Fot. 4. Most Anzac

Fot. 5. Most Tarban Creek

Wkrótce po wykonaniu mostu Gladesville, krytykowane plany budowy Autostrady Północnej zostały zarzucone. Drogi o parametrach autostrady, która objęła i połączyła wszystkie te mosty, nie poprowadzono dalej. Jedynie położony na niej nowy i szeroki most Iron Cove został zbudowany później.

Bibliografia

[1] D. J. Brown „Mosty – trzy tysiące lat zmagań z naturą", Wydawnictwo Arkady, Warszawa 2007

[2] M. Moy „Sydney Harbour bridge – idea to icon", Wydawnictwo Alpha Orion Press, Ashgrove Australia 2009 ■

WITOLD PALECZEK

Politechnika Częstochowska
witold.paleczek@wp.pl

Filtracja sejsmogramu w pasmach częstotliwości formantu głównego

Zagadnienie dotyczy analizy drgań określanych w literaturze technicznej jako drgania sejsmiczne. Powszechnie przyjmuje się, że drgania sejsmiczne powstają w wyniku trzęsień naturalnych, które omówiono przykładowo w pracach [6, 7]. Natomiast drgania powstałe w wyniku działalności człowieka określane są mianem drgań parasejsmicznych [1, 3]. W obu przypadkach drgania powierzchni terenu mogą być rejestrowane w postaci sejsmogramów. Z uwagi na sposób rejestracji takich drgań rozróżniane są sejsmogramy przemieszczeniowe, prędkościowe lub akcelerogramy (sejsmogramy przyspieszeniowe). Zdyskretyzowane wartości z wykresu drgań nazywanego sejsmogramem uzyskiwane są z odpowiednią częstotliwością, która nosi nazwę częstotliwości próbkowania. Zatem częstotliwość próbkowania jest taką liczbą informacji zawartych we fragmencie sejsmogramu, którą uzyskuje się w czasie jednej sekundy. Rejestrację elektroniczną drgań można wykonywać przy różnych częstotliwościach próbkowania, a częstotliwość ta powinna być co najmniej dwukrotnie większa od najwyższej analizowanej częstotliwości drgań. Drgania analizowane są najczęściej w dwóch dziedzinach: w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości. Analiza drgań w dziedzinie czasu umożliwia między innymi ich filtrację czasową, analizę przejść przez zero, obliczanie parametrów statystycznych sejsmogramu. Z kolei analiza widmowa sejsmogramu wykonywana jest na przykład w celu określenia chwilowej mocy drgań. Analizę widmową wykonuje się w dziedzinie częstotliwości. Przejście z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości realizowane jest najczęściej przy zastosowaniu dyskretnej transformacji Fouriera, której odmianą algorytmiczną jest FFT (*Fast Fourier Transform* – szybka transformacja Fouriera). Analiza taka umożliwia uzyskanie informacji o największej energii drgań w tych pasmach częstotliwości, w których energia drgań jest największa. Pasma, przy których występuje największa energia drgań, nazywane także formantami, charakteryzują się proporcjonalnością do iloczynu kwadratów częstotliwości oraz amplitudy drgań [5, 9]. Omawiana zależność wykorzystywana jest w elektroakustyce do uzyskiwania obwiedni charakteryzujących barwę w analizowanym sygnale akustycznym. Poprzez analogię wykresów drgań sejsmicznych (uzyskiwanych z sejsmogramów) do wykresów drgań akustycznych (uzyskiwanych w formie zdyskretyzowanej) można wykorzystać algorytmy bazujące na FFT do analizy formantów w sejsmogramie. Takie badanie numeryczne można przeprowadzać w celu określenia pasma częstotliwości, przy których energia drgań sejsmicznych jest największa [1, 2, 3, 8].

Prezentowane zagadnienie może znaleźć zastosowanie na przykład przy określaniu wytężenia materiału elementów konstrukcyjnych budowli narażonych na obciążenia sejsmiczne, których rozkład energii drgań rozważany jest w funkcji czasu. Można zauważyć, że wstrząsy o tej samej energii trwające krótko wywołują znacznie mniejsze uszkodzenia w materiale konstrukcji, niż wstrząsy o tej samej energii trwające dłużej. Można zauważyć także, że wstrząsy występujące przy częstotliwościach określanych mianem częstotliwości rezonansowych konstrukcji prowadzą do jej uszkodzenia w najkrótszym czasie.

Prezentowany algorytm wynikający zasadniczo z prac [4, 5] rozszerzono tu o analizę określoną w równaniach (18) ÷ (21).

Algorytm analizy sejsmogramu przemieszczeniowego z wykorzystaniem procedur środowiska Mathcad

W prezentowanym algorytmie wykorzystano zapis drgań wykonany z przykładową częstotliwością próbkowania wynoszącą $f_p = 800$ [Hz], co zawarto w wektorze danych określonych we wzorze (3) – dane te uzyskano z materiałów źródłowych prezentowanych w pracach [4, 5]. Algorytm opracowany do oszacowania położenia formantów jako częstotliwości w pasmach największej energii drgań w widmie sejsmogramu przedstawiono poglądowo w następujących sekwencjach [5]:

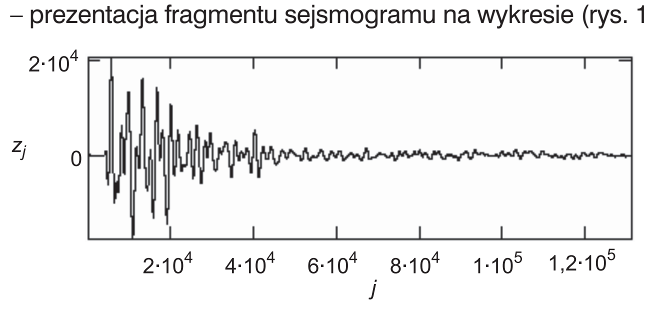
– wczytanie przykładowego sejsmogramu jako pliku o nazwie „dane1" z przyjętym w algorytmie rozszerzeniem określono we wzorze (1):

$$Z := \mathrm{READWAV}(\text{"}dane1.wav\text{"}) \tag{1}$$

– deklaracja punktów oznaczających położenie przyjętych do obliczeń punktów czasowych P – początku i K – końca wczytanego wektora danych wejściowych analizowanego sejsmogramu, określenie liczby próbek wartości przemieszczeń w czasie do przeprowadzenia analizy widmowej, wydzielenie wektora wartości przemieszczeń oraz określenie przedziału czasowego, które określono we wzorze (2); znaczenie poszczególnych procedur oraz znaczenie przyjętych wartości empirycznych omówiono w pracach [4, 5]:

$$\begin{pmatrix} P \\ K \\ Z \\ j \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 30 \\ P + 2^{17} - 1 \\ \mathrm{submatrix}(Z, P, K, 0, 0) \\ P, K + 1..K \end{pmatrix} \tag{2}$$

– prezentacja fragmentu sejsmogramu na wykresie (rys. 1);



Rys. 1. Wykres fragmentu sejsmogramu w dziedzinie czasu; oznaczenia: Z_j – wartość amplitudy analizowanego sejsmogramu, j – liczba próbek reprezentująca oś czasu – obliczenie przykładowego przedziału czasowego wyrażonego w sekundach: [s]

$$\frac{4 \cdot 10^4}{8000} - \frac{2 \cdot 10^4}{8000} = 2{,}5 \text{ [s]}$$

– deklaracja wartości zmiennych do przeprowadzenia analizy widmowej przy wykorzystaniu procedury szybkiej transformacji Fouriera:

$$\begin{pmatrix} w \\ L \\ fp \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 17 \\ 2^w - 1 \\ 8000 \end{pmatrix} \tag{3}$$

– deklaracja procedury FFT (wzór (4)) z określeniem ciągu wektora otrzymanego z obliczeń – wzór (5):

$$C := \mathrm{fft}(Z) \tag{4}$$

$$\begin{pmatrix} N \\ i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \mathrm{last}(C) \\ 0..N \end{pmatrix} \tag{5}$$

– deklaracja funkcji określającej częstotliwość widmową w [Hz]:

$$f_i := \frac{i \cdot fp}{L + 1} \tag{6}$$

– deklaracja wartości parametrów umożliwiających określenie zakresu rozdzielczości częstotliwości przy określaniu położenia formantów:

$$\begin{pmatrix} \xi & \xi 1 \\ \eta & \eta 1 \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} (2^{w-1} - 1) & (2^{w-2} - 1) \\ (2^{w-17}) & (2^{w-16}) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} \xi 2 & \xi 3 \\ \eta 2 & \eta 3 \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} (2^{w-3} - 1) & (2^{w-4} - 1) \\ (2^{w-15}) & (2^{w-14}) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{pmatrix} \xi 4 & \xi 5 \\ \eta 4 & \eta 5 \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} (2^{w-5} - 1) & (2^{w-6} - 1) \\ (2^{w-13}) & (2^{w-12}) \end{bmatrix} \tag{9}$$

– deklaracja zakresu zmiennej β w zależności od przyjętych do analizy formantowej par wartości ξ, η lub $\xi 1$, $\eta 1 \div \xi 5$, $\eta 5$ zawartych we wzorach (7) ÷ (9):

$$\beta := 0..\xi \tag{10}$$

– deklaracja funkcji do określenia wartości formantów (11) w zakresie częstotliwości, którą określono wzorem (12):

$$s_\beta := \sum_{i=\eta\cdot\beta}^{\eta\cdot(\beta+1)} \left[(|C_i|)^2 \cdot (f_i)^2 \right] \tag{11}$$

$$f_\beta := \frac{\beta \cdot \eta \cdot fp}{L + 1} \tag{12}$$

– deklaracja parametrów umożliwiających uporządkowanie danych w celu ich prezentacji na wykresie; znaczenie procedur omówiono w pracach [4, 5] – wzory (13) ÷ (15):

$$F_\beta := \frac{f_\beta + f_{\beta+1}}{2} \tag{13}$$

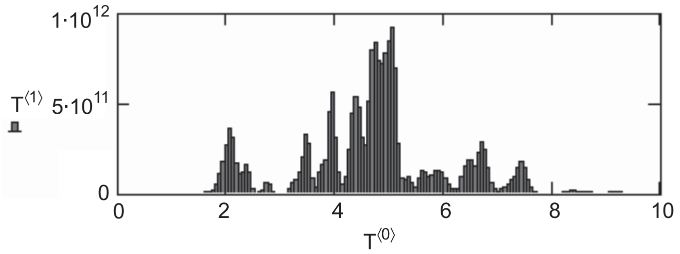
$$\begin{pmatrix} q \\ \delta \\ F_q \\ Fs_\beta \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \mathrm{last}(F) \\ F_{q-1} - F_{q-2} \\ \delta + F_{q-1} \\ F_\beta \end{pmatrix} \tag{14}$$

$$T := \mathrm{augment}(Fs, s) \tag{15}$$

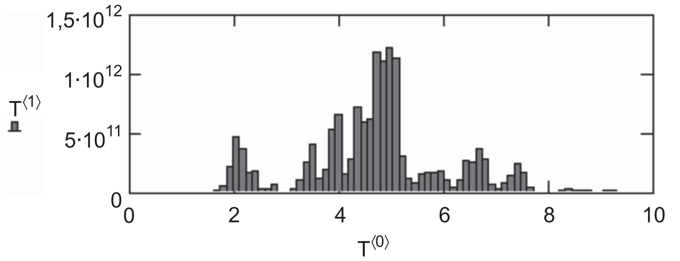
– deklaracja zakresu częstotliwości przykładowej analizy formantowej w [Hz]:

$$\begin{pmatrix} c1 \\ c2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \tag{16}$$

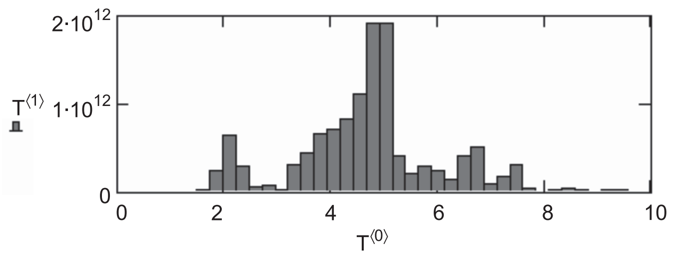
– prezentacja analizy formantów na wykresach (rys. 2÷7) przy wartościach parametrów zadeklarowanych we wzorach (7)÷(9):



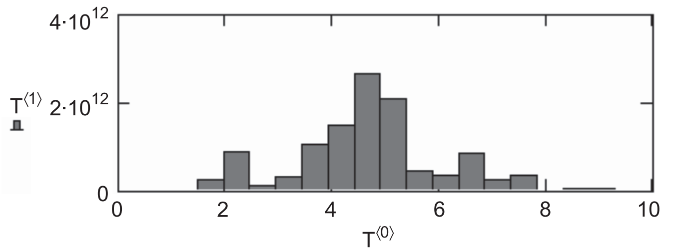
Rys. 2. Rozkład formantów przy wartościach parametrów ξ, η zadeklarowanych we wzorze (7); oznaczenia: $T^{\langle 1\rangle}$ – wartość funkcji wynikającej ze wzorów (11)÷(15), $T^{\langle 0\rangle}$ – częstotliwość w [Hz], określona wzorem (12) w przedziale częstotliwości określonym we wzorze (16)



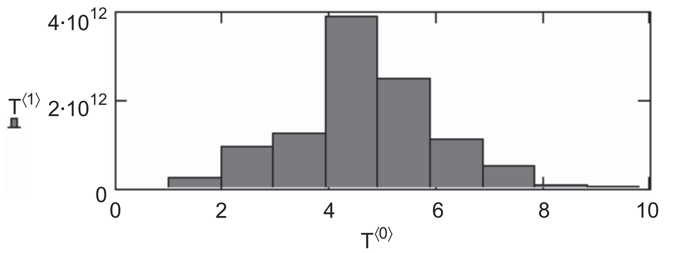
Rys. 3. Rozkład formantów przy wartościach parametrów $\xi1,\eta1$; oznaczenia: $T^{\langle 1\rangle}$ – wartość funkcji wynikającej ze wzorów (11)÷(15), $T^{\langle 0\rangle}$ – częstotliwość w [Hz] w przedziale określonym we wzorze (16)



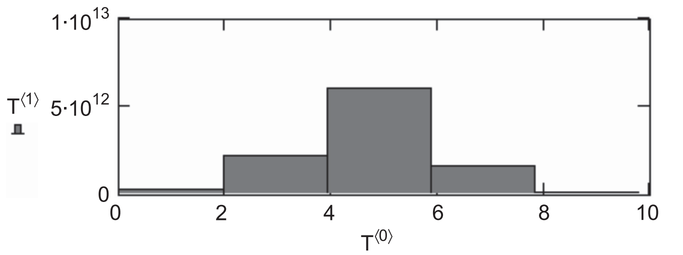
Rys. 4. Rozkład formantów przy wartościach parametrów $\xi2,\eta2$ zadeklarowanych we wzorze (8); oznaczenia: $T^{\langle 1\rangle}$ – wartość funkcji wynikającej ze wzorów (11)÷(15), $T^{\langle 0\rangle}$ – częstotliwość w [Hz] w przedziale określonym we wzorze (16)



Rys. 5. Rozkład formantów przy wartościach parametrów $\xi3,\eta3$; oznaczenia osi na wykresie: $T^{\langle 1\rangle}$ – wartość funkcji wynikającej ze wzorów (11)÷(15), $T^{\langle 0\rangle}$ – częstotliwość w [Hz] w przedziale określonym we wzorze (16)



Rys. 6. Rozkład formantów przy wartościach parametrów $\xi4,\eta4$ zadeklarowanych we wzorze (9); oznaczenia: $T^{\langle 1\rangle}$ – wartość funkcji wynikającej ze wzorów (11)÷(15), $T^{\langle 0\rangle}$ – częstotliwość w [Hz] w przedziale określonym we wzorze (16)



Rys. 7. Rozkład formantów przy wartościach parametrów $\xi5,\eta5$; oznaczenia osi na wykresie: $T^{\langle 1\rangle}$ – wartość funkcji wynikającej ze wzorów (11)÷(15), $T^{\langle 0\rangle}$ – częstotliwość w [Hz] w przedziale określonym we wzorze (16)

W celu porównania analizy widmowej wynikającej z prezentowanego algorytmu do analizy widmowej będącej wynikiem realizacji obliczeń według wzoru (17) przedstawiono na wykresie (rys. 8) wynik $|C_i|$ w przedziale częstotliwości 0÷10 [Hz], natomiast na wykresie (rys. 9) zestawienie wyników z analizy formantowej wynikającej ze wzorów (11)÷(15) oraz analizy widmowej wynikającej z transformacji określonej wzorem (17).

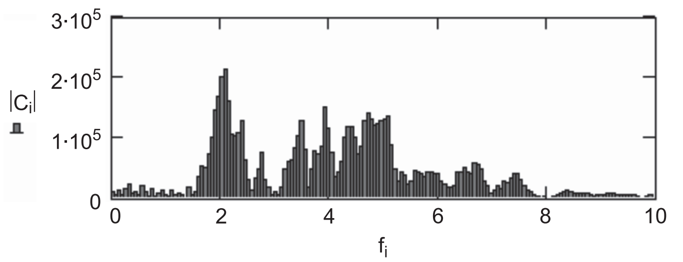
$$|C_i| = \sqrt{\mathrm{Re}[\mathrm{fft}(Z_i)]^2 + \mathrm{Im}[\mathrm{fft}(Z_i)]^2} \tag{17}$$

W kolejnym etapie algorytmu wykonano obliczenia związane z filtracją częstotliwości w pasmach formantowych zakładając, że zawierają się one w przedziałach wartości empirycznych określonych wzorami (18) i (19).

$$A1_i := (f_i > 1.4) \wedge (f_i < 2.6) \tag{18}$$

$$A2_i := (f_i > 4.0) \wedge (f_i < 5.2) \tag{19}$$

We wzorach (20) i (21) zadeklarowano procedury umożliwiające przejście z dziedziny częstotliwości do dziedziny czasu z uwzględnieniem wydzielonych częstotliwości for-

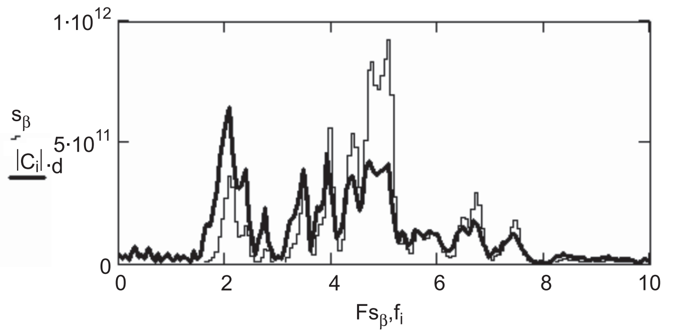


Rys. 8. Prezentacja wartości funkcji według wzoru (17) w paśmie częstotliwości określonej w wektorze (16)

mantowych przy zastosowaniu odwrotnej transformacji Fouriera, co określono wzorami (20) i (21).

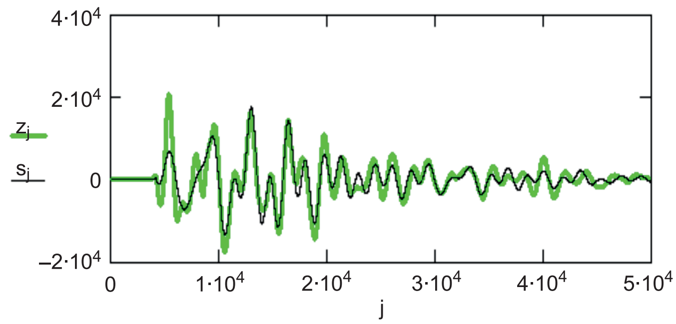
$$FL_i := \mathrm{if}(A1_i \vee A2_i, C_i, C_i = 0) \tag{20}$$

$$S := \mathrm{ifft}(FL) \tag{21}$$

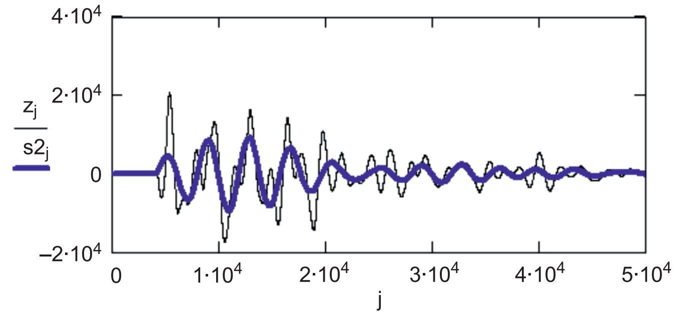


Rys. 9. Porównanie wyników z analizy formantowej (oznaczenie linią cienką) określonej wzorami (11)÷(15) z analizą wykonaną według wzoru (17) – oznaczenie linią pogrubioną; formanty główne występują w przedziałach częstotliwości określonych wzorami (18) i (19)

Na wykresach (rys. 10) przedstawiono fragment sejsmogramu wejściowego oraz sejsmogramu uwzględniającego tylko wydzielone częstotliwości formantowe określone we wzorze (20). Obliczenia uwzględniały korektę linii bazowej określonej we wzorze (2). Z kolei na wykresie (rys. 11) przedstawiono wynik kontrolnej analizy formantowej sejsmogramu odfiltrowanego w pasmach określonych we wzorach (18) i (19).



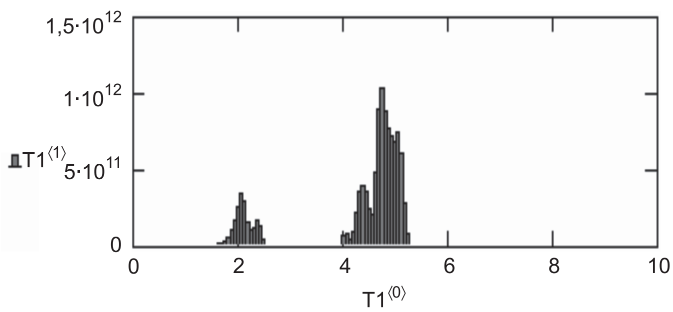
Rys. 10. Wykresy prezentujące wydzielony fragment sejsmogramu wejściowego (oznaczenie linią zieloną) i sejsmogramu po odfiltrowaniu w pasmach formantowych (oznaczenie linią czarną); oznaczenia osi wykresu jak na rysunku 1



Rys. 11. Wykresy prezentujące wydzielony fragment sejsmogramu wejściowego (oznaczenie linią czarną) i sejsmogramu po zastosowaniu filtra w paśmie częstotliwości określonym wzorem (18) – oznaczenie linią niebieską; oznaczenia osi wykresu jak na rysunku 1

Wnioski

Wykonanie analizy widmowej sejsmogramów przemieszczeniowych w pasmach formantowych przy zastosowaniu prezentowanego algorytmu może świadczyć o jego akceptowalnej stabilności w przypadku zastosowań inżynierskich, co przedstawiono na wykresach (rys. 2÷7 oraz rys. 12).



Rys. 12. Wykres analizy widmowej sejsmogramu odfiltrowanego z zastosowaniem filtra (20), czyli w pasmach częstotliwości formantowych; oznaczenia osi wykresu analogiczne do oznaczeń przedstawionych na rysunkach 2÷7

Porównanie wyników analizy przedstawionej na wykresach na rysunku 9 może sugerować, że formant główny analizowanego sejsmogramu występuje przy częstotliwości około 2 [Hz] – oznaczenie na wykresie linią pogrubioną, czyli w przedziale określonym wzorem (18), podczas gdy formant główny analizowanych drgań występuje w okolicach częstotliwości około 5 [Hz], czyli w przedziale określonym wzorem (19) – oznaczenie na wykresie linią cienką.

Porównanie wykresu sejsmogramu wejściowego z przebiegiem wykresu sejsmogramu odfiltrowanego w pasmach częstotliwości formantowych (wzór (20)) wykazuje ich nieco lepszą zgodność niż w przypadku zastosowania filtra określonego wzorem (18), który przedstawiono na rysunku 11. Przy okazji warto zauważyć, że stosowanie filtracji w pasmach tercjowych i oktawowych może mieć swoje fizykalne uzasadnienie w przypadku zastosowań wyników analiz względem krzywej izofonicznej – patrz prace [2, 8, 9], wobec czego w przypadku analiz związanych z dynamiką obiektów inżynierskich uzasadnionym byłoby stosowanie filtracji w pasmach częstotliwości formantowych.

Bibliografia

[1] R. Ciesielski, E. Maciąg: *Drgania drogowe i ich wpływ na budynki*, WKiŁ, Warszawa 1990

[2] T. Kucharski: *System pomiaru drgań mechanicznych*, WNT, Warszawa 2002

[3] W. Paleczek: *O oddziaływaniu drgań drogowych na obiekty budowlane*, Drogownictwo 11/2005, s. 347-352

[4] W. Paleczek: *Mathcad w algorytmach*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005

[5] W. Paleczek: *Metody analizy danych (na przykładach)*, Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2004

[6] W. Paleczek: *Tereny aktywne sejsmicznie w Polsce*, Drogownictwo 12/2000, s. 380-383

[7] R. Rosman: *Erdbebenwiderstandsfähiges Bauen*, Ernst & Sohn, Berlin 1983

[8] B. Skalmierski: *Mechanika analityczna i teoria drgań*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2001

[9] B. Skalmierski: *Stan naprężenia w płytach rezonansowych a jakość instrumentu*, PWN, Warszawa 1986 ■