

## MODELOWANIE I SYMULACJA DRGAŃ UKŁADU NOŚNEGO MANIPULATORA DLA POTRZEB STEROWANIA MODALNEGO PRZY ENERGETYCZNYM WSKAŹNIKU JAKOŚCI

Krzysztof KALIŃSKI, Krzysztof JASIŃSKI

Politechnika Gdańska, Wydział Mechaniczny, Katedra Mechaniki i Wytrzymałości Materiałów  
80-952 Gdańsk ul. Narutowicza 11/12, fax. (0-58) 347-29-29, email kkalinsk@o2.pl, kkjasinski@o2.pl

### Streszczenie

W pracy rozważa się drgania modelowanego dyskretnie niestacjonarnego układu nośnego manipulatora IRb-6 metodą sztywnych elementów skończonych. Do nadzorowania drgań wykorzystano algorytm sterowania modalnego przy energetycznym wskaźniku jakości. Uwzględnia on zmianę w czasie, względem trajektorii ruchu zadanego, energii potencjalnej, kinetycznej oraz energii sygnału sterującego. Przedstawiono zmodyfikowany model dyskretny, uwzględniający podatność połączenia przegubowego między ramionami robota. Model obliczeniowy został zweryfikowany za pomocą eksperymentalnej analizy modalnej.

Słowa kluczowe: roboty, modelowanie, sterowanie, symulacja

### MODELLING AND SIMULATION OF THE STRUCTURAL MODEL VIBRATION OF MANIPULATOR'S CARRYING SYSTEM FOR A USE OF MODAL CONTROL AT ENERGY PERFORMANCE INDEX

### Summary

Here is considered vibration of modified discrete model of non-stationary carrying system of manipulator IRb-6. For a use of vibration surveillance, an algorithm of modal control at energy performance index has been applied. It comprises changes with time, along trajectory of given motion, of potential, kinetic and control energies. Modification of the discrete model allows us to include flexibility of a joint between robot arms. The model is well-verified by experiments.

Keywords: robots, modelling, control, simulation

## 1. WSTĘP

Skuteczną metodę nadzorowania drgań układów niestacjonarnych za pomocą sterowania optymalnego przy uzmiennionym w czasie energetycznym wskaźniku jakości przedstawiono w pracy [1], ale wykorzystanie tego sposobu wymaga zmian wzmocnień regulatora w trybie *on-line*. Zaproponowano zatem uproszczony sposób nadzorowania drgań w układzie niestacjonarnym, który polega na tymczasowym założeniu jego stacjonarności. Podejście to pozwala na wyznaczenie optymalnego sygnału sterującego postaciami drgań swobodnych w układzie zachowawczym.

W dalszej kolejności, wyznaczonym w ten sposób optymalnym sygnałem sterującym oddziałuje się na układ niestacjonarny.

## 2. STEROWANIE MODALNE DRGANIAMI ROBOTA PRZY ENERGETYCZNYM WSKAŹNIKU JAKOŚCI [2]

W pracy [1] wykazano, że macierzowe równanie dynamiki sterowanego układu niestacjonarnego we współrzędnych uogólnionych ma postać:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{L}^* \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^* \mathbf{q} = \mathbf{f}^* + \mathbf{B}_u^* \mathbf{u}. \quad (1)$$

przy czym symbole  $\mathbf{M}^*$ ,  $\mathbf{L}^*$ ,  $\mathbf{K}^*$ ,  $\mathbf{B}_u^*$ ,  $\mathbf{q}^*$ ,  $\mathbf{f}^*$  i  $\mathbf{u}$  reprezentują kolejno macierze bezwładności, tłumienia, sztywności i sterowań, oraz wektory przemieszczeń uogólnionych, sił uogólnionych i sygnałów sterujących w układzie.

Energetyczny wskaźnik jakości, który uwzględnia zmianę w czasie energii kinetycznej i potencjalnej układu względem trajektorii ruchu zadanego, a także chwilową energię sygnału sterującego zapisujemy jako [1]:

$$J(t) = \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\bar{\mathbf{q}}})^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{M}^* (\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\bar{\mathbf{q}}}) + \frac{1}{2} (\mathbf{q}^* - \bar{\mathbf{q}})^T \cdot \mathbf{Q}_2 \mathbf{K}^* (\mathbf{q}^* - \bar{\mathbf{q}}) + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$  – macierze bezwymiarowych współczynników wpływu,

$\mathbf{R}$  – macierz efektu sygnału sterującego.

W dalszych rozważaniach zakładamy symetrię macierzy  $\mathbf{M}^*, \mathbf{K}^*, \mathbf{R}, \mathbf{Q}_1$  i  $\mathbf{Q}_2$ .

Optymalny sygnał sterujący  $\mathbf{u}$ , który minimalizuje wskaźnik jakości (2), wyznaczamy po przyjęciu tymczasowego założenia o stacjonarności układu ( $\mathbf{M}^* = \text{const.}, \mathbf{K}^* = \text{const.}$ ) oraz pominięciu efektu rozproszenia energii ( $\mathbf{L}^* = \mathbf{0}$ ). Rozważamy więc równanie dynamiki układu zachowawczego:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{K}^* \mathbf{q}^* = \mathbf{f}^* + \mathbf{B}_u^* \mathbf{u} \quad (3)$$

Po dokonaniu transformacji do współrzędnych modalnych, można wyznaczyć optymalny sygnał sterujący [2]:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_u^{*T} \Psi \left\{ \mathbf{S}(t-t_0) \Psi^T \mathbf{M}^* \mathbf{Q}_1 (\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\bar{\mathbf{q}}}) + [\mathbf{I} - \mathbf{C}(t-t_0)] \Omega^{-2} \Psi^T \mathbf{K}^* \mathbf{Q}_2 (\mathbf{q}^* - \bar{\mathbf{q}}) \right\} \quad (4)$$

gdzie:

$$\mathbf{C}(t) = \text{diag} [\cos(\omega_{0\alpha} t)], \quad \alpha = 1, \dots, i_m,$$

$$\mathbf{S}(t) = \text{diag} [\omega_{0\alpha}^{-1} \sin(\omega_{0\alpha} t)], \quad \alpha = 1, \dots, i_m,$$

$$\Psi = [\Psi_1 \ \Psi_2 \ \dots \ \Psi_{i_m}] \Psi_{\alpha} - \text{wektor postaci nr } \alpha.$$

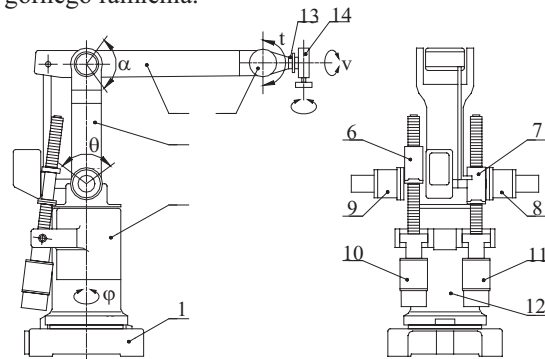
Podczas sterowania układu niestacjonarnego opisanego równaniem (1) za pomocą sygnału (4) wykorzystuje się zmienne wzmocnienie regulatora, wyznaczane w trybie *off-line* na podstawie znanych okresowych funkcji czasu.

### 3. OBIEKT BADAŃ [2]

Przedmiotem rozważań jest układ nośny robota IRb-6. Robot IRb-6 składa się (rys. 1) z manipulatora, mocowanego sztywno do podłoża i układu sterowania. W części manipulacyjnej można wyróżnić podstawę (1), korpus (2), ramię dolne (3), ramię górne (4) oraz zespół przegubów (5) z końcówką kołnierkową (13), służącą do mocowania chwytaków lub narzędzi. Budowa

robota IRb-6 zapewnia mu pięć stopni swobody, zaznaczonych na rysunku 1 odpowiednio, jako kąty  $\varphi, \theta, \alpha, t, v$ .

Ruchy poszczególnych elementów realizowane są przez zespoły napędowe, na które składają się zespoły silników i odpowiednie przekładnie mechaniczne. W skład każdego zespołu silnika wchodzi silnik prądu stałego, transformator położenia kąтового i prądnicza tachometryczna. W podstawie (1) umieszczony jest zespół silnika (12) wraz z przekładnią falową, generujący ruch obrotowy korpusu (2). Napędy ruchów dolnego (3) i górnego ramienia (4), składające się z zespołu silnika (10) (11) i przekładni śrubowej toczonej oraz napędy ruchów zespołu przegubu (5), złożone z zespołu silnika i przekładni falowej, zamocowane są na korpusie manipulatora. Ramię dolne jest osadzone obrotowo we wsporniku korpusu. Obrót dolnego ramienia odbywa się za pomocą dźwigni napędzanej przez przekładnię śrubową (6) za pośrednictwem nakrętki. Ramię górne jest osadzone obrotowo w górnej części ramienia dolnego. Ruch obrotowy silnika jest przekazywany za pomocą przekładni śrubowej toczonej (7) na dwa pręty połączone przegubowo z nakrętką przekładni i tworzące razem z górnym i dolnym ramieniem równoległobok przegubowy, wywołujący obrót górnego ramienia.



Rys. 1. Manipulator robota IRb-6

Tabela 1 Dane techniczne robota IRb-6

Obrót dokoła podstawy $\varphi$	340 °
Obrót dokoła ramienia dolnego $\theta$	± 40 °
Obrót dokoła ramienia górnego $\alpha$	- 40 ° ... 25 °
Pochylenie przegubu $t$	± 90 °
Skręcenie przegubu $v$	± 180 °
Wysokość korpusu	700 mm
Długość ramienia dolnego	450 mm
Długość ramienia górnego	670 mm
Dopuszczalne obciążenie	6 kg
Masa części manipulacyjnej	125 kg

Za pośrednictwem przekładni falowych i zespołów złożonych z tarcz obrotowych i cięgien umieszczonych po obu stronach zespołu ramion przekazywany jest ruch silników (8) (9) osi i do końcówki zespołu przegubu. Realizacja ruchu w ostatnim członie, nadającym ruch końcówce

kołnierzej, odbywa się za pomocą przekładni stożkowej.

Układ sterowania umożliwia programowanie robota, pracę ręczną, pracę automatyczną krok po kroku oraz cykliczną, wpisywanie programu z pamięci wewnętrznej robota do zewnętrznej pamięci kasetowej lub pamięci PC i odwrotnie oraz synchronizację robota, tzn. sprowadzenie każdej osi robota do położenia przyjętego za zerowe.

#### 4. MODEL OBLICZENIOWY[3]

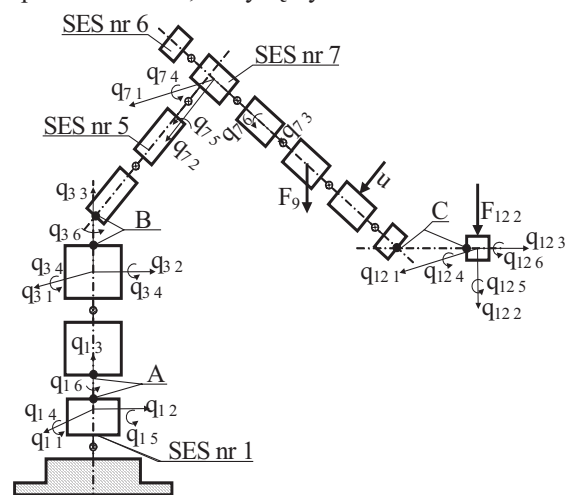
Model dyskretny manipulatora robota IRb-6 (rys. 2) utworzono metodą sztywnych elementów skończonych [4, 5], przyjmując następujące założenia.

1. W strukturze podstawy manipulatora wyodrębniono jeden sztywny element skończony (SES) nr 1. Został on połączony z podłożem za pomocą elementu sprężysto-tłumiącego (EST) nr 1. Przemieszczenia uogólnione SES nr 1 w ruchu drgającym (tj.  $q_{1,1}, q_{1,2}, q_{1,3}, q_{1,4}, q_{1,5}, q_{1,6}$ ) opisano w jego lokalnym układzie współrzędnych. SES nr 1 jest obciążony siłą ciężkości  $F_{1,3}$  (nie zaznaczono jej na rysunku). W obrębie SES nr 1 wyodrębniono punkt *A*, który należy również do korpusu manipulatora (SES nr 2).

2. W strukturze korpusu manipulatora:

– dokonano podziału na 2 sztywne elementy skończone (SES nr 2 i 3). Przemieszczenia uogólnione tych SES w ruchu drgającym opisano w ich lokalnych układach współrzędnych głównych centralnych osi bezwładności (np. dla SES nr 3  $q_{3,1}, q_{3,2}, q_{3,3}, q_{3,4}, q_{3,5}, q_{3,6}$ ). Ponadto, w SES nr 3 wyodrębniono punkt *B*, który jest także wspólny dla SES nr 4 (tj. należy do ramienia dolnego manipulatora). Siły zewnętrzne oddziaływania na wymienione SES stanowią siły ciężkości  $F_{2,3}, F_{3,3}$  (nie zaznaczono ich na rysunku).

– własności sprężysto-tłumiące korpusu skupiono w jednym punkcie uzyskując w ten sposób EST nr 2, który łączy SES nr 2 z SES nr 3.



Rys. 2. Model dyskretny robota

3. W strukturze ramienia dolnego:

– wyodrębniono 2 sztywne elementy skończone (SES nr 4 i 5). Przemieszczenia uogólnione tych SES w ruchu drgającym opisano w lokalnych układach współrzędnych (np. dla SES nr 5  $q_{5,1}, q_{5,2}, q_{5,3}, q_{5,4}, q_{5,5}, q_{5,6}$ ). Połączenie SES nr 5 z nr 7, wymagało modyfikacji w stosunku do poprzednio zaproponowanego modelu [2]. Modyfikacja polegała na uwzględnieniu sztywności skrętnej pary kinematycznej obrotowej, poprzez połączenie SES nr 5 z 7 elementem sprężysto-tłumiącym nr 9. Siły zewnętrzne wymienionych SES stanowią składowe siły ciężkości  $F_{4,2}, F_{4,3}, F_{5,2}, F_{5,3}$  (nie ma ich na rysunku).

– własności sprężysto-tłumiące ramienia dolnego skupiono w jednym punkcie. Uzyskano w ten sposób EST nr 3, który łączy SES nr 4 i 5.

4. W strukturze ramienia górnego:

– wyodrębniono 6 sztywnych elementów skończonych (SES) nr 6 – 11. Przemieszczenia uogólnione tych SES w ruchu drgającym opisano w lokalnych układach współrzędnych (np. dla SES nr 11  $q_{11,1}, q_{11,2}, q_{11,3}, q_{11,4}, q_{11,5}, q_{11,6}$ ). Ponadto, w obrębie SES nr 11 wyodrębniono punkt *C*, który jest także wspólny dla SES nr 12 (tj. należy do zespołu przegubu). Siły zewnętrzne wymienionych SES stanowią składowe siły ciężkości  $F_{6,2}, F_{6,3}, F_{7,2}, F_{7,3}, F_{8,2}, F_{8,3}, F_{9,2}, F_{9,3}, F_{10,2}, F_{10,3}, F_{11,2}, F_{11,3}$ .

– własności sprężysto-tłumiące ramienia górnego skupiono w 5 punktach uzyskując w ten sposób elementy sprężysto-tłumiące (EST) nr 4 – 8, które łączą poszczególne SES.

– do SES nr 10 dołączono wzbudnik drgań, którego siłę oddziaływania oznaczano na rysunku jako  $u$ , zaś jego położenie względem środka masy SES nr 10 wyznacza współrzędna  $s_{10,2}$ .

5. W strukturze zespołu przegubu:

– wyodrębniono 1 sztywny element skończony SES nr 12. Przemieszczenia uogólnione tego elementu drgającego opisano w lokalnych układach współrzędnych  $q_{12,1}, q_{12,2}, q_{12,3}, q_{12,4}, q_{12,5}, q_{12,6}$ . Siłę zewnętrzną działającą na ten SES stanowi siła ciężkości  $F_{12,2}$ .

Przemieszczenia uogólnione w ruchu drgającym SES nr 2, 4, 7, 12 potraktowano jako przemieszczenia w ruchu zależnym  $q_d$ , zaś przemieszczenia uogólnione pozostałych elementów skończonych przyjęto jako niezależne  $q_i$ .

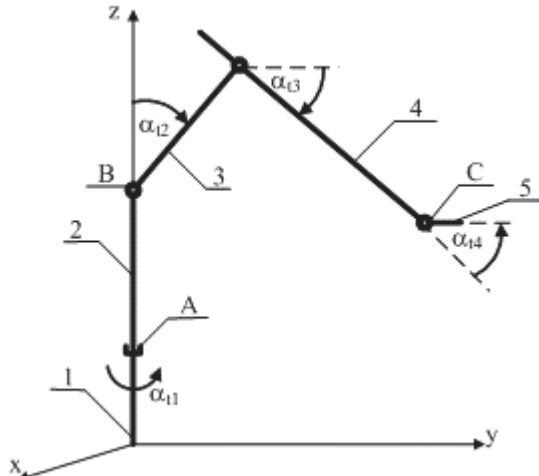
Dzięki wprowadzeniu między współzrędnymi zależnymi  $q_d$  i niezależnymi  $q_i$  równania więzów [1, 2]:

$$W_i q_i = W_d q_d \quad (5)$$

można sformułować równania dynamiki niestacjonarnego modelu manipulatora w postaci (1).

## 5. WYNIKI OBLICZEŃ

Uruchomiono w języku FORTRAN pakiet programów komputerowych do wyznaczania częstości i postaci drgań własnych wybranych konfiguracji manipulatora IRb-6.

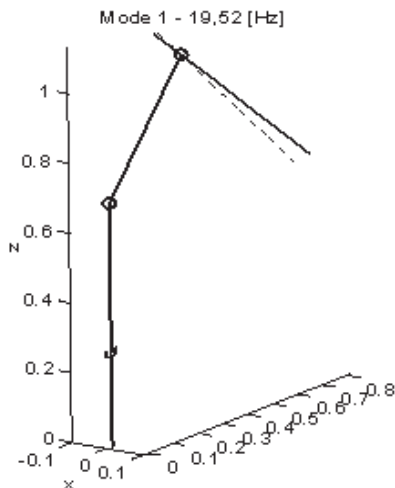


Rys. 3. Schemat kinematyczny robota IRb-6

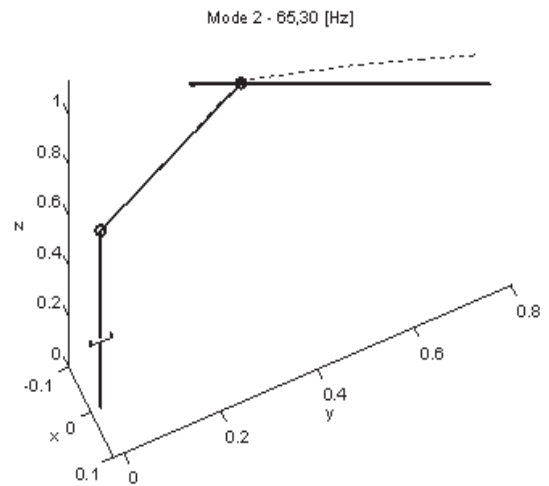
Wykonano obliczenia dla wyznaczonych wcześniej wartości parametrów modelu dyskretnego. Przedstawiono graficznie postacie drgań własnych manipulatora odpowiadające czterem pierwszym częstościom (rys. 4) w przypadku, gdy wzajemne położenie jego członów opisują kąty  $\alpha_{11} = 0^{\circ}$ ,  $\alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{14} = 40^{\circ}$  (rys. 3).

## 6. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA MODELU OBLICZENIOWEGO [3]

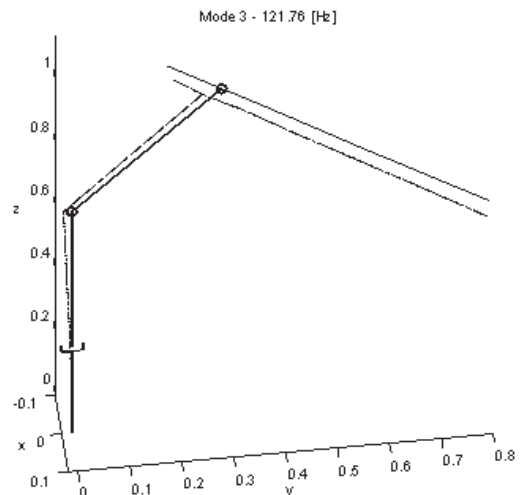
W czasie prac nad opracowaniem modelu modalnego robota IRb-6 zbudowano na Katedrze Mechaniki i Wytrzymałości Materiałów Politechniki Gdańskiej stanowisko badawcze do pomiaru drgań manipulatora robota (rys. 5).  
 a)



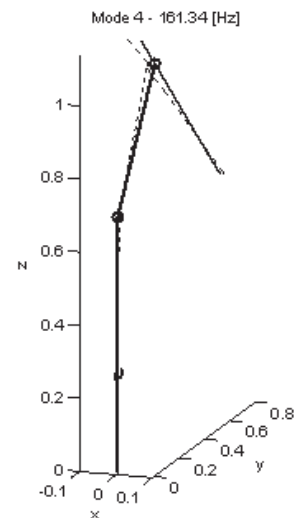
b)



c)



d)



Rys. 4. Cztery pierwsze postacie drgań własnych robota IRb-6

W skład stanowiska wchodzi między innymi komputerowy system przetwarzania danych, wzmacniacz z filtrami oraz sześć akcelometrów

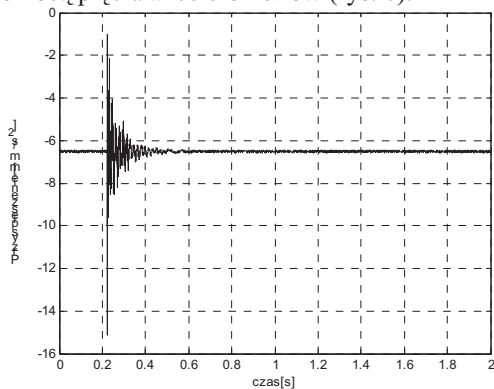


piezoelektrycznych. Docelowo stanowisko po doposażeniu we wzбудniki piezoelektryczne, będzie wykorzystywane do nadzorowania drgań układu nośnego manipulatora.



Rys. 5. Stanowisko badawcze

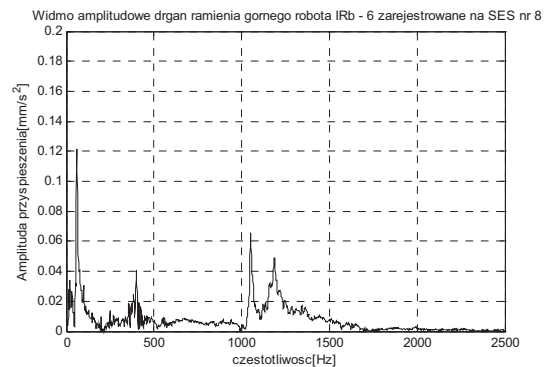
W celu weryfikacji poprawności opracowanego nominalnego modelu obliczeniowego przeprowadzono eksperyment modalny, polegający na wzbudzeniu do drgań ramienia górnego manipulatora i pomiarze amplitudy jego przyspieszeń drgań. Podczas badań rejestrowano przebieg czasowy przyspieszeń, mierzonych za pomocą pięciu akcelerometrów (rys. 6).



Rys. 6. Przebieg czasowy przyspieszeń zarejestrowany w miejscu odpowiadającym SES nr 8

Akcelerometry zamocowano w punktach odpowiadających położeniom SES modelu dyskretnego.

Należy zwrócić uwagę (rys. 6), że duże rozproszenie energii powoduje szybkie tłumienie drgań ramienia górnego manipulatora. Mimo, że czas pomiaru wynosił 2 s., do dalszej analizy należało wziąć próbki z okresu około 0,4 s, w którym w sposób wyraźny można zaobserwować drgania ramienia. Z tego, powodu uzyskiwane widma amplitudowe drgań charakteryzowały się małą rozdzielczością, pomimo dużej częstotliwości próbkowania 10 000 Hz (rys 7.)



Rys. 7. Widmo amplitudowe drgań zarejestrowanych w miejscu odpowiadającym SES nr 8

W związku z małą rozdzielczością widma amplitudowego, w celu zwiększenia dokładności przeprowadzono estymację parametrów modalnych w dziedzinie czasu, równoległe dwiema metodami.

Tabela 2 Zestawienie uzyskanych częstości drgań

<b>Obliczenia numeryczne (dla modelu modyf.)</b>	
I częstość drgań własnych	19,52 [Hz]
II częstość drgań własnych	65,30 [Hz]
<b>Eksperymentalna analiza modalna</b>	
I częstość drgań własnych	19,53 [Hz]
II częstość drgań własnych	59,82 [Hz]

Metodą Ibrahima (ITD. – ang. *Ibrahim Time Domain*) pozwalającą na wyznaczenie częstości, postaci drgań własnych, współczynników tłumienia oraz metodą aproksymacji przebiegów czasowych funkcji eksponencjalnych (LSCE – ang. *Polyreference Least Squares Complex Exponential*), która oprócz możliwości określenia częstości drgań własnych umożliwia wyznaczenie logarytmicznego dekrementu tłumienia. W tabeli 2 przedstawiono wyznaczone eksperymentalnie częstości drgań własnych ramienia górnego manipulatora.

Na podstawie wyznaczonych wektorów postaci drgań własnych ramienia dokonano oceny zgodności (walidacji) modelu obliczeniowego z modelem uzyskanym z zastosowaniem eksperymentalnej analizy modalnej. Wykorzystano

w tym celu współczynnik zgodności modalnej MAC (ang. *Modal Assurance Criterion*) opisany zależnością [6]:

$$MAC^{e-a}(i,j) = \frac{\left(\Psi_i^{aT} \cdot \Psi_j^e\right)^2}{\left(\Psi_i^{aT} \cdot \Psi_i^a\right) \cdot \left(\Psi_j^{eT} \cdot \Psi_j^e\right)} \quad (6)$$

gdzie:

$\Psi_i^a$  - wektor obliczeniowych postaci drgań,

$\Psi_j^e$  - wektor eksperymentalnych postaci drgań.

Tabela 3 Wartości współczynnika MAC

Numer postaci model obl.	Numer postaci model eksp.	MAC
1	1	0,97
1	2	0,39
2	2	0,92
2	2	0,38

W tabeli 3 przedstawiono obliczone wartości współczynników MAC dla porównywanych modeli. Uzyskana wartość współczynnika MAC (powyżej 0,9) pozwala stwierdzić, że oba modele są zgodne, zaś model obliczeniowy może być użyty do symulacji procesu prognozowania drgań i nadzorowania drgań robota IRb-6.

## 7. WNIOSKI

Wykazano możliwość zastosowania sterowania modalnego do nadzorowania drgań w trybie *on-line* niestacjonarnego układu nośnego robota IRb-6 modelowanego dyskretnie metodą sztywnych elementów skończonych. Dokonano identyfikacji modelu modalnego (częstotliwości i postaci drgań własnych) manipulatora, dla określonej konfiguracji położeń jego członów.

W perspektywie dalszych badań, przewiduje się przeprowadzenie symulacji komputerowej oraz realizację procesu nadzorowania drgań w układzie rzeczywistym robota.

## LITERATURA

- [1] Kaliński K., Nadzorowanie drgań mechanicznych modelowanych dyskretnie: Wyd. Pol. Gdańskiej, 2001, Seria Monografie nr 22.
- [2] Zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych (Red. T. Uhl), (Kaliński K., Jasiński K., 15 – Nadzorowanie drgań układu nośnego robota przemysłowego IRb-6 za pomocą sterowania modalnego przy energetycznym wskaźniku jakości, ss. 115–122): Kraków, Kated. Robotyki i Dynam. Masz. AGH, 2003.

- [3] Zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych (Red. T. Uhl), (Kaliński K., Jasiński K., 14 – Modification of the structural model of manipulator's carrying system for a use of modal control at energy performance index, ss. 103–111): Kraków, Wydawnictwo Instytutu Technologii PIB, 2004.
- [4] Kruszewski J., Gawroński W., Wittbrodt E., Najbar F., Grabowski S., Metoda sztywnych elementów skończonych: Warszawa, Arkady, 1975.
- [5] Kruszewski J., Sawiak S., Wittbrodt E., Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji: Warszawa, WNT, 1999.
- [6] Uhl T., Komputerowo wspomaganą identyfikacją modeli konstrukcji mechanicznych: Warszawa, WNT, 1997.



Dr hab. inż. Krzysztof J. Kaliński urodził się 1956 r. Od 1981 r jest zatrudniony w Katedrze Mechaniki i Wytrzymałości Materiałów na Wydziale Mechanicznym Politechniki Gdańskiej. Tytuł magistra inżyniera uzyskał w 1980 r., doktorat – w 1988 a habilitację – w 2002 r.

W pracy naukowej zajmuje się nadzorowaniem drgań maszyn i urządzeń technologicznych, opisem kinematyki i dynamiki manipulatorów, sterowaniem robotami mobilnymi, analizą modalną oraz zastosowaniem metody sztywnych elementów skończonych do modelowania układów mechanicznych.

Jest autorem lub współautorem 91 publikacji naukowych, 65 niepublikowanych sprawozdań i referatów oraz 26 programów komputerowych. W chwili obecnej opiekuje się 4 doktorantami, z których 2 otworzyło przewody doktorskie, oraz 3 magistrantami.



Mgr inż. Krzysztof Jasiński urodził się w 1977 r. Od 2003 r. jest słuchaczem Środowiskowego Studium Doktoranckiego przy wydziale Mechanicznym Politechniki Gdańskiej. Tytuł magistra inżyniera uzyskał w 2004 r., zaś przewód doktorski

otworzył w 2005 r. W pracy naukowej zajmuje się problemami nadzorowania drgań manipulatorów, opisem kinematyki i dynamiki robotów mobilnych oraz analizą modalną.

Jest współautorem 5 publikacji naukowych.