



STANISŁAW SZPINEK

stanislaw.szpinek@gmail.com

# Statystyczna metoda rozpoznawania odcinków jednorodnych

## Część I. Założenia teoretyczne

Od początku ostatniej dekady ubiegłego wieku, wraz z upowszechnianiem się w Polsce myśli o systemowym zarządzaniu siecią dróg, trwa wymiana metod diagnozowania nawierzchni z manualnych na wysokowydajne metody automatyczne. Zagadnienie rozpoznawania odcinków jednorodnych interesuje mnie od kiedy w swojej działalności zetknąłem się z dużymi zbiorami danych drogowych o charakterystycznych skokowo zmiennych poziomach wartości obserwowanych.

W dwuczęściowym artykule omawiam wyniki pracy badawczej, w której zająłem się porównaniem precyzji rozpoznania stanu technicznego nawierzchni drogowej opisanego za pomocą zbioru ocen odcinkowych, jakie w tym celu zostały wyznaczone według tradycyjnie stosowanej metody dzielenia drogi na odcinki jednokilometrowe oraz statystycznej metody wydzielenia odcinków jednorodnych o różnej długości, stosownie do nierównomiernego rozkładu zbioru umownych ocen symptomów procesu degradacji nawierzchni drogowej.

W swoich rozważaniach odwołałem się do stosowanych w praktyce wybranych założeń teorii szeregów czasowych oraz posłużyłem się specjalistycznymi narzędziami do statystycznej analizy danych w odniesieniu do archiwalnych zbiorów jednostkowych ocen równości nawierzchni autostrady A2 z lat 1997–2000.

Drogi jako obiekty liniowe z reguły składają się z szeregu dających się wydzielić odcinków nawierzchni jezdni, które między sobą wyraźnie różnią się właściwościami eksploatacyjnymi. *Naturalny proces zużywania się* nawierzchni drogowej o wielowarstwowej konstrukcji jest zmienny w czasie i przestrzeni ze względu na dość złożone oddziaływanie różnych czynników, do których przede wszystkim należą: struktura i natężenie ruchu pojazdów, w tym udział pojazdów ciężkich, sezonowość wpływów atmosferycznych, różnorodność i stabilność warunków posadowienia, rodzaj i jakość prac wykonawczych, remontowych oraz utrzymaniowych, starzenie materiałów budowlanych, itp. W celu oceny aktualnych warunków bezpiecznego użytkowania drogi badany jest *stan techniczny nawierzchni jezdni*, który najczęściej opisuje się za pomocą czterech niezależnych cech eksploatacyjnych, charakteryzujących ją pod względem *nośności*, *równości podłużnej* (komfort jazdy), *głębokości kolein* (równość poprzeczna) oraz *szorstkości* (współczynnik tarcia). Zwykle takie kompleksowe badania realizuje się na potrzeby systemowego zarządzania siecią dróg raz do roku w sezonie wiosna-lata i wyznacza się dla odcinków jednokilometrowych tzw. odcinkowe oceny stanu technicznego. Te miejsca nawierzchni, których stan techniczny odbiega od poziomu uznanego za pożądany, według ustalonej skali oceny, są remontowane. W rzeczywistości obserwuje się, iż symptomy procesu zuży-

wania nawierzchni jezdni występują z różnym natężeniem na odcinkach drogi o losowych długościach.

Wszystkim badanym cechom eksploatacyjnym nawierzchni jezdni przypisane są określone mierzalne parametry techniczne (*jednostkowe oceny*), które wyznacza się według standardowych procedur na podstawie zbiorów danych pochodzących z pomiarów wykonywanych za pomocą specjalistycznych urządzeń. Przy tym ważne jest, by uzyskana z pomiaru wartość parametru technicznego wyrażała rzeczywistość a nie pozorną zmianę badanej właściwości nawierzchni. Istotą tego problemu polega na właściwym rozróżnieniu dwóch jej składowych, jednej stałej – wyznaczającej lokalny poziom ocen stanu nawierzchni jezdni, i drugiej losowej – charakteryzującej ich naturalne rozproszenie wokół tego poziomu. W wyniku systemowych badań nawierzchni jezdni, prowadzonych przy ustalonym kroku próbkowania, uzyskuje się uporządkowany według kilometrażu drogi *zbiór danych drogowych*, czyli szereg następujących po sobie obserwacji<sup>1</sup>. Jeśli kolejne obserwacje można opisać w terminach rozkładu prawdopodobieństwa, to taki zbiór stanowi próbę losową, która może być przedmiotem zastosowania statystycznych metod analizy szeregów czasowych.

Z praktyki wynika, że uporządkowany zbiór danych drogowych stanowi jedną z wielu możliwych realizacji *ciągłego procesu losowego*. Zakres naturalnej zmienności wartości jednostkowych ocen stanu technicznego nawierzchni drogowej pozwala przyjąć założenie, iż rozkład każdej cechy eksploatacyjnej na długości drogi jest *jednowymiarowym stacjonarnym procesem losowym*, gdyż na ogół ma on stałą wartość średnią  $\mu$ , określającą ogólny poziom, wokół którego proces oscyluje, stałą wariancję  $\sigma^2$ , mierzącą wielkość jego oscylacji wokół tego poziomu, a także funkcję autokorelacji  $\rho$ , która wyraża współzależność różnych obserwacji tego procesu. Jednakże nie jest możliwe poznanie rzeczywistych wartości opisujących go parametrów a jedynie ich estymatory.

### Zakres, cel i przedmiot badań

Celem zaprezentowanej analizy jest sprawdzenie możliwości zastosowania do zbiorów danych drogowych z wydzielonymi odcinkami jednorodnymi wybranych metod badań szeregów czasowych z wykorzystaniem do obliczeń i prezentacji wyników pakietu programu STATISTICA PL.

Do analizy przyjęto zbiory jednostkowych ocen równości nawierzchni jezdni autostrady A2 Września – Konin o długo-

<sup>1</sup> Wynik pomiaru, wartość parametru technicznego albo jednostkowej oceny stanu technicznego.

ści 47 km, od km 230+000 do km 277+000, które pochodzą z rutynowych badań, jakie dla potrzeb systemowych przeprowadzono w latach 1997–2000, tj. w ostatnim okresie jej eksploatacji przed generalnym remontem. Są one o tyle interesujące, że wskutek wzmożonego natężenia ruchu pojazdów ciężkich wystąpiły tam w kolejnych trzech latach znaczne przyrosty systemowych ocen równości. Te zbiory danych posłużyły także do wykazania różnic między stosowanymi w Polsce dwoma różnymi systemami oceny stanu zużycia nawierzchni autostrad, jeden w odniesieniu do dróg publicznych klasy A, a drugi do autostrad płatnych.

W omawianej analizie przedmiotem szczegółowych badań były zbiory ocen jednostkowych, które według przyjętych zasad zostały podzielone na części w celu wyznaczenia dla nich ocen odcinkowych. Przy tym chodziło o to, by te wyznaczone oceny były obciążone jak najmniejszym błędem losowym. Miarą precyzji oszacowania ocen odcinkowych jest *współczynnik determinacji* ( $0 \leq R^2 \leq 1$ ), który określa względny udział dających się wyodrębnić czynników stałych w wyniku przeprowadzonego podziału zbioru ocen jednostkowych.

### Ważniejsze określenia

**Autokorelacja** – jest to określenie odnoszące się do oceny współzależności składników losowych.

**Autostrada** jest drogą publiczną klasy A, która spełnia warunki techniczne określone dla nowych nawierzchni jezdni w rozporządzeniu Ministerstwa Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 2 marca 1999 roku (Dz. U. Nr 43, poz. 430) oraz wymagania eksploatacyjne, jakie podano dla nawierzchni użytkowanych w wytycznych stosowania „SOSN”, GDDP BSSD, Warszawa, luty 2002.

**Autostrada płatna** jest drogą spełniającą warunki techniczne i wymagania eksploatacyjne określone w rozporządzeniu Ministerstwa Infrastruktury z dnia 16 stycznia 2002 roku (Dz. U. Nr 12, poz. 116).

**Homoskedastyczność** – jest to określenie dotyczące przyjęcia dla składników losowych założenia o wspólnej (stałej) wariancji.

**Jednorodny odcinek nawierzchni** – zbiór danych drogowych charakteryzujący się stałą wartością średnią  $\mu$  lub  $E(y) = \text{const.}$ , stałą wariancją  $\sigma^2$  lub  $D^2(y) = \text{const.}$  i brakiem autokorelacji  $\rho = 0$ , czyli nie zachodzi żadna współzależność między dowolnymi parami obserwacji  $y_i$  i  $y_j$ , dla  $i \neq j$ , a występujące różnice między nimi można przypisać jedynie wpływem czynników losowych.

**Jednostkowa ocena równości nawierzchni** odpowiada obliczonej wartości *IRI* dla odcinka drogi o stałej długości równej 50 m.

**Odcinkowa ocena równości nawierzchni** według SOSN odpowiada obliczonej dla zbioru wskaźników *IRI wartości średniej IRI*, która oznaczana będzie symbolem  $E(IRI)$  lub w skrócie  $E$ , albo zdefiniowanej w obu rozporządzeniach *wartości miarodajnej IRI*, jako suma wartości średniej  $E(IRI)$  i skorygowanego odchylenia standardowego  $D(IRI)$ , która w skrócie oznaczana będzie  $E + D$ .

**Skala oceny równości nawierzchni** – ustalona klasyfikacja stanu zużycia nawierzchni drogowej pod względem równości, przy czym stosuje się skalę **czteroklasową** do na-

wierzchni dróg publicznych i **trzyklasową** do autostrad płatnych.

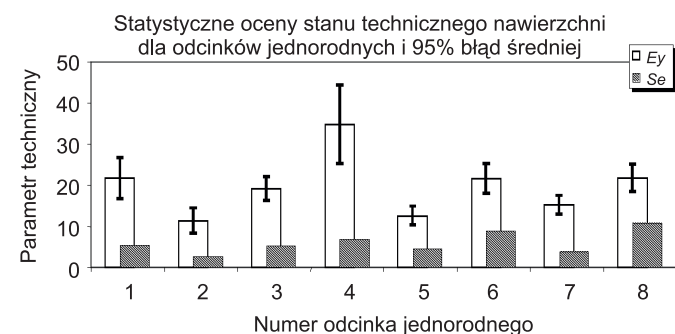
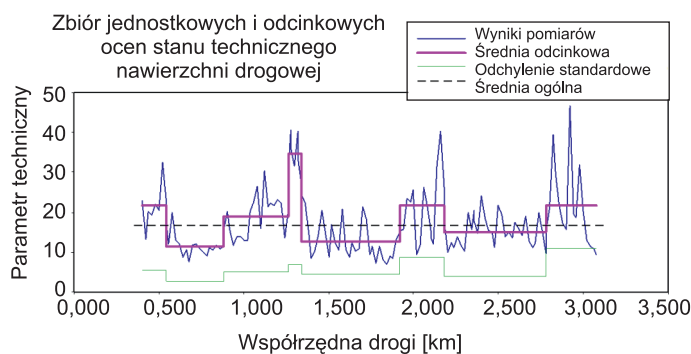
**Szereg czasowy** – uporządkowany względem czasu ( $t$ ) zbiór obserwacji zmiennej ( $y$ )

**Wskaźnik IRI** (*International Roughness Index*) jest ustaloną miarą bezpieczeństwa i komfortu jazdy pojazdów po nierównościach nawierzchni drogowej w profilu podłużnym i wyraża się go w jednostkach mm/m (albo m/km).

**Zbiór danych drogowych** – uporządkowany według kilometrażu drogi ( $x$ ) zbiór obserwacji zmiennej ( $y$ ) opisujących daną cechę nawierzchni jezdni w równoodległych punktach co  $\Delta x$ .

### Metoda rozpoznawania odcinków jednorodnych

W niniejszym artykule zostaną przedstawione założenia statystycznej metody rozpoznawania odcinków jednorodnych nawierzchni jezdni oraz przykłady jej zastosowania w odniesieniu do zbiorów danych drogowych. Ogólnie w drogownictwie nie stosuje się pojęcia jednorodności nawierzchni jezdni w ujęciu probabilistycznym, a rozpoznanie jej stanu technicznego prowadzi się w oparciu o oceny systemowe. Zwykle przyjmuje się, iż na całej długości wybranego odcinka drogi występuje jeden, adekwatny do warunków użytkowania, stały poziom jednostkowych ocen stanu technicznego nawierzchni jezdni. Jednak w rzeczywistości kolejne obserwacje lub ciągi obserwacji, stosownie do oscylacji procesu losowego, będą różniły się między sobą (rys. 1).



Rys. 1. Przykład zbioru danych drogowych z wydzielonymi odcinkami jednorodnymi, liczba obserwacji  $n = 135$ , liczba odcinków jednorodnych  $M = 8$ .

## Matematyczny model stanu technicznego nawierzchni

W dalszych rozważaniach przyjęto założenie, że każda **pojedyncza obserwacja (y)** w zbiorze danych drogowych jest sumą trzech składników, oczekiwanego stałego poziomu ocen stanu technicznego nawierzchni oraz dwóch wielkości wyrażających wpływ efektów wywołanych oddziaływaniem czynników zewnętrznych, które podzielono na stałe i losowe

$$y = \mu + m + e \quad (1)$$

w której:

- $\mu$  – średnia ogólna poziomu procesu losowego,
- $m$  – efekt wywołany oddziaływaniem czynników stałych,
- $\mu + m$  – średnia lokalna poziomu procesu losowego,
- $e$  – efekt wywołany oddziaływaniem czynników losowych.

Efekt wywołany oddziaływaniem czynników stałych ( $m$ ) ma charakter lokalny i na badanej drodze ujawnia się poprzez losowy skok poziomów ocen stanu technicznego nawierzchni na granicy sąsiednich odcinków ( $\Delta m_j = m_{j+1} - m_j$ , przy czym  $\sum m_j = 0$  dla  $j = 1, 2, \dots, M$ ). W uporządkowanym zbiorze danych drogowych będą one reprezentowane przez  $M \geq 2$  rozłącznych podzbiorów kolejnych obserwacji. Istnieje bardzo wiele możliwych źródeł takich oddziaływań, np. zmiana rodzaju nawierzchni, lokalne naprawy i remonty na części badanego odcinka, obiekty inżynierskie (mosty, wiadukty), skrzyżowania, odcinkowa zmiana prędkości lub natężenia ruchu pojazdów ciężkich, postępujące zmiany właściwości materiałów warstwy wierzchniej lub wewnątrz wielowarstwowej konstrukcji, spadki podłużne i poprzeczne, strefy mocno nasłonecznione lub zacienione, miejsca postoju pojazdów itp., zazwyczaj dla każdej z cech eksploatacyjnych będą one inne i nie zawsze będzie można je jednoznacznie zidentyfikować.

Efekt wywołany oddziaływaniem czynników losowych ( $e$ ) występuje zawsze i dotyczy na danym odcinku drogi zróżnicowania wszystkich pojedynczych obserwacji względem średniego lokalnego poziomu ocen stanu technicznego nawierzchni ( $\mu + m$ ) wskutek istnienia jeszcze innych, ubocznych przyczyn, które wynikają z naturalnej zmienności danej cechy (parametru technicznego) oraz przyjętej metody i warunków wykonania pomiaru. Jeśli w odpowiednim zbiorze (podzbiorze) obserwacji nie ma istotnych efektów wywołanych oddziaływaniem czynników stałych, to on jest uznawany za zbiór jednorodny.

Odcinek jednorodny jest wydzielonym odcinkiem drogi, który dla wybranego parametru technicznego uzyskał jeden średni poziom ocen stanu technicznego nawierzchni ( $\mu + m$ ). Wszystkie obserwacje w odpowiadającym mu uporządkowanemu podzbiorze (zbiorze) danych są niezależnymi zmiennymi losowymi (brak autokorelacji), których miarą rozproszenia jest **wariancja wewnątrzodcinkowa**  $\sigma_e^2$ .

Niejednorodny odcinek drogi składa się co najmniej z dwóch odcinków jednorodnych. Miarą jego niejednorodności, czyli zmienności średnich poziomów ocen stanu technicznego między składowymi odcinkami jednorodnymi względem ogólnego średniego poziomu ( $\mu$ ) jest **wariancja międzyodcinkowa**  $\sigma_m^2$ . **Ogólna zmienność obserwacji** ( $\sigma^2$ ) w zbiorze wartości na dowolnym odcinku drogi jest sumą dwóch wariancji, międzyodcinkowej i wewnątrzodcinkowej:

$$\sigma^2 = \sigma_m^2 + \sigma_e^2 \quad (2)$$

Podstawowym zadaniem statystycznym jest oszacowanie dla uporządkowanego zbioru obserwacji poszczególnych składników równości wariacyjnej (2). Ponieważ w niejednorodnym zbiorze obserwacji może występować istotna współzależność między nimi ( $\sigma_m > 0$ ), to chodzi o takie jego podzielenie (pogrupowanie obserwacji), aby w utworzonych podzbiórach były tylko obserwacje niezależne, dla których jedynym źródłem zmienności byłyby przyczyny losowe ( $\sigma_m = 0$  i  $\sigma_e > 0$ ).

Estymatorem średniej procesu losowego ( $\mu$ ) jest ogólna średnia zbioru danych drogowych,  $Ey$ . Wariancję procesu losowego ( $\sigma^2$ ) ocenia się przez **ogólną wariancję zbioru danych drogowych** ( $Dy$ )<sup>2</sup>. Wariancja ogólna, zgodnie ze wzorem (2), jest sumą dwóch wariancji składowych, tj. **wariancji międzyodcinkowej** ( $Dm$ )<sup>2</sup>, jako miary efektów oddziaływań czynników stałych w zbiorze obserwacji i **wariancji wewnątrzodcinkowej** ( $Se$ )<sup>2</sup>, jako miary średniego efektu oddziaływań czynników losowych w wydzielonych zbiorach jednorodnych, czyli ogólnie:

$$Dy^2 = Dm^2 + Se^2 \quad (3)$$

### Testy autokorelacji dla małych prób

Estymatorem funkcji autokorelacyjnej procesu losowego ( $\rho$ ) jest zbiór współczynników autokorelacji, które są miarą współzależności poszczególnych par obserwacji. Z założenia stacjonarności wynika, że łączny rozkład prawdopodobieństwa  $p(y_i, y_j)$  jest ten sam dla wszystkich par obserwacji w równoodległych punktach  $x_i, x_j$  (dla  $i \neq j$ ). Ze specyfiki zbiorów danych drogowych wynika, że dominującym jest współczynnik autokorelacji rzędu pierwszego,  $-1 \leq r \leq 1$ , jako miara współzależności między sąsiednimi obserwacjami  $y_i$  i  $y_{i+1}$ . Gdy wartość  $r$  jest bliska zeru, to oznacza, iż wpływ czynników stałych na zróżnicowanie ogólnego poziomu stanu technicznego nawierzchni jest odpowiednio mały i na badanym odcinku drogi zawiera się on w zakresie wpływu czynników losowych. W celu sprawdzenia hipotezy o braku autokorelacji  $H_0: r = 0$  wobec hipotezy alternatywnej  $H_1: r \neq 0$  można posłużyć się testem *von Neumanna* lub testem *Durbina-Watsona*. Odrzucenie hipotezy zerowej świadczyć będzie o niejednorodności badanego zbioru obserwacji i o konieczności jego podziału w miejscu, gdzie wartość  $Dm^2$  jest największa. W tym celu opracowano komputerowy program do automatycznego rozpoznawania i lokalizacji odcinków jednorodnych, w którym zastosowano **test von Neumanna, w którym statystykę Q oblicza się według wzoru:**

$$Q = \frac{n \sum_{i=2}^n (y_i - y_{i-1})^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - Ey)^2} \quad (4)$$

Chociaż ogólnie w literaturze podaje się, że dla zbiorów liczących  $n > 60$  obserwacji statystyka  $Q$  ma asymptotyczny

rozkład normalny  $N\left(\frac{2n}{n-1}; \sqrt{\frac{4}{n}}\right)$ , to mimo tego warunku,

J. Greń w swojej publikacji [1] zastosował ten rozkład także

do określenia wartości krytycznych  $Q_\alpha$  dla zbiorów o małej liczbie obserwacji,  $n \geq 7$  na założonym poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .

W celu sprawdzenia poprawności takiego postępowania przeprowadzono na potrzeby pracy [2] badania symulacyjne dla sześciu zbiorów liczących po  $n = 2^k$  obserwacji (gdzie  $k = 2, 3, \dots, 7$ ), które 100-krotnie wygenerowano z rozkładu *quasi*-normalnego  $N(0; 1)$ . Jednakże wcześniej dokonano standaryzacji statystyki  $Q$  i otrzymano wygodniejszą do dalszych badań statystykę:

$$u = \left( \frac{2n}{n-1} - Q \right) \cdot \frac{\sqrt{n}}{2} \quad (5)$$

Jeżeli obliczona według wzoru (4) wartość  $Q$  spełnia nierówność  $Q \leq Q_\alpha$ , albo obliczona według wzoru (5) równoważna wartość  $u \geq u_\alpha$ , to hipotezę  $H_0$  o braku autokorelacji należy odrzucić, tzn. występuje autokorelacja składników losowych w zbiorze danych, czyli nie jest on jednorodny. Natomiast otrzymanie wartości  $Q > Q_\alpha$ , albo  $u < u_\alpha$ , nie powoduje odrzucenia hipotezy  $H_0$ , czyli nie ma podstaw by sądzić, że badany zbiór danych jest niejednorodny.

Wyniki badań symulacyjnych dotyczących sprawdzenia normalności wyznaczonych stu statystyk  $Q$  i  $u$  dla sześciu zbiorów obserwacji o różnych liczebnościach wraz z wynikami testu Shapiro-Wilka przedstawiono na wykresach, rysunek 2. Jak można zauważyć, to zakres zmienności wartości krytycznej  $Q_\alpha$  odłożonej na osi odciętych  $OX$  zmienia się w zależności od liczebności zbioru obserwacji, a odpowiedni zakres zmienności równoważnej jej wartości krytycznej  $u_\alpha$  pozostaje stały ( $Eu \approx 0$  i  $Du \approx 1$ ).

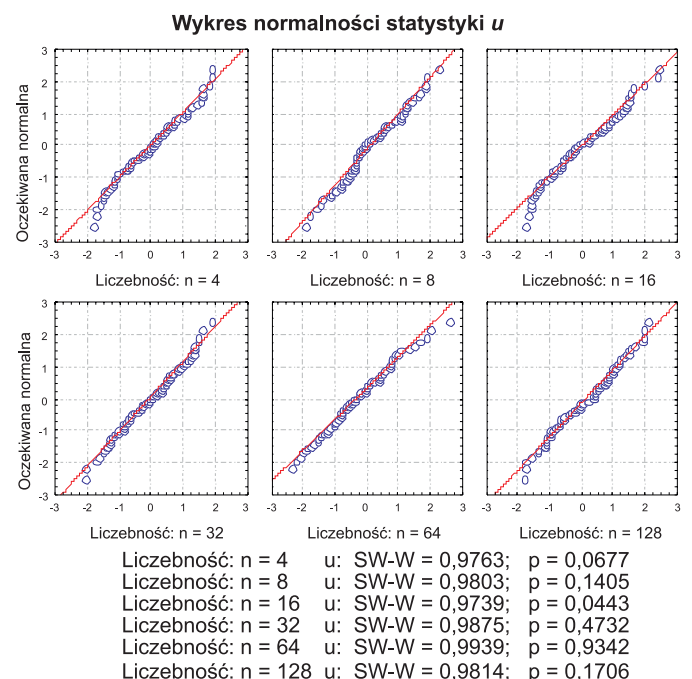
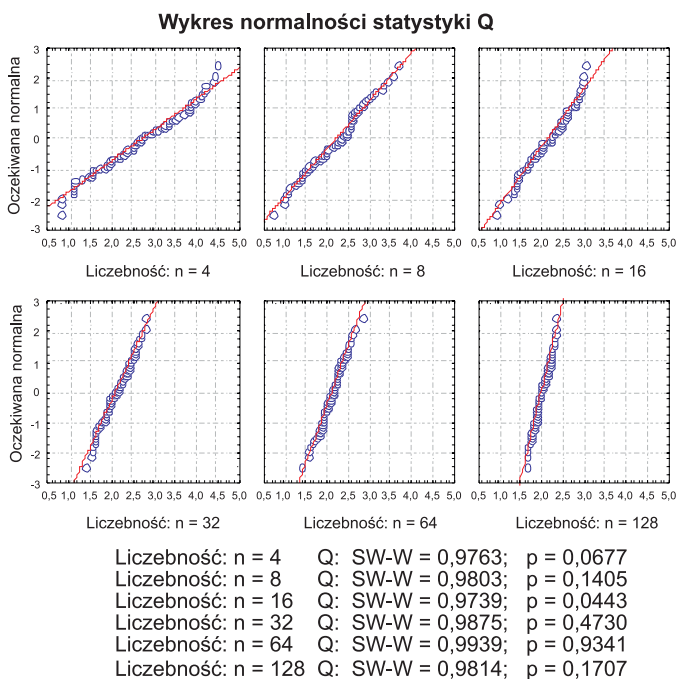
Jedynie w przypadku zbioru liczącego  $n = 16$  obserwacji otrzymano prawdopodobieństwo testowe  $p$  nieco mniejsze

od oczekiwanego 0,05. Przy czym występujące tu odchylenia od linii prostej dotyczą obserwacji ekstremalnych, spoza przedziału  $\pm 1,64\sigma$ . A więc, przeprowadzony eksperyment nie zaprzeczył słuszności założenia, jakie przyjął Greń, iż test *von Neumanna* można zastosować także do mniej licznych zbiorów obserwacji.

### Badanie wrażliwości statystyki $u$

W badaniach wrażliwości statystyki  $u$  na wykrywanie niejednorodności obserwacji w zbiorze danych drogowych założono, że składa się on z dwóch odcinków jednorodnych, które reprezentowane są przez wygenerowane z rozkładu *quasi*-normalnego dwa zbiory obserwacji o równych wariancjach wewnątrzgrupowych  $Se_1^2 = Se_2^2 = Se^2$  oraz zadanych różnych wartościach średnich  $E_1$  i  $E_2 = E_1 + \Delta E$ , gdzie wielkość tzw. *względny uskok* w niejednorodnym zbiorze danych drogowych określona jest przez parametr  $d = \Delta E / Se$ , dla którego wybrano 10 różnych wartości z przedziału od 0,0 do 6,0. Przyjęto też, że łączna liczba obserwacji w zbiorach będzie wynosić  $n_1 + n_2 = n$ , gdzie  $n = 2^k$ , dla  $k = 2, 3, \dots, 7$ . Natomiast miejsce *względnej lokalizacji* uskoku ma określać parametr  $p0 = n_1/n$  dla  $n_1 = 1, 2, \dots, n - 1$ , który przyjmuje wartości z przedziału obustronnie otwartego  $0 < p0 < 1$ . Obliczenia statystyki  $u$  powtórzono 100-krotnie dla każdego z możliwych wariantów układu parametrów:  $n, d$  i  $p0$ .

Z przeprowadzonych badań symulacyjnych wynika, iż zwiększenie  $n$  i wzrost wartości  $d$  oraz położenie uskoku bliżej środka badanego odcinka ( $p0 = 0,5$ ) wyraźnie sprzyjają rozpoznaniu niejednorodności w zbiorze obserwacji poprzez wzrost wartości  $Eu > 1,64$ , a także poprawie precyzji tego rozpoznania,  $Du < 1,0$ . Natomiast im jest mniejsza liczebność obserwacji jednego ze zbiorów składowych albo ich obu łącz-



Rys. 2. Wyniki sprawdzenia normalności dwóch statystyk  $Q$  i  $u$ , które wyznaczono dla wygenerowanych po 100 razy zbiorów obserwacji o liczebności  $n = 4, 8, 16, 32, 64$  i  $128$ .

nie, tym istnieje mniejsza szansa rozpoznania w zbiorze danych drogowych miejsca podziału obserwacji. A więc, skuteczność metody rozpoznawania odcinków jednorodnych można zwiększyć odpowiednio zmniejszając wartości  $Se$ , np. przez wygładzenie badanego zbioru danych drogowych.

## Analiza zbiorów danych drogowych

Do analizy statystycznej przyjęto łącznie osiem zbiorów danych drogowych ze wskaźnikami  $IRI$  zawierającymi po  $n = 940$  obserwacji ( $y$ ), które otrzymano z pomiarów równości nawierzchni wykonanych w kolejnych latach od 1997 r. do 2000 r. na dwóch jezdniach autostrady A2, jezdnia lewa A2L w kierunku do Wrześni i jezdnia prawa A2P w kierunku do Konina.

W procesie wydzielenia odcinków jednorodnych ze zbioru danych drogowych stosowany jest test autokorelacyjny *von Neumanna* dla reszt, jako zbioru odchyłań obserwacji od wartości średniej. W przypadku stwierdzenia autokorelacji na założonym poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , taki zbiór jest dzielony na dwa podzbiory w miejscu, gdzie wariancja międzygrupowa jest największa. A następnie powtarza się takie sprawdzenie w odniesieniu do otrzymanych z tego podziału podzbiorów. Jest to procedura iteracyjna, którą realizuje się za pomocą opracowanego w tym celu programu komputerowego, aż do stwierdzenia w wydzielonych podziorach braku autokorelacji. W wyniku zastosowania tego programu cały **zbiór obserwacji ( $y$ ) o wartości średniej ogólnej ( $Ey_0$ )** zostaje podzielony na  $M$  odcinków jednorodnych o różnej długości, dla których oblicza się wartości średnie  $E$  i odchylenia standardowe  $Se$  oraz dla całego zbioru **reszt  $dy = y - E$** .

Zgodnie z założeniami, oczekuje się, że reszty stanowiąc będą łącznie zbiór niezależnych obserwacji (brak autokorelacji) podlegający ogólnie rozkładowi normalnemu o parametrach  $E(dy) = 0$  oraz występować będzie równość wariancji wewnątrzgrupowych (homoskedastyczność),  $Se_i = Se_j$ , dla  $i \neq j$ , gdzie  $i, j = 1, 2, \dots, M$ . Ze względu na charakterystyczną asymetrię rozkładu określonych dodatnio zbiorów  $IRI$ , przyjęto do analizy także przekształcone za pomocą funkcji logarymicznej zbiory obserwacji o parametrach oznaczonych symbolami:  $E(\ln y)$ ,  $Se(\ln y)$  i  $dy(\ln y)$ . Dla tak przekształconych zbiorów danych otrzymano nieco inne podziały zbiorów obserwacji  $y$  i dla tych nowych układów odcinków jednorodnych obliczono parametry oznaczone symbolami:  $E' \ln$ ,  $Se' \ln$  i  $dy' \ln$ .

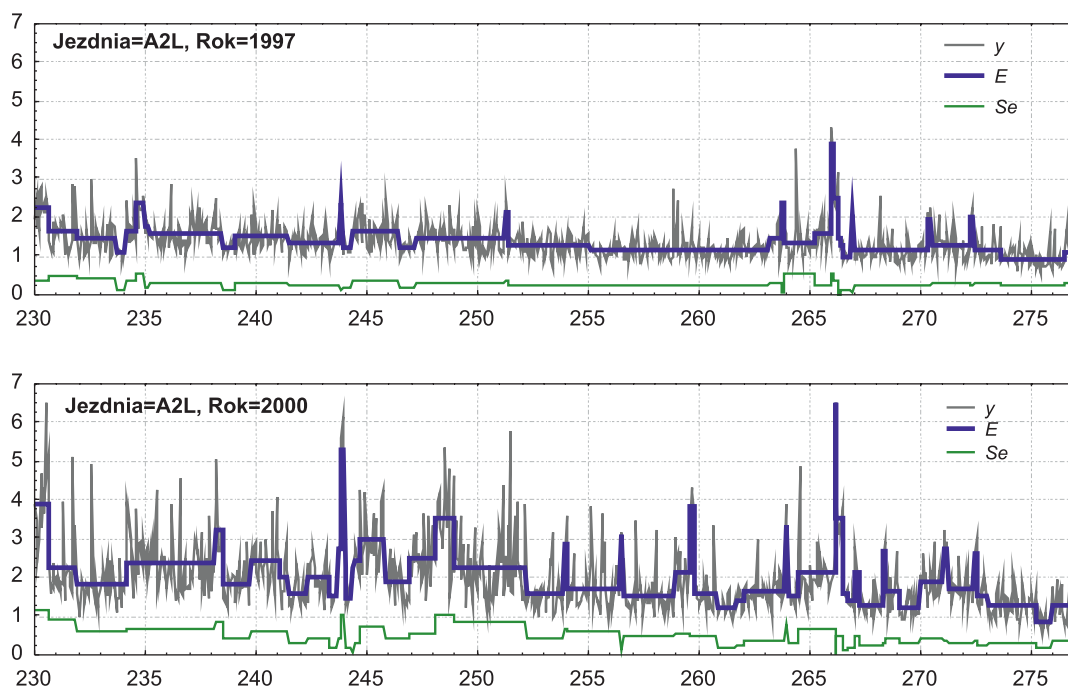
Założonym celem stosowania procedury wydzielenia odcinków jednorodnych ze zbiorów danych drogowych jest znalezienie jak najbardziej precyzyjnego oszacowania odcinkowych ocen stanu technicznego nawierzchni na podstawie zbioru jednostkowych ocen przez minimalizowanie wartości  $Se$ . W porównaniach przyjęto, że miarą jakości dopasowania wydzielonych podzbiorów do całego zbioru obserwacji będzie współczynnik determinacji:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n dy_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - Ey_0)^2} \quad (6)$$

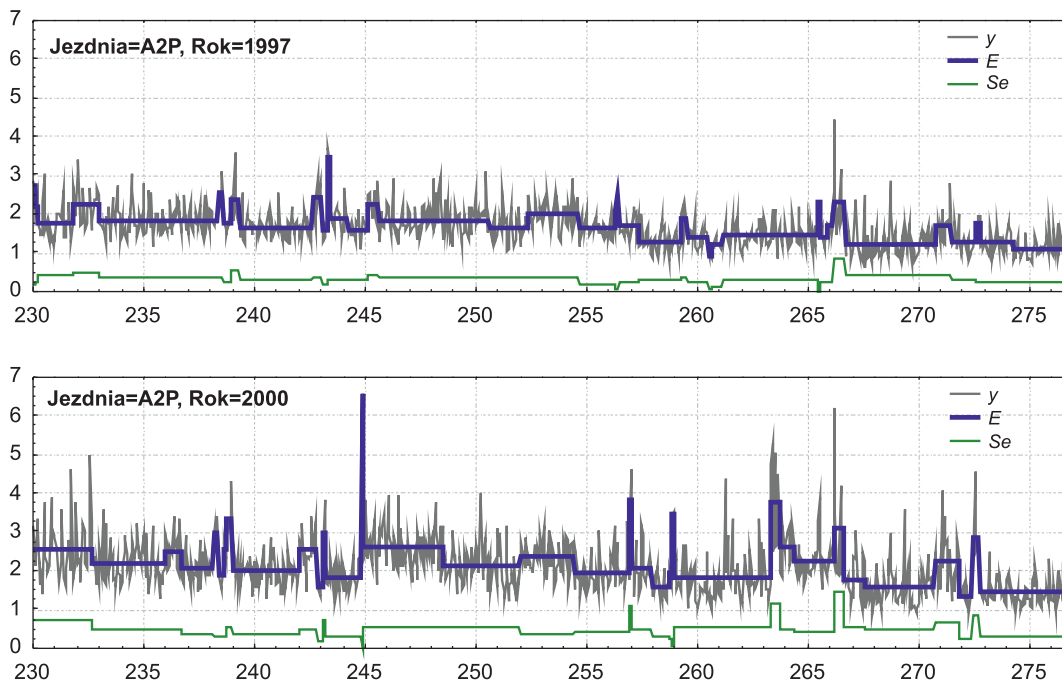
Im lepsza jest precyzja oszacowania odcinkowych ocen stanu nawierzchni, tym wyznaczona wartość  $R^2$  będzie większa w przedziale od 0 do 1.

## Dekompozycja zbioru danych drogowych

Dekompozycja zbioru danych drogowych polega na wyznaczeniu takiego modelu, który będzie najlepiej charakteryzował udziały efektów stałych i losowych. Na czterech wykresach, rysunki 3. a i 3. b, przedstawiono oddzielnie dla dwóch jezdni zbiory jednostkowych ocen równości ( $y = IRI$ ) z dwóch skrajnych lat badań i wyznaczone dla nich zbiory skokowo zmiennych na długości drogi odcinków jednorodnych, które opisano za pomocą dwóch parametrów  $E$  i  $Se$ . Zarejestrowany po trzech latach eksploatacji na obu jezdniach średni poziom zmienności odcinkowych ocen równości jest wyższy i świadczy o nierównomiernym tempie przebiegu procesu degradacji badanych nawierzchni, jak widać, z różnym natężeniem na długości drogi.



Rys. 3a. Rozkład  $IRI$  (mm/m) na długości (km) lewej jezdni autostrady A2 z wydzielonymi odcinkami jednorodnymi dla zbiorów danych z pierwszego i ostatniego roku badań.



Rys. 3b. Rozkład IRI (mm/m) na długości (km) prawej jezdni autostrady A2 z wydzielonymi odcinkami jednorodnymi dla zbiorów danych z pierwszego i ostatniego roku badań.

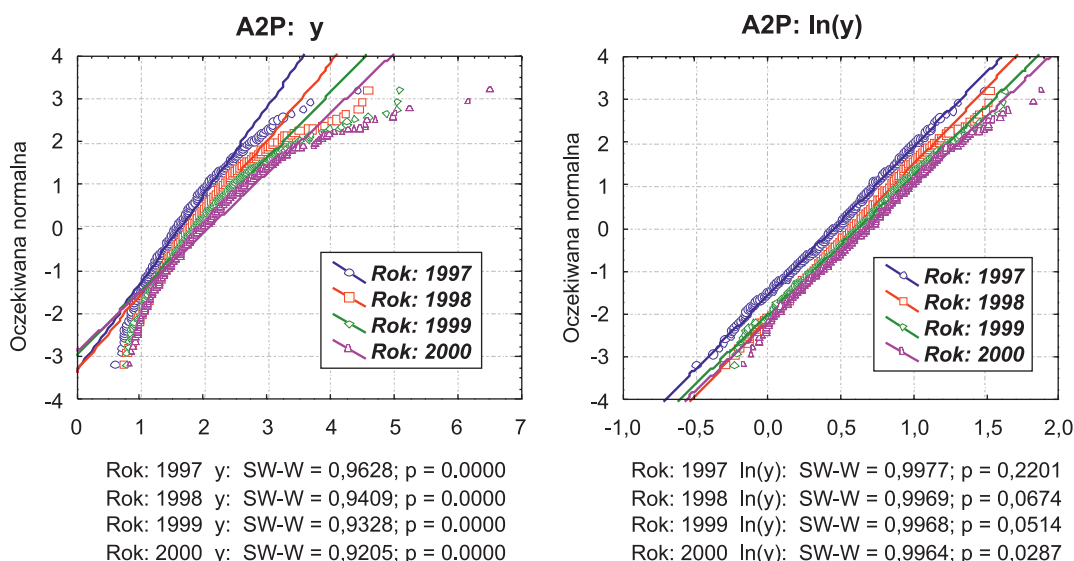
### Sprawdzenie warunku normalności

Sprawdzenie warunku normalności dla zbiorów obserwacji  $y$  i reszt  $dy$  przeprowadzono za pomocą testu Shapiro-Wilka, a otrzymane wyniki pokazano na wykresach, rysunki 4a i 4b, gdzie układ punktów wzdłuż linii prostej świadczy o hipotetycznej zgodności zbioru danych empirycznych z teoretycznym rozkładem normalnym.

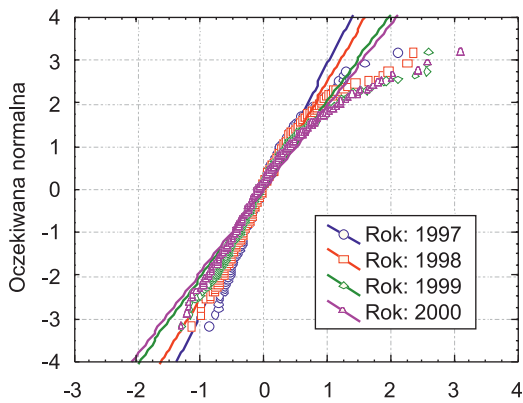
W przypadku badanych zbiorów IRI i wyznaczonych dla nich reszt zachodzi istotna niezgodność z rozkładem normalnym. Niemniej, z tych wykresów można odczytać, że zbiory  $y$  mogą być generowane w kolejnych latach z takiego samego prawoskośnego rozkładu prawdopodobieństwa, ale o coraz większych wartościach opisujących go statystycznych parametrów: wartości  $E_y$  (przesunięcie na osi OX) i  $D_y$  (zmiana nachylenia układu punktów). Podobne wnioski dotyczą zbiorów

$dy$ , co może świadczyć o istnieniu pewnej zależności między wielkością wyznaczonej reszty a jednostkową oceną równości nawierzchni. Występujący tu brak zgodności rozkładu reszt z rozkładem normalnym nie spełnia przyjętych założeń dla testu autokorelacyjnego.

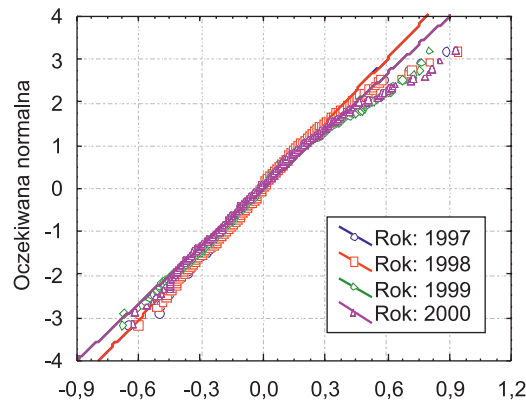
Pokazane na wykresach układy punktów przekształconych funkcją logarymiczną i ich reszt na ogół niewiele odbiegają od linii prostej, największe odchylenia występują dla obserwacji ekstremalnych. W przypadku trzech zbiorów A2P otrzymano wartość testową  $p > 0,05$ . A więc, można założyć, że wyznaczone rozkłady danych niewiele odbiegają od teoretycznego rozkładu normalnego. Równoległy układ linii dla zbiorów na prawej jezdni i pokrywanie się rozkładów reszt świadczy o tym, że w okresie jej eksploatacji następował przyrost tylko wartości  $E_y(\ln y)$  przy zachowaniu stałej wartości  $D_y(\ln y)$ .



Rys. 4a. Sprawdzenie normalności zbiorów IRI (mm/m) dla danych z prawej jezdni autostrady A2 przed i po przekształceniu funkcją logarymiczną.



Rok: 1997 dy: SW-W = 0,9468; p = 0,0000  
 Rok: 1998 dy: SW-W = 0,9401; p = 0,0000  
 Rok: 1999 dy: SW-W = 0,919; p = 0,0000  
 Rok: 2000 dy: SW-W = 0,9412; p = 0,0000



Rok: 1997 dy(ln y): SW-W = 0,9894; p = 0,00000  
 Rok: 1998 dy(ln y): SW-W = 0,987; p = 0,00000  
 Rok: 1999 dy(ln y): SW-W = 0,9856; p = 0,00000  
 Rok: 2000 dy(ln y): SW-W = 0,9857; p = 0,00000

Rys. 4b. Sprawdzenie normalności zbiorów reszt  $dy = y - E$  (mm/m) dla danych z prawej jezdni autostrady A2 przed i po przekształceniu funkcją logarytmiczną.

### Sprawdzenie warunku homoskedastyczności

W celu sprawdzenia warunku homoskedastyczności badano zależności pomiędzy  $E$  i  $Se$  dla wszystkich wydzielonych w kolejnych latach badań odcinków jednorodnych dla zbiorów  $y$  i  $\ln(y)$ .

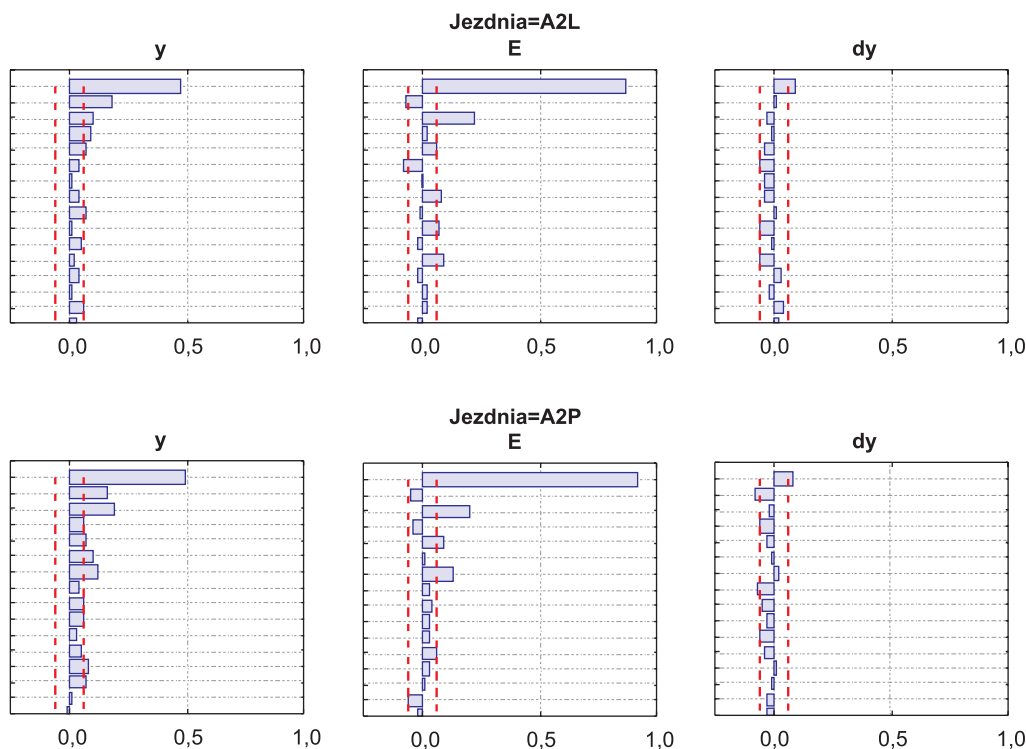
Z analizy tych zależności wynika, że na odcinku drogi o mniej równej nawierzchni, czyli tam, gdzie lokalnie występują większe wartości  $IRI$ , można oczekiwać większego rozproszenia między wartościami  $IRI$  niż dla nawierzchni bardziej równej. Natomiast po zlogarytmowaniu ich wartości, taka zależność praktycznie już nie występuje.

### Sprawdzenie występowania autokorelacji

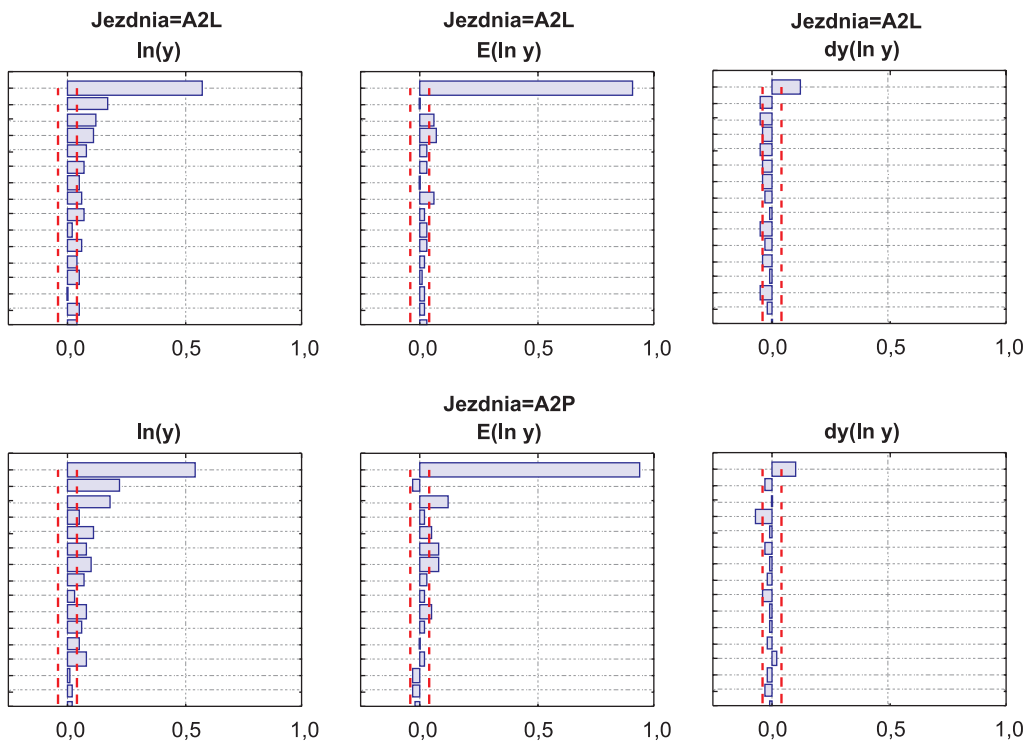
Do sprawdzenia występowania autokorelacji wybrano zbiory wartości:  $y$ ,  $E$  i  $dy$  oraz  $\ln(y)$ ,  $E(\ln y)$  i  $dy(\ln y)$ . Poniżej

pokazano na przykładzie zbiorów obserwacji z 1997 roku wykresy autokorelacji cząstkowej, rysunki 5 i 6, które pozwalają oszacować wielkość rzędu współczynnika autokorelacji jako miary współzależności poszczególnych par obserwacji w zbiorze danych drogowych i dwóch jego składowych. Wykresy dla zbiorów danych z pozostałych trzech lat badań wyglądają bardzo podobnie.

Z tych wykresów można odczytać, że w zbiorach danych drogowych wyraźnie dominuje współczynnik korelacji rzędu pierwszego, co wynika przede wszystkim ze skokowych zmian właściwości nawierzchni jezdni, które występują jako czynniki stałe i tutaj są reprezentowane przez zbiory wartości  $E$ . Co prawda, w zbiorach  $dy$  występuje także autokorelacja rzędu pierwszego, ale już na wiele niższym poziomie, zapewne wskutek oddziaływania uznanych za losowe jeszcze jakichś innych czynników.



Rys. 5. Wykresy autokorelacji cząstkowej zbiorów danych drogowych z ocenami równości nawierzchni dwóch jezdni autostrady A2 ( $y$ ) i jego składowych ( $E$  i  $dy$ ).



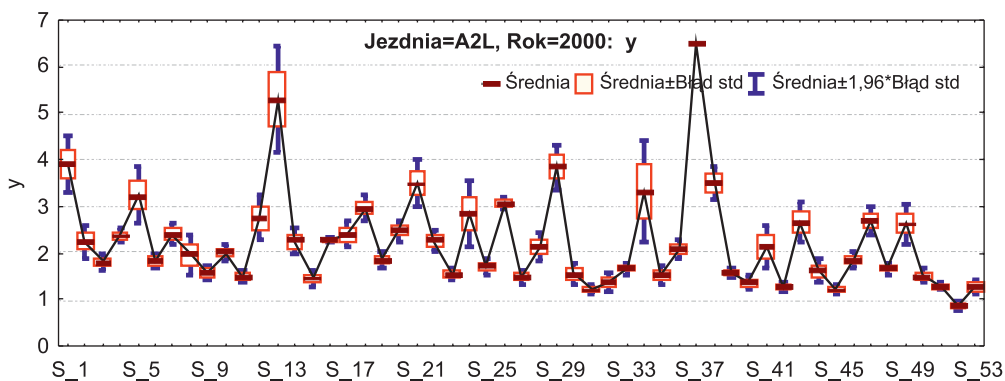
Rys. 6. Wykresy autokorelacji cząstkowej przekształconych zbiorów danych drogowych z ocenami równości nawierzchni dwóch jezdni autostrady A2 ( $\ln(y)$ ) i jego składowych ( $E(\ln y)$  i  $dy(\ln y)$ ).

### Sprawdzenie istotności różnic między odcinkami jednorodnymi

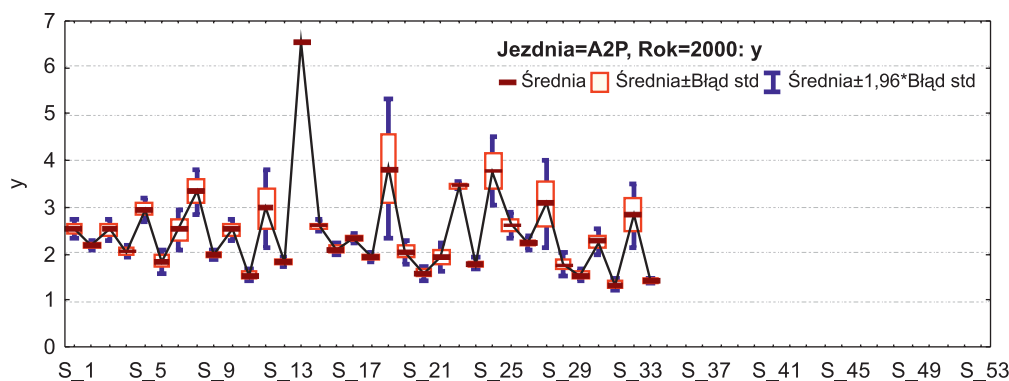
Wartości średnie wraz z oszacowanymi przedziałami ufności na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  dla wydzielonych odcinków jednorodnych ze zbiorów danych drogowych z ocenami równości nawierzchni zestawiono na wykresach, rysunki 7a i 7b. W wyniku przeprowadzonego podziału otrzymano dla

każdego z badanych zbiorów danych drogowych inną liczbę odcinków jednorodnych, którym nadano numery porządkowe od 1 do  $M$ .

Występowanie w zbiorach danych drogowych istotnych niejednorodności odcinkowych ocen równości potwierdzono za pomocą nieparametrycznego testu Kruskala-Wallisa, który jest odpowiednikiem jednoczynnikowej analizy wariancji. W celu sprawdzenia istotności różnic między wartościami



Rys. 7a. Zestawienie wartości statystycznych parametrów dla wydzielonych odcinków jednorodnych ze zbioru danych drogowych z ocenami równości nawierzchni lewej jezdni autostrady A2.



Rys. 7b. Zestawienie wartości statystycznych parametrów dla wydzielonych odcinków jednorodnych ze zbioru danych drogowych z ocenami równości nawierzchni prawej jezdni autostrady A2.