9	232,5	208,3
<b>B7,3</b>	86,5	40,8	0,2	2,1	228,9	485,6
<b>B7,4</b>	35,5	40,1	0,2	0,9	219,2	194,1
<b>B7,5</b>	34,3	39,0	0,2	0,9	212,6	186,9
AMPL	Usz	Usk	Usr	C	K	I
<b>B0,1</b>	13,8	50,1	0,8	0,2	60,8	16,8
<b>B0,2</b>	16,9	73,9	1,2	0,2	59,7	13,6
<b>B0,3</b>	11,5	48,1	0,8	0,2	64,5	15,4
<b>B0,4</b>	24,6	85,1	1,4	0,3	62,3	18,0
<b>B0,5</b>	9,9	21,8	0,3	0,5	74,4	33,7
<b>B7,1</b>	18,7	71,7	1,0	0,3	69,0	18,0
<b>B7,2</b>	36,4	154,1	2,9	0,2	52,2	12,3
<b>B7,3</b>	25,2	109,7	1,7	0,2	62,8	14,5
<b>B7,4</b>	32,8	94,7	1,5	0,3	65,1	22,6
<b>B7,5</b>	8,8	36,6	0,5	0,2	69,6	16,7

## 6. PODSUMOWANIE

Przekładnie zębate są generatorem drgań mechanicznych, każde odstępstwo od stanu zdatności a także inne odstępstwa związane z funkcjonowaniem przekładni są uwidaczniane w otrzymanym sygnale diagnostycznym. Należy wybrać takie estymaty sygnału drganiowego przekładni, które umożliwią rozwiązanie zadania diagnostycznego i dadzą jasną odpowiedź na temat stanu przekładni.

Każdemu stanowi przekładni zębatej odpowiada określony symptom drganiowy. Tak więc można powiedzieć, że dobrą miarą stanu dynamicznego maszyny jest jej stan drganiowy, zaś chcąc podwyższyć podstawowe wskaźniki jakości maszyn, należy za pomocą istniejących metod i środków obniżyć amplitudy drgań.

## LITERATURA

- [1] Królicki Z.; 2000: *Wykorzystanie sieci neuronowych w prognozowaniu stanu przekładni zębatej – Problemy Naukowe W Budowie I Eksploatacji Maszyn - II Forum Młodych*, Bydgoszcz – Borówno.
- [2] Żółtowski B., Królicki Z.; 2000: *Prognozowanie stanu przekładni zębatej – Problemy Budowy Orz Eksploatacji Maszyn I Urządzeń Rolniczych – VIII Międzynarodowe Sympozjum im. Prof. Czesława Kanafojskiego*, Płock.
- [3] Królicki Z.; 2002: *Modele przekładni zębatej w aspekcie metod analizy stanu – XI Konferencja „Diagnostyka Maszyn Roboczych i Pojazdów” i „III Forum Młodych 2002”*, Bydgoszcz – Borówno.
- [4] Królicki Z.; 2002: *Zastosowanie sieci neuronowych w diagnozowaniu obiektów technicznych*, Sesja Naukowa, Bydgoszcz.
- [5] Żółtowski B.; 1996: *Podstawy diagnostyki maszyn*, Wydawnictwo Uczelniane ATR, Bydgoszcz.

---

Prof. dr hab. inż. Bogdan ŻÓŁTOWSKI – informacje o Autorze na 76 str.

Mgr inż. Zdzisław KRÓLICKI jest asystentem w Zakładzie Samochodów i Ciągników w Katedrze Maszyn Roboczych i Pojazdów. Pracę naukową w ATR Bydgoszcz rozpoczął w 1998 r., członek PTDT. Obecnie zajmuje się zagadnieniami budowy i wykorzystania sieci neuronowych między innymi w diagnostyce.