

## OCENA PEWNOŚCI DZIAŁANIA KONSTRUKCJI NOŚNYCH NARAŻONYCH NA PĘKANIE ZMĘCZENIOWE

Hieronim JAKUBCZAK

Politechnika Warszawska, Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich  
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, fax: (22) 849-9738, email: hja@simr.pw.edu.pl

### Streszczenie

Konstrukcje nośne maszyn wymiarowane w zakresie odporności na pękanie zmęczeniowe muszą wykazywać znaczny nadmiar wytrzymałości zmęczeniowej ze względu na obserwowany rozrzut ich trwałości oraz konieczność zapewnienia bezpiecznej pracy maszyn. Takie przewymiarowanie konstrukcji nośnych prowadzi w efekcie do pewnych kosztów, które mogą przejawiać się w różnej postaci. W referacie przedstawiono analizę pewności działania wybranej konstrukcji nośnej, wykazując jak poziom tej pewności wpływa na możliwy sposób jej uzyskania w zależności od przeznaczenia analizowanej konstrukcji.

Słowa kluczowe: konstrukcje nośne, trwałość, pewność działania.

### COST OF RELIABILITY ASSURANCE OF STRUCTURAL COMPONENTS PRONE TO FATIGUE FAILURE

#### Summary

Structural and mechanical components designed against fatigue failure have to be over dimensioned due to scatter in the fatigue life and the necessity of safe operation of machines. Such an over dimensioning results in additional manufacturing costs. An example of reliability analysis of a structural component is presented in the paper which shows how the required reliability can be achieved depending on component destination.

Keywords: structural components, fatigue life, reliability.

## 1. WPROADZENIE

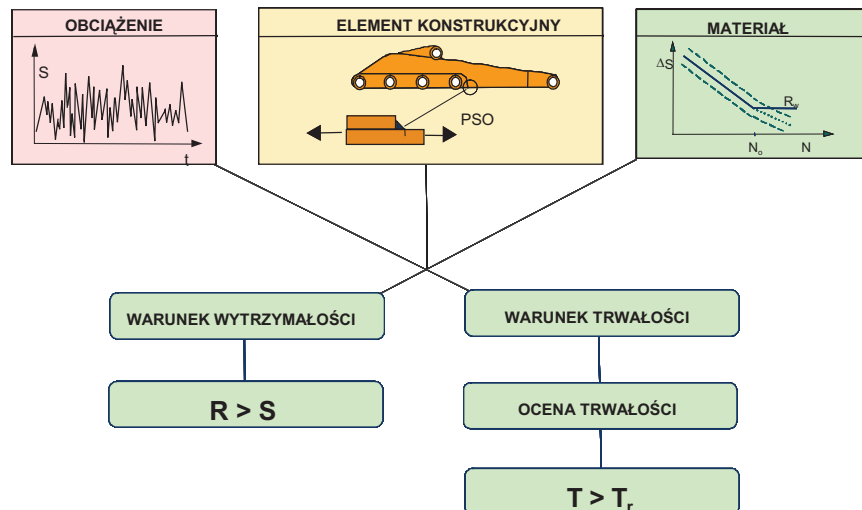
Konstrukcje nośne maszyn podlegają w eksploatacji zmiennym obciążeniom cyklicznym o charakterze losowym i są narażone na pękanie zmęczeniowe. Zmienność obciążeń eksploatacyjnych, wytrzymałości zmęczeniowej oraz cech geometrycznych elementów konstrukcyjnych uzyskanych w procesie technologicznym powoduje rozrzut trwałości obserwowany w trakcie eksploatacji większej liczby obiektów.

Wymagany poziom pewności działania konstrukcji nośnych zapewnia się w procesie projektowania poprzez spełnienie określonych wymagań przy ich wymiarowaniu, które można prowadzić w ujęciu deterministycznym lub probabilistycznym. W pierwszym przypadku pewność działania określa się pośrednio, za pomocą współczynnika bezpieczeństwa, wyrażającego nadwyżkę wartości aktualnej w stosunku do wartości wymaganej określonego parametru kryterialnego. W drugim przypadku pewność działania określa się bezpośrednio, jako prawdopodobieństwo spełnienia wymaganego kryterium. W tym przypadku określenie pewności działania jest zgodne z jej definicją i w sposób ilościowy, a przez to bardziej jednoznacznie, wiąże

wymiarowanie konstrukcji nośnych z niepewnością danych, wykorzystywanych w procesie projektowania [2].

Wprawdzie postępując się współczynnikiem bezpieczeństwa przy wymiarowaniu w ujęciu deterministycznym również można uzyskać żądany poziom pewności działania elementów konstrukcyjnych, to jednak jest to możliwe jedynie przy wykorzystaniu wiedzy opartej na doświadczeniu zdobytym przy projektowaniu podobnych rozwiązań tych elementów. Wynika to z faktu, że taka sama wartość współczynnika bezpieczeństwa wcale nie musi zapewniać jednakowej pewności działania wielu konstrukcji nośnych [2].

Niezależnie od sposobu wymiarowania, pewność działania konstrukcji nośnej wymaga ich przewymiarowania trwałościowego, co oznacza, że prognozowana trwałość konstrukcji nośnej musi być większa od trwałości wymaganej. To przewymiarowanie wiąże się z dodatkowymi kosztami, które trzeba ponieść w celu zapewnienia wymaganego poziomu pewności działania. Koszty te rosną wraz ze wzrostem wymaganej pewności działania.

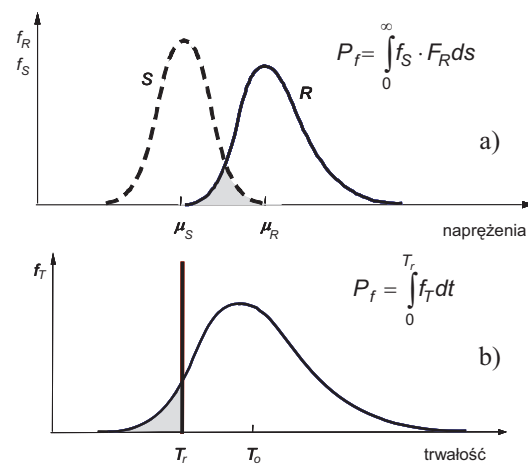


Rys. 1 Schemat wymiarowania trwałościowego

## 2. WYMIAROWANIE KONSTRUKCJI NOŚNYCH MASZYN

W procesie projektowania, wymiary konstrukcji nośnych maszyn wynikają na ogół z warunku wymiarowania w zakresie odporności na pękanie zmęczeniowe. Schemat takiego wymiarowania jest przedstawiony na rys. 1. Wymaga on określenia miejsca inicjacji pęknięcia zmęczeniowego (PSO), określenia obciążeń eksploatacyjnych oraz charakterystyki zmęczeniowej dla tego miejsca, a następnie sformułowanie warunku wymiarowania, który dotyczy porównania wymaganej wartości określonego parametru kryterialnego z wartością aktualną. Gdy konstrukcja nośna jest projektowana na trwałość ograniczoną,  $T_r$ , parametrem kryterialnym jest trwałość ( $T > T_r$ ), natomiast gdy wymagana trwałość jest nieograniczona, parametrem kryterialnym zależy od stosowanej metody prognozowania trwałości zmęczeniowej. W przypadku metody naprężeń nominalnych parametrem tym jest wytrzymałość zmęczeniowa –  $R_{wk}$  ( $R > S$ ).

Powyższe warunki wymiarowania w ujęciu deterministycznym zostają zastąpione jednym warunkiem przy wymiarowaniu elementów w ujęciu probabilistycznym. Warunkiem tym jest porównanie prawdopodobieństwa  $P_f$  zmęczeniowego pęknięcia elementu z wartością wymaganą,  $P_{fw}$  ( $P_f < P_{fw}$ ), dla określonej wartości trwałości wymaganej,  $T_r$ , przy czym trwałość wymagana może mieć wartość ograniczoną, bądź też nieograniczoną. Prawdopodobieństwo pęknięcia  $P_f$  jest jednak w każdym z tych przypadków określane w sposób odmienny (rys. 2).



Rys. 2 Definicja prawdopodobieństwa pęknięcia dla warunku: trwałości nieograniczonej (a) oraz ograniczonej (b)

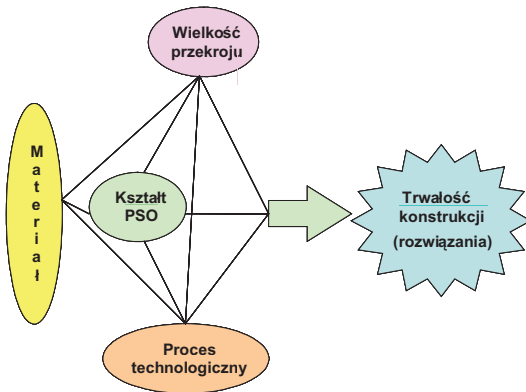
Dla określenia prawdopodobieństwa  $P_f$  zmęczeniowego pęknięcia elementu konstrukcyjnego niezbędna jest znajomość rozrzutu danych uznanych za niepewne (zmiennne losowe) w odniesieniu do trzech podstawowych grup danych: obciążeń eksploatacyjnych, charakterystyki zmęczeniowej oraz geometrii elementu, ukształtowanej w procesie technologicznym. Ustalenie właściwych wartości rozrzutu oraz typu rozkładu prawdopodobieństwa ma istotne znaczenie dla probabilistycznej oceny trwałości zmęczeniowej i jest zadaniem wymagającym niekiedy wielu badań. Przy braku takich informacji można niekiedy skorzystać z danych dostępnych w publikacjach [2].

Ze względu na złożoność procedury oceny trwałości zmęczeniowej, najbardziej odpowiednią metodą wyznaczenia prawdopodobieństwa pęknięcia  $P_f$  jest metoda symulacyjna [2].

### 3. SPOSOBY ZAPEWNIANIA WYMAGANEJ PEWNOŚCI DZIAŁANIA

W przypadku stwierdzenia niedostatecznego poziomu pewności działania elementu konstrukcyjnego w procesie projektowania, istnieje wiele możliwości jej zwiększenia poprzez stosowny wzrost jego trwałości zmęczeniowej (rys. 3) [3, 4]:

1. Wybór materiału o lepszej charakterystyce zmęczeniowej. Ta opcja nie zawsze jest jednak możliwa, a ponadto niekiedy nie przynosi ona pożądanych efektów, jak to ma miejsce w przypadku wytrzymałości zmęczeniowej złączy spawanych,
2. Zmniejszenie poziomu naprężeń, dokonywane najczęściej poprzez zmianę wymiarów przekroju elementu konstrukcyjnego, w którym znajduje się PSO,
3. Zmianę lokalnego kształtu potencjalnego słabego ogniwa, który jest określany przez takie parametry jak promień karbu, kąt przejścia przy zmianie przekroju, itp.
4. Odpowiedni proces technologiczny, który może prowadzić do zmniejszenia poziomu niekorzystnych naprężeń własnych, bądź też wywołanie naprężeń pozytywnych (ujemnych). Jego efektem może być również zmiana lokalnego kształtu PSO, co ma miejsce w przypadku stosowania takiej obróbki pospawalniczej, jak śrutowanie, dogniatanie, itp. [3, 4].

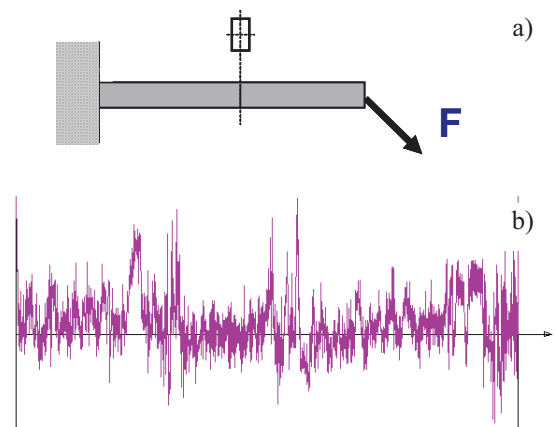


Rys. 3 Sposoby kształtowania trwałości zmęczeniowej

### 4. PRZYKŁAD WYMIAROWANIA W ZAKRESIE TRWAŁOŚCI OGRANICZONEJ

Jako przykład dla omawianej problematyki wybrano element konstrukcyjny w postaci belki o cienkościennym przekroju skrzynkowym (rys. 4a). Przyjęto, że potencjalnym słabym ogniwem jest poprzeczna spoina czołowa, która znajduje się w górnym pasie belki. Analiza trwałości zmęczeniowej i pewności działania zostanie przeprowadzona według koncepcji naprężeń nominalnych przy następujących danych:

1. Charakterystyka zmęczeniowa złącza spawanego w postaci krzywej S-N jest opisana poprzez wytrzymałość zmęczeniową  $R_{wk}$  o wartości średniej  $\mu_R = 140$  MPa, przy  $N_o = 2E6$  cykli oraz wykładnik  $m = 3$  [klasa C – ENV 13001-3]. Wytrzymałość zmęczeniowa jest opisana rozkładem log-normalnym o współczynniku zmienności  $V_R = 0.20$ .
2. Obciążenie eksploatacyjne w postaci przebiegu naprężeń, przeskalowanych tak, iż wartości naprężeń maksymalnych i minimalnych wynoszą odpowiednio  $S_{max} = 100.8$  MPa i  $S_{min} = -86.2$  MPa (rys. 4b). Zmienność warunków eksploatacji jest wyrażona poprzez współczynnik skalujący  $k_S$  o wartości średniej  $\mu_S = 1$ , współczynniku zmienności  $V_S = 0.05$  i rozkładzie normalnym.

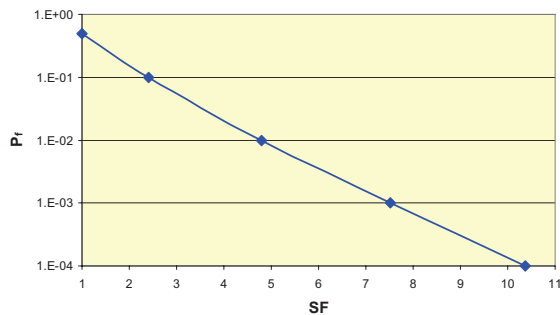


Rys. 4 Dane dla analizy pewności działania: a) uproszczony model elementu konstrukcyjnego, b) obciążenie eksploatacyjne

Wymagana trwałość zmęczeniowa analizowanego elementu konstrukcyjnego wynosi  $T_r = 10000$  godz. i jest spełniona przy średnich wartościach parametrów, które w podanym wyżej zestawie danych potraktowano jako dane niepewne, obarczone rozrzutem. Trwałość elementu dla średnich wartości tych parametrów wynosi  $T_o = 10631$  godz., czyli spełnia wymagany warunek trwałościowy, co można również wyrazić za pomocą współczynnika bezpieczeństwa  $SF = T_o/T_r$ , którego wartość wynosi  $SF = 1.063$ .

Analiza probabilistyczna przeprowadzona metodą symulacyjną umożliwia określenie prawdopodobieństwa pęknięcia elementu konstrukcyjnego w okresie krótszym niż trwałość wymagana. Wartość tego prawdopodobieństwa dla średnich wartości danych przyjętych w analizowanym przykładzie wynosi około 0.5, co jest wartością nieakceptowalną dla większości maszyn. Na podstawie wyników analizy probabilistycznej, przedstawionych na rys. 5 można znaleźć wartość współczynnika bezpieczeństwa, określającego niejako współczynnik trwałościowego przewymiarowania elementu konstrukcyjnego,

niezbędną dla zapewnienia wymaganej wartości prawdopodobieństwa pęknięcia  $P_f$ .



Rys. 5 Zależność współczynnika bezpieczeństwa SF od prawdopodobieństwa pęknięcia  $P_f$  przy trwałości  $T_r = 10000$  godz

Takie postępowanie oznacza, że zmniejszenie prawdopodobieństwa pęknięcia (zwiększenia pewności działania) byłoby osiągnięte poprzez oddziaływanie na średnią trwałość elementu konstrukcyjnego, która jest w przybliżeniu równa trwałości  $T_o$ . Można to zrealizować kształtując trwałość elementu konstrukcyjnego przy wykorzystaniu sposobów opisanych w rozdziale 3. Warto jednakże zwrócić uwagę, że żadaną wartość prawdopodobieństwa uszkodzenia,  $P_f$  elementu konstrukcyjnego można osiągnąć również poprzez zmniejszenie rozrzutu danych niepewnych (rys. 2a), prowadzące również do zmniejszenia względnego rozrzutu trwałości (rys. 2b).

Na rys. 6 przedstawiono wyniki analizy wskazujące, jak należałoby zmienić poziom naprężeń w rozważanym PSO elemencie konstrukcyjnego, aby osiągnąć prawdopodobieństwo jego pęknięcia o wartości  $P_f = 0.1 - 0.0001$  przy trwałości  $T_r = 10000$  godz. Analizę przeprowadzono przy założeniu następujących wariantów wykonania elementu konstrukcyjnego:

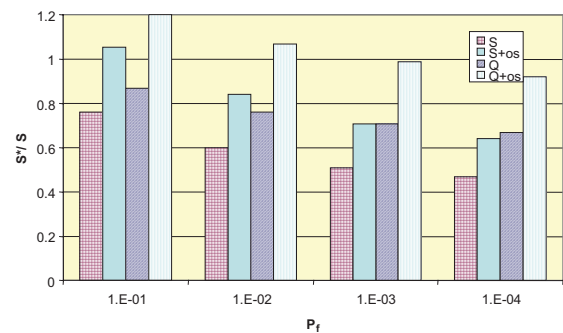
1. Wykonanie standardowe, bez żadnej obróbki pospawalniczej (S),
2. Wykonanie standardowe + obróbka pospawalnicza w postaci śrutowania, która wprowadza jednocześnie dwa efekty: ujemne naprężenia własne w linii wtopu spoiny (dno karbu) oraz poprawa kształtu tego karbu. W sumie prowadzi to do opóźnienia procesu inicjacji pęknięć zmęczeniowych i jest głównie dostrzegalne dla większych trwałości. Wpływ śrutowania wyraża się w zmianie wytrzymałości zmęczeniowej do wartości  $R_{wk} = 180$  MPa oraz kąta nachylenia krzywej S-N – wzrost wykładnika krzywej S-N do wartości  $m = 5$ . (S + os)
3. Poprawa jakości materiału oraz jakości procesu technologicznego. Prowadzi to do zmniejszenia rozrzutu względnego wytrzymałości zmęczeniowej węzła spawanego do wartości  $V_R = 0.1$  (Q).
4. Poprawa jakości materiału i procesu technologicznego oraz obróbka pospawalnicza.

Jest to suma działań przedstawionych w p. 2 i 3 (Q + os).

Wyniki analizy wskazują, że wyższą pewność działania elementu można osiągnąć poprzez stosowne obniżenie poziomu naprężeń, przy czym zmiana ta musi być największa w przypadku standardowego wykonania złącza spawanego (S) i wynosi od około 25% przy  $P_f = 0.1$  do około 50% przy  $P_f = 0.001$ .

Przy poprawie jakości stosowanego materiału oraz procesu technologicznego wykonania złącza spawanego (Q), naprężenia powinny być również obniżone, jednakże konieczna zmiana wynosi w tym przypadku od około 15% przy  $P_f = 0.1$  do około 30% przy  $P_f = 0.001$ .

Warto również zauważyć, że wyższa jakość stosowanego materiału oraz procesu technologicznego w połączeniu z dodatkowym zabiegiem technologicznym w postaci obróbki pospawalniczej pozwala osiągnąć wymagane prawdopodobieństwo pęknięcia na poziomie  $P_f = 0.001$  bez obniżania poziomu naprężeń w analizowanym elemencie konstrukcyjnym.

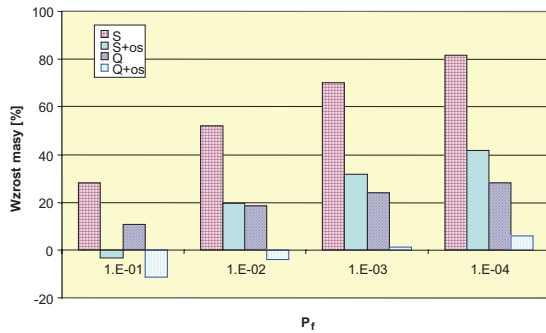


Rys. 6 Zmiana poziomu naprężeń wymagana dla różnych wartości  $P_f$  przy trwałości  $T_r = 10000$  godz.

Obniżenie poziomu naprężeń można realizować na dwa sposoby. Pierwszy, trudniejszy i nie zawsze możliwy, to przeniesienie złącza spawanego w mniej obciążony rejon elementu konstrukcyjnego. Drugi, łatwiejszy to zmiana przekroju elementu konstrukcyjnego, którego efektem ubocznym jest zwiększenie masy elementu.

Wzrost masy analizowanego elementu konstrukcyjnego, który musiałby mieć miejsce przy spełnieniu wymogu trwałości  $T_r = 10000$  godz i określonym poziomie pewności działania przedstawiono na rys. 7, przy założeniu omówionych wcześniej wariantów jego wykonania. Przy wykonaniu standardowym (S) wzrost masy elementu wyniesie od około 25% przy  $P_f = 0.1$  do około 70% przy  $P_f = 0.001$ .

Dzięki poprawie jakości stosowanego materiału oraz procesu technologicznego wykonania złącza spawanego (Q), masa elementu również wzrośnie, jednakże w tym przypadku będzie to wzrost w granicach około 10 – 20% przy  $P_f = 0.1 - 0.001$ .



Rys. 7 Wzrost masy elementu dla różnych wartości  $P_f$  przy trwałości  $T_r = 10000$  godz

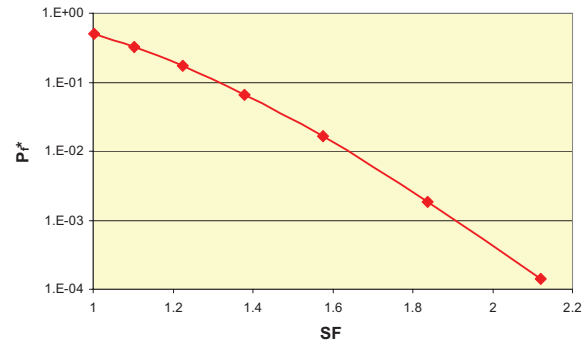
Przy wyższej jakości stosowanego materiału oraz procesu technologicznego w połączeniu z dodatkowym zabiegiem technologicznym w postaci obróbki pospawalniczej, prawdopodobieństwo pęknięcia na poziomie  $P_f = 0.001$  przy trwałości  $T_r = 10000$  godz będzie osiągnięte prawie bez wzrostu masy analizowanego elementu konstrukcyjnego.

## 5. PRZYKŁAD WYMIAROWANIA W ZAKRESIE TRWAŁOŚCI NIEOGRANICZONEJ

Poniższą analizę przeprowadzono dla tego samego elementu konstrukcyjnego – belki o cienkościennym przekroju skrzynkowym (rys. 4a). Potencjalnym słabym ogniwem jest ta sama poprzeczna spoina czolowa, która znajduje się w górnym pasie belki, a warunek wymiarowania trwałościowego będzie sprawdzany dla koncepcji naprężeń nominalnych.

Charakterystyka zmęczeniowa materiału rodzimego w postaci krzywej S-N oraz współczynnik działania karbu są takie same jak w poprzednim przykładzie. Jedyną zmianą jest obciążenie eksploatacyjne, którego intensywność musi być obniżona w ten sposób, że wartości naprężeń maksymalnych i minimalnych wynoszą odpowiednio  $S_{max} = 73.9$  MPa i  $S_{min} = -63.2$  MPa (rys. 4b). Zmienność warunków eksploatacji jest wyrażona poprzez współczynnik skalujący  $k_S$  o wartości średniej  $\mu_S = 1$ , współczynnikowi zmienności  $V_S = 0.05$  i rozkładzie normalnym.

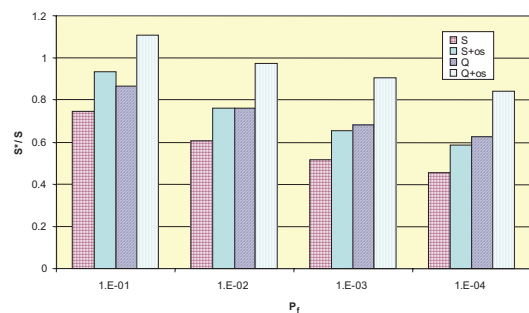
Przy tak dobranych parametrach warunek wymiarowania w zakresie trwałości nieograniczonej jest spełniony, bowiem  $\Delta S_{max} < R_{wk}$ , a współczynnik bezpieczeństwa zdefiniowany w tym przypadku jako  $SF = R_{wk} / \Delta S_{max}$  wynosi 1.021. Na podstawie wyników analizy probabilistycznej, przedstawionych na rys. 8 można określić wartość współczynnika bezpieczeństwa, niezbędną dla zapewnienia wymaganej wartości prawdopodobieństwa pęknięcia  $P_f$ .



Rys. 8 Zależność współczynnika bezpieczeństwa  $SF$  od prawdopodobieństwa pęknięcia  $P_f$  przy trwałości nieograniczonej

Na rys. 9 przedstawiono wyniki analizy wskazujące, jak należałoby zmienić poziom naprężeń w rozważanym PSO elemencie konstrukcyjnym, aby osiągnąć prawdopodobieństwo jego pęknięcia  $P_f$  o wymaganej wartości. Analizę przeprowadzono przy założeniu tych samych wariantów wykonania elementu konstrukcyjnego, które przyjęto w przykładzie poprzednim, dla warunku wymiarowania w zakresie trwałości ograniczonej.

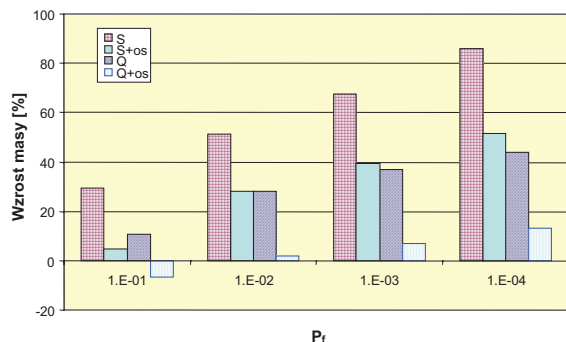
Wyniki analizy wskazują, że dla zapewnienia odpowiedniego poziomu pewności działania elementu przy spełnieniu warunku trwałości nieograniczonej, należy dokonać prawie takich samych zmian konstrukcyjnych (obniżenie poziomu naprężeń) jak w przykładzie poprzednim, niezależnie od tego, czy osiąga się to przy standardowym wykonaniu złącza spawanego (S), czy też przy innych wariantach wykonania konstrukcji nośnej. Można jednak zauważyć mniejszy, pozytywny wpływ obróbki pospawalniczej na prawdopodobieństwo pęknięcia elementu konstrukcyjnego. Nawet w wariancie (Q+s) konieczne jest bowiem obniżenie poziomu naprężeń o 10% dla zapewnienia wymaganej wartości prawdopodobieństwa pęknięcia  $P_f = 0.001$ . Spowoduje to wzrost masy elementu o około 10%.



Rys. 9 Zmiana poziomu naprężeń wymagana dla różnych wartości  $P_f$  przy trwałości nieograniczonej

Wobec tego, również wzrost masy analizowanego elementu konstrukcyjnego, który musiałyby mieć miejsce przy określonym poziomie

pewności działania (rys. 10), przy założeniu omówionych wcześniej wariantów wykonania elementu konstrukcyjnego jest również zbliżony do tego, co przedstawiono w przykładzie pierwszym. Jakościowo wzrost ten jest jednakowy, natomiast ilościowo – nieznacznie wyższy.



Rys. 10 Wzrost masy elementu dla różnych wartości  $P_f$  przy trwałości nieograniczonej

## 6. PODSUMOWANIE

Pewność działania elementu konstrukcyjnego określa prawdopodobieństwo jego poprawnej pracy w założonym okresie eksploatacji. Wyższa pewność działania, niezbędna przypadku niektórych maszyn, zawsze podnosi koszt wykonania elementów konstrukcyjnych. Wynika to z konieczności większego zużycia materiału, lepszej jakości materiału i procesu technologicznego, bądź też bardziej złożonego procesu technologicznego.

Ciekawym spostrzeżeniem, wynikającym z przedstawionych przykładów jest to, że zapewnienie odpowiedniego poziomu pewności działania elementu konstrukcyjnego, wiąże się z podobnym wzrostem jego masy, niezależnie od sposobu wymiarowania trwałościowego, w zakresie trwałości ograniczonej i nieograniczonej.

Warto zwrócić uwagę, że przedstawione sposoby zapewnienia wymaganego poziomu pewności działania muszą być dostosowane do rodzaju obiektu, z którego pochodzi element konstrukcyjny. W przypadku obiektów, dla których masa konstrukcji nośnej nie stanowi istotnie o ich parametrach technicznych, tańsze, standardowe wykonanie może być najbardziej odpowiednim rozwiązaniem.

Dla obiektów takich jak osprzęty robocze koparek, bądź też wysięgniki żurawi teleskopowych należy raczej wybrać opcję lepszej jakości materiału oraz procesu technologicznego, co nie spowoduje obniżenia parametrów technicznych tych maszyn (pojemność łyżki, udźwig żurawia). W przypadku obiektów latających, gdzie nadmiar masy jest niedopuszczalny, ich elementy konstrukcyjne mogą być zaprojektowane i wykonane przy wymaganym poziomie pewności działania jedynie poprzez odpowiednią selekcję materiału, jak również wysoką powtarzalność procesu produkcji, prowadzące w efekcie do małego rozrzutu trwałości elementów

konstrukcyjnych. Dodatkowa obróbka, wprowadzająca korzystny stan naprężeń własnych umożliwi, jak przedstawiono w przedstawionym przykładzie osiągnięcie wysokiego poziomu pewności działania elementu.

Warto podkreślić, że ustalenie właściwego poziomu pewności działania elementów konstrukcyjnych musi być oparte na analizie kosztów ponoszonych na etapie produkcji, jak też użytkowania, w zakresie napraw gwarancyjnych.

## LITERATURA

- [1] Kuropatnicki, A., Jakubczak, H.: Wartościowanie w projektowaniu konstrukcji nośnych maszyn – koncepcja naprężeń nominalnych. XX Sympozjum Zmęczenia i Mechaniki Pękania, Bydgoszcz - Pieczyńska, 2004.
- [2] Jakubczak, H.: Prognozowanie trwałości zmęczeniowej konstrukcji nośnych w warunkach niepewności danych, OWPW, 2002
- [3] Bignonnet A.: For a Better Fatigue Strength of Welded Steel Structures, VTT Symposium Fatigue Design, Helsinki, 1992, Vol.1, s. 245-265.
- [4] Huther, I., Lieurade, H.P.: Analysis of Results of Improved Welded Joints. Welding in the World. Vol. 37, No. 5, 1966, s. 242-266.