

## SYMULOWANIE ROZWOJU PĘKNIĘCIA ZĘBA KOŁA Z WYKORZYSTANIEM MEB W BADANIACH DIAGNOSTYCZNYCH PRZEKŁADNI

Piotr FOŁĘGA, Andrzej WILK, Tomasz FIGLUS

Katedra Budowy Pojazdów Samochodowych  
40-019 Katowice, ul. Krasińskiego 8, (32) 603 4118, figlus@polsl.katowice.pl

### Streszczenie

W opracowaniu przedstawiono zastosowanie metody elementów brzegowych (MEB) do wyznaczania sztywności zazębienia kół. Dokonano analizy wpływu rozwoju pęknięcia zmęczeniowego zęba na zmiany sztywności zazębienia. Otrzymane wyniki badań wykorzystano w modelu diagnostycznym do wykrywania uszkodzeń zębów kół.

Słowa kluczowe: metoda elementów brzegowych, pęknięcie stopy zęba, symulacja komputerowa

### THE SIMULATION THE DEVELOPMENT OF CRACK TOOTH OF WHEEL WITH BEM IN INVESTIGATIONS DIAGNOSTIC GEARS

### Summary

Application of the Boundary Elements Method (BEM) in the numerical analysis of the stiffness of meshing has been presented in the paper. The analyses of influence of development of the fatigue crack in a gear tooth root were executed in modification the stiffness of teeth of wheels. The got results use in diagnostic model fault tooth wheel.

Keywords: boundary elements method, crack in a gear tooth root, computer simulation

## 1. WPROWADZENIE

W diagnozowaniu stanu przekładni zębatych obok badań stanowiskowych wykorzystuje się coraz powszechniej badania symulacyjne na podstawie zidentyfikowanych modeli przekładni.

W diagnozowaniu stanu przekładni zębatych obok badań stanowiskowych wykorzystuje się coraz powszechniej badania symulacyjne, których podstawę stanowią zidentyfikowane modele przekładni.

Podczas badań stanowiskowych poszukuje się symptomów: wykruszenia zęba, pęknięcia stopy zęba, czy też zużycia powierzchni roboczych zębów przy założeniu, że pozostałe elementy przekładni są w dobrym stanie [1], jak i w przypadkach złożonych, gdy występują uszkodzenia innych jej elementów [2].

Zastosowanie badań komputerowych umożliwia przeprowadzanie symulacji dla różnych założeń geometrycznych, jak i eksploatacyjnych przekładni. Wykorzystanie w badaniach modelu symulacyjnego nabiera szczególnego znaczenia w przypadkach diagnozowania rozwoju pęknięcia stopy zęba w obecności uszkodzeń łożysk tocznych przekładni, gdyż zjawisko to jest trudne do zbadania w warunkach stanowiskowych. Wykorzystany w badaniach model dynamiczny wymaga w tym przypadku przeprowadzenia badań wstępnych, których celem jest wyznaczenie zmiany wypadkowej sztywności pary zębów wraz

z rozwojem pęknięcia stopy zęba.

Sztywność zazębienia zależy od geometrii kół zębatych i własności fizycznych ich materiałów. Norma ISO/DIS 6336 określa sztywność zazębienia jako stosunek siły normalnej do odkształcenia w znajdujących się w przyporze par zębów o jednostkowej szerokości bezodchyłkowej przekładni. Odkształcenia to jest wyznaczone w kierunku prostopadłym do zarysu zęba w przekroju czołowym. Norma ISO/DIS 6336/1 podaje możliwe do wykorzystania metody wyznaczenia sztywności zazębienia. Najdokładniej sztywność zazębienia można wyznaczyć wykorzystując metodę A, według której należy w przeprowadzonej analizie uwzględnić wpływ wielu czynników. W metodzie tej można wykorzystać numeryczne metody obliczeń, takie jak metoda elementów skończonych (MES) lub metoda elementów brzegowych (MEB). W metodzie C natomiast po przyjęciu odpowiednich założeń upraszczających, przyjmuje się stałe wartości sztywności zazębienia.

W literaturze podane są również inne uproszczone metody wyznaczania sztywności zazębienia [3,4]. Przykładowo ograniczeniem metody opisanej w [4] jest możliwość wyznaczenia wartości sztywności zazębienia tylko nieuszkodzonych zębów kół zębatych. W praktyce ważną informacją w diagnostyce kół zębatych są np. zmiany sztywności zazębienia spowodowane pęknięciem zmęczeniowym zęba u podstawy.

W opracowaniu zastosowano do wyznaczenia sztywności zazębienia kół metodę elementów brzegowych. Celem przeprowadzonych obliczeń jest oszacowanie wpływu rozwoju pęknięcia zmęczeniowego zęba na zmiany sztywności zazębienia.

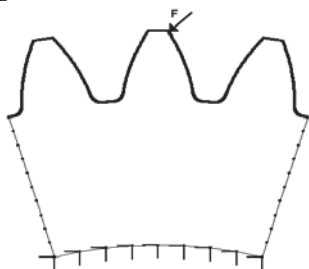
## 2. WYZNACZANIE SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA PRZY POMOCY MEB

Wykorzystanie MEB w procesie projektowania i konstruowania kół zębatych pozwala na optymalny dobór cech konstrukcyjnych kół zębatych i narzędzia, ze względu na wytrzymałość na złamanie zębów, a także pozwala na ilościową ocenę wpływu zmian tych cech na wytrzymałość [5].

Wyznaczenie sztywności zazębienia przy pomocy MEB z uwzględnieniem zagadnienia stykowego uwzględnia wszystkie czynniki występujące w kontakcie zębów kół zębatych. Takie pełne podejście do zagadnienia powoduje jednak trudności numeryczne oraz stosunkowo długi czas obliczeń numerycznych. Dlatego w pracy po wykonaniu szeregu eksperymentów numerycznych opracowano metodę uproszczoną pomijającą odkształcenia stykowe opartą na założeniach podanych w pracy [4]. Po wygenerowaniu zarysu zęba zębniaka i koła wyznaczone są odkształcenia w punktach przyłożenia siły, a następnie zmiany sztywności pojedynczego zęba w funkcji promienia przyłożenia siły osobno dla zębniaka i koła.

Następnie znając zmiany sztywności wzdłuż linii przyporu pojedynczych zębów można wyznaczyć sztywność zazębienia jednej pary zębów w dowolnym punkcie. Sztywność zazębienia jednej pary zębów stanowi podstawę do wyznaczenia sztywności zazębienia w przyporze wieloparowym.

Przyjęty w obliczeniach numerycznych sposób obciążenia i podparcia zęba pokazano na rys. 1. Opracowany model numeryczny uwzględnia rzeczywisty kształt zęba oraz odkształcenie wieńca koła zębatego.



Rys. 1. Sposób obciążenia i podparcia zęba

W celu weryfikacji opracowanej uproszczonej metody wyznaczenia sztywności zazębienia porównano wyniki obliczeń numerycznych z rezultatami badań zamieszczonymi w literaturze [4]. W tym celu zamodelowano zęby kół o następujących cechach geometrycznych:

- liczba zębów zębniaka  $z_1=20$ ,
- liczba zębów koła  $z_2=35$ ,

- współczynnik korekcji zębniaka  $x_1=0.3$ ,
- współczynnik korekcji koła  $x_2=0.1$ ,
- moduł  $m=1$ ,
- oraz przy założeniu zarysu odniesienia
- kąt przyporu  $\alpha_{on}=20^\circ$ ,
- wysokości głowy narzędzia  $h_{ao}^*=1.25$ ,
- promień zaokrąglenia głowy narzędzia  $\rho_{ao}^*=0.2$ .

Wymiary wysokości  $h_{ao}^*$  i promienia  $\rho_{ao}^*$  zaokrąglenia głowy są odniesione w stosunku do modułu koła zębatego.

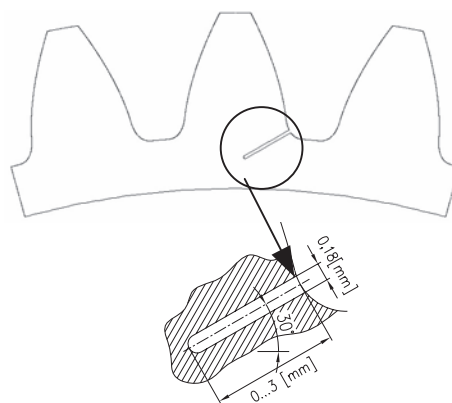
Analizując wartości sztywności zazębienia wyznaczone metodą numeryczną i wg pracy [4] stwierdzono ich zgodność jakościową i ilościową. Różnice w otrzymanych wynikach są spowodowane nieuwzględnieniem w obliczeniach numerycznych efektów kontaktowych (spłaszczenia powierzchni zębów). Różnice odpowiednich wartości nie przekraczają 5%.

## 3. WPLYW ROZWOJU PEKNIĘCIA ZMĘCZENIOWEGO ZĘBA NA ZMIANY SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA

Wykorzystując zaproponowaną metodę wyznaczania sztywności zazębienia wykonano symulacje rozwoju pęknięcia zmęczeniowego stopy zęba. Wyznaczono sztywność zazębienia kół o następujących cechach geometrycznych:

- liczba zębów zębniaka  $z_1=16$ ,
- liczba zębów koła  $z_2=24$ ,
- współczynnik korekcji zębniaka  $x_1=0.864$ ,
- współczynnik korekcji koła  $x_2=-0.5$ ,
- moduł  $m=4.5$ ,
- oraz przy założeniu zarysu odniesienia
- kąt przyporu  $\alpha_{on}=20^\circ$ ,
- wysokości głowy narzędzia  $h_{ao}^*=1.25$ ,
- promień zaokrąglenia głowy narzędzia  $\rho_{ao}^*=0.2$ .

Pęknięcie zęba symulowano w badaniach modelowych poprzez podcięcie stopy zęba zgodnie z rysunkiem 2.

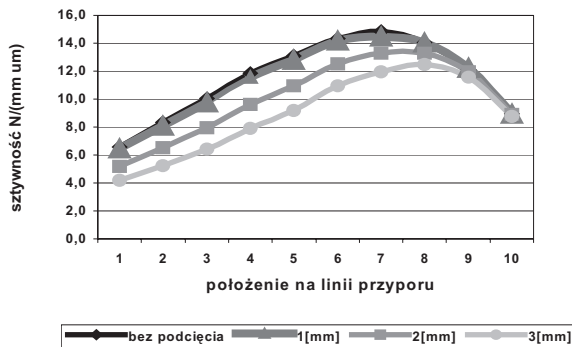


Rys. 2. Model z pęknięciem stopy zęba

Przyjmowano kolejne wartości długości podcięcia od 0 do 3 mm o parametrach podanych na rysunku 2. Miejscem inicjacji rozwoju szczeliny

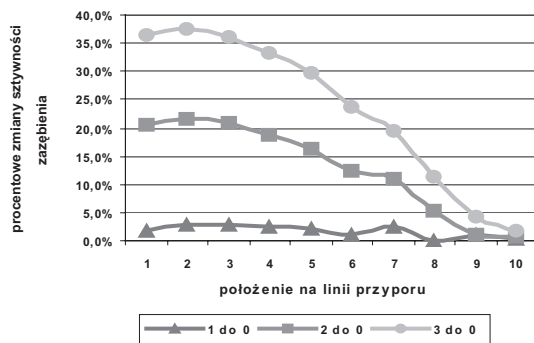
zmęczeniowej był punkt maksymalnych naprężeń w stopie zęba koła ( $z_2=24$ ).

Uzyskane zmiany wypadkowej sztywności zazębienia dla kolejnych wybranych wartości długości podcięcia pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Zmiany wypadkowej sztywności zazębienia w zależności od długości podcięcia stopy zęba

Na rysunku 4 pokazano procentowe zmiany sztywności zazębienia w zależności od długości pęknięcia stopy zęba. Zmiany te określono w stosunku do wartości sztywności zazębienia bez podcięcia



Rys. 4. Procentowe zmiany wypadkowej sztywności zazębienia

#### 4. SYMULACJE KOMPUTEROWE

Badania symulacyjne zmęczeniowego pęknięcia stopy zęba w obecności uszkodzeń łożysk tocznych przekładni przeprowadzono wykorzystując jako podstawę zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym [6,7,8]. Model ten przedstawia układ składający się z elektrycznego silnika asynchronicznego, jednostopniowej przekładni zębatej, maszyny roboczej, wałów pośrednich oraz sprzęgieł [6].

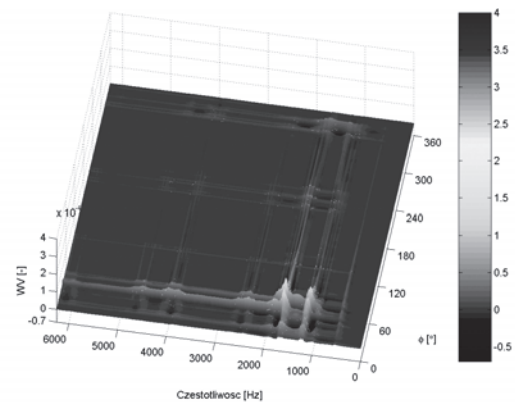
W pierwszym etapie badań przeprowadzono symulacje, których celem było określenie wpływu zmiany sztywności zazębienia na strukturę czasowo-częstotliwościową sygnału drganiowego wału koła.

Badania wykonano na kołach o parametrach podanych w p.3, przy częstotliwości obrotowej wału wynoszącej 30Hz. Przyjęto następujące odchyłki

wykonania kół:  $f_1=7\mu\text{m}$ ,  $f_2=5\mu\text{m}$ ,  $s_{1\text{max}}=s_{2\text{max}}=\pm 4,8\mu\text{m}$ . W symulacjach założono trzy przypadki zmiany wypadkowej sztywności zazębienia wskutek pęknięcia o wartości: 12%, 24% i 36%.

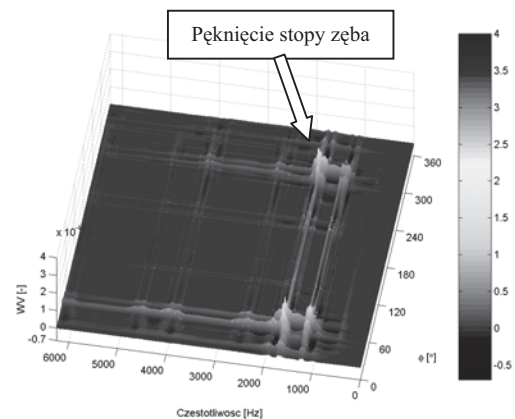
Do analiz sygnału drganiowego wykorzystano metodę obliczeń opartą o filtrację, uśrednianie synchroniczne i rozkład czasowo-częstotliwościowy Wignera-Ville'a prezentowaną przez autorów w [2].

Na rysunku 6 przedstawiono rozkład Wignera-Ville'a sygnału drganiowego wału nieuszkodzonego. Charakterystyczne maksima występujące w rozkładzie spowodowane są tylko błędami wykonania kół zębatych.

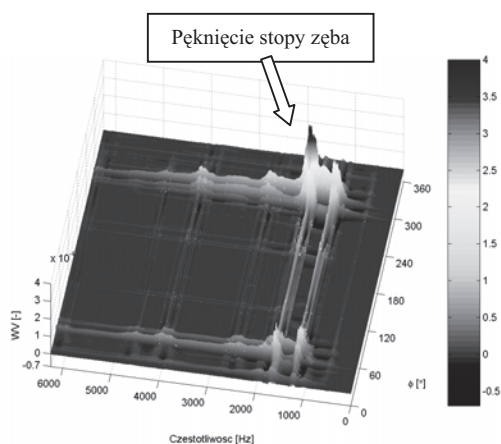


Rys. 6. Rozkład WV – zazębienie nieuszkodzone

Rozkłady Wignera-Ville'a sygnałów drganiowych przekładni, w której symulowano rozwój pęknięcia stopy zęba, wykazują zmiany amplitudy w strefie przyporu zęba podciętego oraz zęba wchodzącego w przypór bezpośrednio po nim (rysunki 6 i 7). Zmiany rozkładu sygnału drganiowego spowodowane 12% zmniejszeniem sztywności, posiadają bardzo małą energię i mogą być interpretowane, jako zaburzenie spowodowane błędami wykonania kół.



Rys. 6. Rozkład WV w przypadku pęknięcia stopy zęba powodujące 24% zmianę wypadkowej sztywności zazębienia



Rys. 7. Rozkład WV w przypadku pęknięcia stopy zęba powodujące 36% zmianą wypadkowej sztywności zazębienia

Występujące na rysunkach 6 i 7 zmiany amplitudowo-fazowe będące symptomem zmęczeniowego pęknięcia stopy zęba mają charakter zaburzenia szerokopasmowego, z lokalnymi maksimami.

Uzyskane wyniki analizy wskazują, że metoda Wignera-Ville'a sygnału drganiowego pozwala wykryć uszkodzenia zęba koła wskutek jego podcięcia.

## 5. PODSUMOWANIE

Zastosowanie metody elementów brzegowych umożliwia wyznaczenie zmian wypadkowej sztywności zazębienia spowodowanej rozwojem pęknięcia zmęczeniowego zęba.

Wstępne wyniki obliczeń wskazują na przydatność zaproponowanej metody wyznaczania zmian wypadkowej sztywności zazębienia do badań symulacyjnych oceny wrażliwości różnych metod analizy sygnału drganiowego na uszkodzenia zębów.

Dalsze badania obejmą symulacje pęknięcia zmęczeniowego stopy zęba w obecności uszkodzeń łożysk tocznych oraz ocenę możliwości diagnozowania stanu kół zębatych w tych przypadkach.

## LITERATURA

- [1] Wilk A., Łazarz B., Madej H.: Metody przetwarzania sygnałów drganiowych w diagnozowaniu przekładni zębatych, 3<sup>rd</sup> International Congress of Technical Diagnostics, Diagnostics'2004, September 6-9, 2004, Poznań, Poland. Diagnostyka vol. 30 tom 2 2004r. 183-186.
- [2] Figlus T., Wilk A., Fołęga P.: Diagnozowanie złożonych przypadków uszkodzeń przekładni zębatych z wykorzystaniem różnych technik pomiaru drgań. ZN Pol. Śl., Transport, Gliwice 2005, nr 56.

- [3] Ryś J.: Sztywność zębów prostych walcowych kół zębatych, Przegląd Mechaniczny, nr 10, Warszawa 1977.
- [4] Müller L.: Przekładnie zębate – dynamika WNT, Warszawa 1986.
- [5] Fołęga P., Wilk A.: Analiza stanu naprężenia w podstawie zęba z wykorzystaniem MEB, XXI Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, WNT, tom I, Ustroń 2003.
- [6] Łazarz B.: Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania. Biblioteka Problemów Eksploatacji – Studia i Rozprawy, Katowice-Radom 2001.
- [7] Łazarz B., Wojnar G.: Modelowanie przekładni zębatych w układzie napędowym do celów diagnostycznych. ZN Pol. Śl., Transport, Gliwice 2002, nr 44.
- [8] Łazarz B., Wojnar G.: Model dynamiczny układu napędowego z przekładnią zębatą. XVII Ogólnopolska Konferencja Przekładnie Zębate, Węgierska Górką 09.10-11.10.2000.



Prof. dr hab. inż. Andrzej Wilk jest Kierownikiem Katedry Budowy Pojazdów Samochodowych Wydziału Transportu Politechniki Śląskiej oraz Członkiem Zarządu Towarzystwa Diagnostyki Technicznej. Zajmuje się diagnozowaniem napędów zębatych metodami wibroakustycznymi oraz badaniami dynamicznymi układów napędowych z przekładniami zębatymi.



Dr inż. Piotr FOŁĘGA jest pracownikiem Katedry Budowy Pojazdów Samochodowych Wydziału Transportu Politechniki Śląskiej. Zajmuje się wspomaganiami komputerowym projektowania napędów zębatych oraz zastosowaniem metod numerycznych w analizie stanu naprężenia.



Mgr inż. Tomasz FIGLUS jest doktorantem w Katedrze Budowy Pojazdów Samochodowych Wydziału Transportu Politechniki Śląskiej. Zajmuje się diagnozowaniem przekładni zębatych metodami wibroakustycznymi.