

## **Dr hab. inż. Antoni Świć, prof. nadzw.**

Instytut Technologicznych Systemów Informatycznych  
Politechnika Lubelska  
ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin  
e-mail: [a.swic@pollub.pl](mailto:a.swic@pollub.pl)

## **Prof. dr hab. inż. Wiktor Taranenko**

Instytut Technologicznych Systemów Informatycznych  
Politechnika Lubelska  
ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin  
e-mail: [waran\\_ark@mail.ru](mailto:waran_ark@mail.ru)

# **Sterowanie adaptacyjne dokładnością obróbki części osiowo – symetrycznych o małej sztywności w stanie sprężystości – odkształcalnym**

**Słowa kluczowe:** sterowanie adaptacyjne, dokładność obróbki, części o małej sztywności, stan sprężystości-odkształcalny

**Streszczenie.** Opracowano sposób korekty ustawienia układu technologicznego obrabiarki polegający na wprowadzeniu do układu sterowania dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego względem siły skrawania. Zastosowane sterowanie adaptacyjne posuwem wzdłużnym oraz dodatkowymi oddziaływaniami siłowymi, wywołującymi stan sprężystości-odkształcalny, umożliwia wyeliminowanie błędów statycznych oddziaływania sterującego oraz zakłócającego przy sterowaniu parametrami dokładności obróbki części o małej sztywności w stanie sprężystości-odkształcalnym.

## **1. Wstęp**

W przemyśle maszynowym części osiowo-symetryczne stanowią około 34% ogólnej ilości części, wśród nich do 12% można zaliczyć do wałów o małej sztywności.

Takie części charakteryzują się nieproporcjonalnością wymiarów gabarytowych oraz małą sztywnością w określonych przekrojach i kierunkach. Wysokie wymagania stawiane są również parametrom kształtu geometrycznego, wzajemnemu położeniu powierzchni, wymiarom liniowym i jakości powierzchni.

Specyfika obróbki podobnych części powoduje, że jest utrudnione uzyskanie wymaganych parametrów dokładności kształtu, wymiarów i jakości powierzchni. Mała sztywność własna oraz względnie niska sztywność wałka w porównaniu ze sztywnymi zespołami obrabiarki, powodują powstawanie w określonych warunkach drgań. Występuje wiele czynników zakłócających i destabilizujących proces obróbki (duże odkształcenia własne wałów, narzędzia, przyrządu, wióry, pył, itp.). Wymusza to poszukiwanie nowych metod sterowania obróbką wałów o małej sztywności.

Jakość obróbki części na obrabiarkach skrawających do metali, zależy bezpośrednio od układu sterowania automatycznego (UAS), obrabiarki i parametrów układu dynamicznego. Układ dynamiczny (UD) procesu obróbki jest układem obrabiarka-uchwyt-przyrząd-narzędzie (OUPN), czyli układem masowo-dyssypacyjno-sprężystym (MDS) obrabiarki z realizowanymi w nim procesami obróbki skrawaniem (toczenie, szlifowanie, wiercenie, frezowanie) [2, 7, 9, 10].

Analiza i synteza współczesnych układów sterowania automatycznego jest przeprowadzana przy znaczącym uproszczeniu zależności fizycznych i matematycznych, charakteryzujących procesy w układzie. W dużym stopniu jest to wynikiem niedoskonałości

stosowanego aparatu badawczego i złożoności uzyskiwanych a priori informacji o charakterystykach dynamicznych i statycznych obiektu sterowania oraz zewnętrznych oddziaływaniach zakłócających. Istniejące metody syntezy układów sterowania automatycznego w stopniu ograniczonym uwzględniają możliwą nieokreśloność charakteru i wielkości zakłóceń. W niewielkim stopniu są uwzględniane zagadnienia rozrzutu parametrów obiektu sterowania, chociaż aktualnie poświęca się temu problemowi wiele uwagi.

Projektowanie UAS mogących pracować przy niekontrolowanej zmienności parametrów obiektu sterowania, doprowadziło do zastosowania w budowie maszyn sterowania adaptacyjnego (AC) [1, 3, 8]. Mimo uniwersalności i możliwości zagwarantowania wymaganej jakości procesów przejściowych szerokiej klasy obiektów, zastosowanie ich na obrabiarkach w szeregu przypadków jest utrudnione z powodu konieczności ciągłego pomiaru charakterystyk układów technologicznych oraz zakłóceń.

Przy budowie optymalnych struktur układów sterowania należy uwzględnić rezerwy zwiększenia dokładności i jakości obróbki. W związku z tym, że UAS odkształceniami sprężystymi (przemieszczeniami względnymi narzędzia skrawającego i przedmiotu obrabianego) UD jest układem statycznym, zarówno pod względem oddziaływań sterujących, jak i zakłócających, to ich zmiana powoduje błędy względnego położenia części i ostrza skrawającego [4, 8].

Rozpatrywane podstawy teoretyczne zwiększenia jakości obróbki przy sterowaniu adaptacyjnym bazują na opisie matematycznym obiektu sterowania UD przedstawionym w pracach [2, 4, 5, 7, 10] i mogą być zastosowane przy badaniach UD opisywanych matematycznie inaczej od rozpatrywanego oraz uwzględniających konkretną specyfikę obiektu.

## 2. Sterowanie odkształceniami sprężystymi układu technologicznego

Układy sterowania automatycznego procesami technologicznymi w zasadzie zawierają obiekt regulowania – układ dynamiczny obrabiarki utworzony przez układ MDS obrabiarki i procesy robocze oraz regulator. Analiza powiązań w układzie dynamicznym obrabiarki pokazuje, że jest on układem zamkniętym o wielu konturach. Współdziałanie podstawowych elementów jest ukierunkowane oddziaływaniem pomiędzy procesami roboczymi zachodzącymi poprzez układ MDS [2, 6]. Oddzielenie stref, gdzie przebiegają procesy robocze, elementami układu sprężystego umożliwia dosyć proste przejście do ekwiwalentnego układu dynamicznego obrabiarki o jednym konturze.

Transmitancja operatorowa ekwiwalentnego układu MDS ma postać:

$$G_{us}(s) = \frac{y(s)}{F_p(s)} = \frac{K_s}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1},$$

gdzie:  $y(s)$ ,  $F_p(s)$  – odkształcenia sprężyste i siła skrawania według Laplace'a;

$K_s = 1/C_s$ ,  $T_1 = \sqrt{m_y/C_s}$ ,  $T_2 = n_y/C_s$  – współczynnik proporcjonalności i stałe czasowe układu MDS obrabiarki;

$m_y$ ,  $n_y$ ,  $C_s$  – masa zredukowana, współczynnik tłumienia i sztywność układu MDS.

Transmitancje operatorowe elementów układu sterowania adaptacyjnego (rys. 1a) mają następującą postać:

- układu MDS według oddziaływania sterującego:

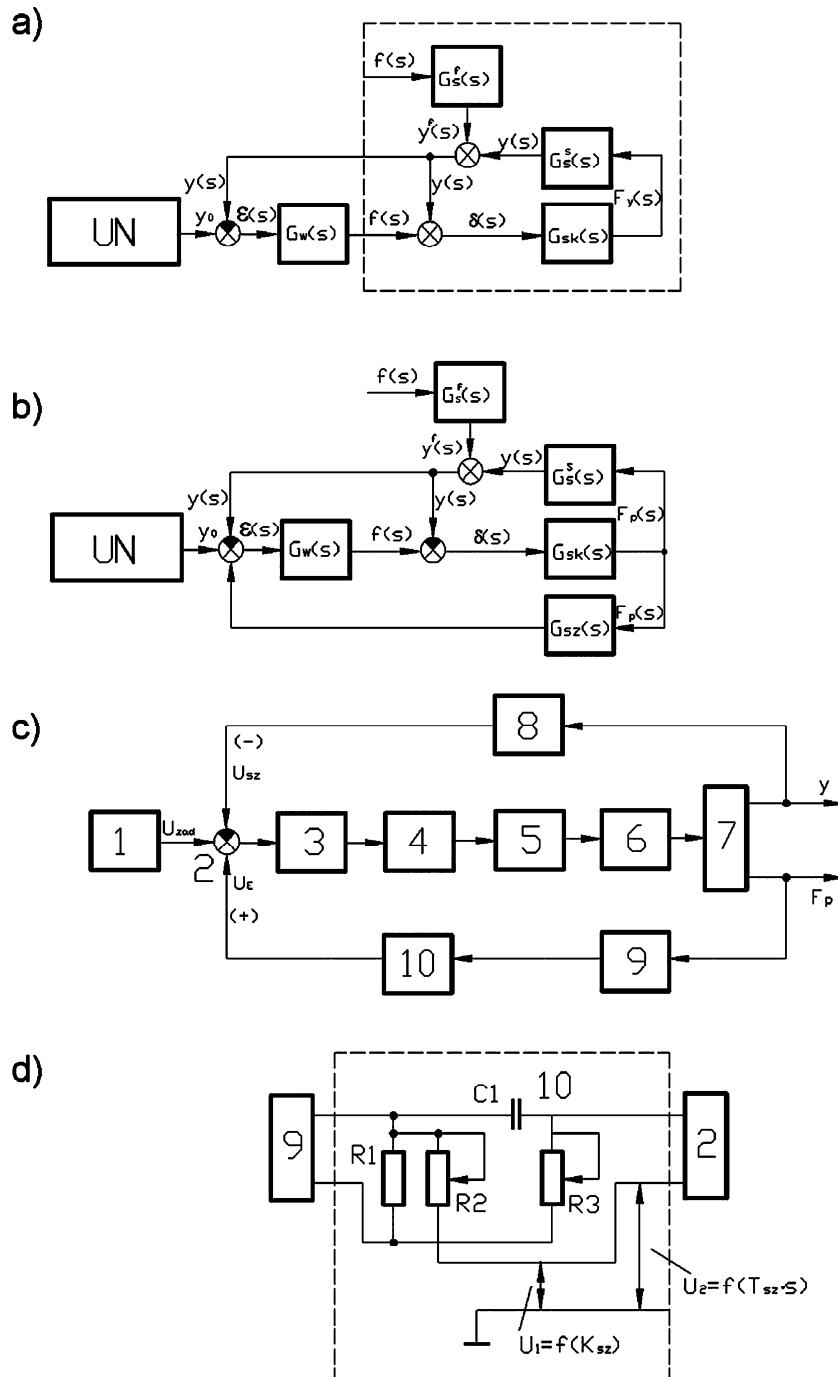
$$G_s^s(s) = \frac{y(s)}{F_p(s)} = \frac{K_s}{T_{1s} s^2 + T_{2s} s + 1},$$

- układu MDS według oddziaływania zakłócającego:

$$G_s^f(s) = \frac{y(s)}{F(s)} = \frac{K_f}{T_{1s} s^2 + T_{2s} s + 1},$$

- procesu skrawania:

$$G_{sk}(s) = \frac{F_p(s)}{\delta(s)} = \frac{K_{sk}}{T_{sk} s + 1},$$



Rys. 1. Schemat blokowy układu stabilizacji odkształceń sprężystych układu technologicznego – a; schemat układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi układu technologicznego – b; schemat funkcjonalny sterowania adaptacyjnego – c; węzeł dodatniego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania – d

- mechanizmu wykonawczego

$$G_w(s) = \frac{K_w(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{K_w}{T_w s + 1},$$

gdzie:  $T_{1s} = m_y / C_s$ ,  $T_{2s} = n_y / C_s$ ,  $K_s = 1 / C_s$ ,  $K_f = K_{1s} / C_s$ ,

$T_w, K_w$  – stała czasowa i współczynnik proporcjonalności transmitancji operatorowej mechanizmu wykonawczego.

Błąd pracy układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi UD jest równy  $\varepsilon_s$  [2, 7]:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s^0 + \varepsilon_f, \quad (1)$$

Gdzie  $\varepsilon_s^0$  – błąd spowodowany oddziaływaniem sterującym  $y^0(t)$ ,

$\varepsilon_f$  – błąd spowodowany oddziaływaniem zakłócającym  $f(t)$ .

Błędy  $\varepsilon_s^0$  i  $\varepsilon_f$  są określane z zależności:

$$\varepsilon_s^0(s) = \frac{1 + G_{sk}(s) \cdot G_s^s(s)}{1 + G_s^s(s) \cdot G_{sk}(s) + G_s^s(s) \cdot G_{sk}(s) \cdot G_w(s)} y^0(s) = \frac{\sum_{i=0}^4 b_i s^i}{\sum_{j=0}^4 a_j s^j} y^0(s), \quad (2)$$

$$\varepsilon_f(s) = \frac{G_s^f(s)}{1 + G_s^s(s) \cdot G_{sk}(s) + G_s^s(s) \cdot G_{sk}(s) \cdot G_w(s)} f(s) = \frac{\sum_{i=0}^2 d_i s^i}{\sum_{j=0}^4 a_j s^j} f(s), \quad (3)$$

gdzie:  $a_0 = K_s K_{sk} + K_s K_{sk} \cdot K_w$ ;  $b_0 = 1 + K_{sk} K_s$ ;

$$a_1 = b_1 = T_w + K_s K_{sk} K_w + T_{sk} + T_{2s};$$

$$a_2 = b_2 = T_{sk} T_w + T_{2s} T_w + T_{2s} T_{sk} + T_{1s};$$

$$a_3 = b_3 = T_{1s} T_w + T_{2s} T_{sk} T_w + T_{1s} T_{sk};$$

$$a_4 = b_4 = T_{1s} T_{sk} T_w;$$

$$d_0 = K_s;$$

$$d_1 = K_s (T_{sk} + T_w);$$

$$d_2 = K_s T_{sk} T_w.$$

Ustalone wartości błędów (2) i (3) można przedstawić jako [8]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{y^0}(t) &= C_0 y^0(t) + C_1 \frac{dy^0(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \cdot \frac{d^2 y^0(t)}{dt^2} + \frac{C_3}{3!} \cdot \frac{d^3 y^0(t)}{dt^3} + \frac{C_4}{4!} \cdot \frac{d^4 y^0(t)}{dt^4}, \\ \varepsilon_f(t) &= C_0' f(t) + C_1' \frac{df(t)}{dt} + \frac{C_2'}{2!} \cdot \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + \frac{C_3'}{3!} \cdot \frac{d^3 f(t)}{dt^3} + \frac{C_4'}{4!} \cdot \frac{d^4 f(t)}{dt^4}, \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie  $C_i, C_i'$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, 4$ ) – współczynniki błędów charakteryzujących dokładność pracy układu sterowania i zależne od jej struktury.

W strukturze układu sterowania (rys. 1) wartości współczynników błędów są określane następującymi zależnościami:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{b_0}{a_0}, & C_1 &= \frac{b_1 - a_1 C_0}{a_0}, & \frac{C_2}{2} &= \frac{b_2 - a_1 C_1 - a_2 C_0}{a_0}, \\ C_0' &= \frac{d_0}{a_0}, & C_1' &= \frac{d_1 - a_1 C_0'}{a_0}, & \frac{C_2'}{2} &= \frac{d_2 - a_1 C_1' - a_2 C_0'}{a_0}. \end{aligned}$$

Podstawowy składnik błędu stanowią współczynniki  $C_0, C'_0$  i  $C_1, C'_1$ , nazywane błędami statycznymi i prędkościowymi. W przypadku obrabiarki 16K20 o parametrach systemu:

$$T_{1s} = 1,6 \cdot 10^{-6} s^2, T_{2s} = 1,2 \cdot 10^{-4} s, K_s = 1,6 \cdot 10^{-6} mm/N, \quad (5)$$

$$T_{sk} = 10^{-3} s, T_w = 10^{-3} s, K_f = 2 \cdot 10^{-4} mm/N, K_{sk} = 1,$$

na podstawie danych (5) analitycznie określono wartości współczynników błędów, które są równe:

$$C_0 = 0,32 mm^{-1}, C_1 = 1,1 \cdot 10^{-3} s/mm, C_2 = 0,62 \cdot 10^{-6} s^2/mm,$$

$$C'_0 = 1,5 \cdot 10^{-3} mm^{-1}; C'_1 = -1,1 \cdot 10^{-6} s/mm, C'_2 = -2,73 \cdot 10^{-9} s^2/mm.$$

Zwiększenie dokładności pracy układu sterowania oraz odpowiednio obróbki części jest możliwe w wyniku pełnego lub częściowego wyeliminowanie tych błędów. Można to osiągnąć w wyniku wprowadzenia do układu sterowania odkształceniami sprężystymi UD dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania z transmitancją  $G_{sz}(s)$  (rys. 1b) [2].

Błąd  $\varepsilon_s^0(s)$  w tym przypadku jest określany z zależności:

$$\varepsilon_s^0(s) = \frac{1 - G_{sk}(s)G_{sz}(s)G_w(s) + G_{sk}(s)G_s^s(s)}{1 - G_{sk}(s)G_{sz}(s)G_w(s) + G_s^s(s)G_{sk}(s)G_w(s)} y^0(s). \quad (6)$$

Z zależności (6) wynika, że błąd wnoszony do układu sterowania odkształceniami sprężystymi układu technologicznego oddziaływaniem  $y^0(t)$  może być w pełni zlikwidowany, jeżeli strukturę i parametry transmitancji operatorowej przedstawić w postaci:

$$G_{sz}(s) = \frac{1 + G_{sk}(s)G_s^s(s)}{G_{sk}(s)G_w(s)}. \quad (7)$$

Wyrażenie (7) można nazwać warunkiem pełnej niezmienności układu sterowania w stosunku do oddziaływania sterującego  $y^0(t)$ . Przy spełnieniu tego warunku wszystkie współczynniki błędów  $C_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) są równe zero.

Uwzględniając, że spełnienie warunku (7) w zasadzie prowadzi do układów fizycznie niewykonalnych i że wystarczającą praktycznie dokładność można osiągnąć przy równości zera tylko współczynników błędu statycznego  $C_0$  lub  $C_0$  i  $C_1$  wystarczy wypełnić warunki  $b_0 = 0$  i  $b_1 = 0$ .

Jednak przy  $b_1 = 0$  także współczynnik  $a_1$  jest równy zero, co powoduje, że układ traci stabilność. Dlatego w rozpatrywanym przypadku jest możliwe wyeliminowanie tylko błędu statycznego  $C_0$ .

Równość zera błędu  $C_0$  można osiągnąć dostatecznie prostymi środkami technologicznymi – w wyniku wprowadzenia dodatkowego sprzężenia zwrotnego odnośnie siły skrawania z transmitancją operatorową  $G_{sz}(s) = K_{sz}$ .

Wartość współczynnika proporcjonalności sprzężenia zwrotnego jest określana z warunku (7)

$$b_0 = 1 + K_{sk}K_s - K_{sk}K_{sz} = 0, \quad (8)$$

to jest  $K_{sz} = (1 + K_{sk}K_s)/K_{sk}$  (musi być mniejsza od 1 – aby nie stracić stabilności).

Przy spełnieniu warunku (8), w rozpatrywanym wcześniej układzie sterowania o parametrach (5), współczynniki błędów są równe

$$C_0 = 0; C_1 = 2,33 \cdot 10^{-2} s/mm.$$

Błąd wnoszony przez oddziaływanie zakłócające można przedstawić jako:

$$\varepsilon_f(s) = \frac{G_s^f(s)[1 - G_{sk}(s)G_w(s)G_{sz}(s)]}{1 - G_{sk}(s)G_w(s)G_{sz}(s) + G_s^s(s)G_{sk}(s)G_w(s) + G_s^s(s)G_{sk}(s)}. \quad (9)$$

Z zależności (9) można także otrzymać warunki pełnej niezmienności układu na zmianę oddziaływania zakłócającego

$$G_{sz}(s) = \frac{1}{G_{sk}(s)G_w(s)}. \quad (10)$$

Analogicznie, warunek (10) będzie spełniony, jeżeli strukturę transmitancji operatorowej sprzężenia zwrotnego przedstawić jako:

$$G_{sz}(s) = K_{sz} + T_{sz} \cdot s,$$

a jej parametry wybrać z równań:

$$\begin{aligned} d_0 &= 1 - K_{sz} K_{sk} K_w = 0, \\ d_1 &= T_{sk} + T_w - T_{sz} K_{sz} K_w = 0, \end{aligned}$$

stąd  $K_{sz} = \frac{1}{K_{sk} K_w}$ ,  $T_{sz} = \frac{T_{sk} - T_w}{K_{sk} K_w}$ .

W tym wypadku współczynniki błędów w rozpatrywanym przykładzie będą równe:

$$C_0 = 0, C_1 = 0, C_2 = 6,25 \cdot 10^{-9} \text{ s}^2/\text{mm}.$$

Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego, realizujący rozpatrywany sposób regulacji nastawienia układu technologicznego, jest przedstawiony na rys. 1c [8]. Układ sterowania zawiera szeregowo połączone nastawnik odkształceń sprężystych 1, element porównujący 2 oraz czujnik odkształceń sprężystych 8, człon korekcyjny 3, wzmacniacz 4, przetwornik mocy 5, silnik posuwu wzdłużnego 6, układ technologiczny 7, czujnik siły skrawania 9, a także węzeł dodatniego sprzężenia zwrotnego 10. Węzeł 10 dodatniego sprzężenia zwrotnego odnośnie siły skrawania  $F_p$  (rys. 1d) jest wykonany jako łańcuch różnicowy: kondensatora  $C_1$ , rezystora  $R3$  i podzielnika napięcia – rezystory  $R1$  i  $R2$ .

W procesie pracy wstępnie jest określana początkowa wielkość odkształceń sprężystych  $y$  w formie sygnału  $U_z$  przy pomocy nastawnika 1. Rzeczywista wielkość odkształceń sprężystych  $y$  jest mierzona czujnikiem 8, a wynik pomiaru w formie napięcia  $U_{sz}$  jest sumowany algebraicznie na elemencie 2 porównania z napięciem zadanym  $U_z$ . Jednocześnie jest mierzona czujnikiem 9 zmiana wielkości siły skrawania  $F_p$ , spowodowana zmianą warunków obróbki (twardość materiału półfabrykatu, wielkość naddatku, szerokość warstwy skrawanej, błąd wyjściowy). Zmiana wielkości siły skrawania  $F_p$  w układzie technologicznym powoduje z kolei odchyłkę odkształceń sprężystych  $y$  od wielkości zadanej.

Sygnał z czujnika 9 siły skrawania jest podawany na wejście węzła 10 dodatniego sprzężenia zwrotnego, z którego są zdejmovane sygnały:  $U_1 = f(K_{sz})$  z wyjścia podzielnika napięcia na rezystorach  $R1$  i  $R2$  oraz  $U_2 = f(T_{sz} \cdot s)$  z wyjścia łańcucha różnicującego  $C1$  i  $R3$ .

Ustawienie parametrów  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$  oraz odpowiadających im sygnałów  $U_1$  i  $U_2$  w przypadku konkretnego układu technologicznego jest realizowane przy pomocy regulowanych rezystorów  $R2$  i  $R3$ . Sygnały  $U_1 = f(K_{sz})$  oraz  $U_2 = f(T_{sz} \cdot s)$  są podawane na wejścia elementu porównania 2, gdzie są sumowane algebraicznie z  $U_z$  i  $U_{sz}$ . Sygnał błędu  $U_\varepsilon = U_z + U_1 + U_2 - U_{sz}$  poprzez człon korekcyjny 3 jest przesyłany na wejście wzmacniacza 4, a następnie przez przetwornik mocy do silnika posuwu wzdłużnego 5. Zmiana prędkości obrotu wału wyjściowego silnika 6 powoduje zmianę wielkości posuwu wzdłużnego, będącego oddziaływaniem sterującym układu technologicznego 7 i tym samym jest wnoszona poprawka w położenie względne obrabianej części i ostrza z uwzględnieniem zmiany wielkości odkształceń sprężystych  $y$  i siły skrawania  $F_p$ .

### 3. Sterowanie parametrami stanu sprężysto-odkształcalnego wałów o małej sztywności przy toczeniu

Przedstawione powyżej badania, dotyczące układu sterowania adaptacyjnego parametrami dokładności przy obróbce z oddziaływaniami sterującymi w postaci posuwu wzdłużnego, mogą być uogólnione także na układy dynamiczne kształtowania wałów sprężysto-odkształcalnych o małej sztywności.

W [8, 9] przedstawiono opis matematyczny układów przy toczeniu i szlifowaniu części sprężysto-odkształcalnych o małej sztywności, przy czym własności dynamiczne linearyzowanych modeli są aproksymowane transmitancjami operatorowymi typowych członów dynamicznych. Uzyskane modele UD i parametry obiektu sterowania umożliwiają poszukiwanie optymalnych algorytmów sterowania, wybór struktury układu sterowania i syntezy urządzeń korekcyjnych.

Uogólniony schemat strukturalny sterowaniu stanem sprężysto-odkształcalnym części o małej sztywności, w wyniku przyłożenia siły rozciągającej  $F_{x1}$ , jest przedstawiony na rys. 2. Transmitancję operatorową układu dynamicznego przy uwzględnieniu założeń i wyników badań teoretycznych oraz doświadczalnych można przedstawić jako:

$$G_4(s) = \frac{1 + K_\kappa K_y m_y (1 - e^{-s\tau})}{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + (1 - e^{-s\tau})} \times \frac{1}{[k_x k_y m_y (1 + K_{xy} n_x + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y) - (K_\kappa - K_x n_x) (K_{bz} K_z n_z + K_{yy} m_y)]} \quad (11)$$

Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi części sprężysto-odkształcalnej w UD z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym  $G_{sz}(s)$  według siły skrawania  $F_p$  jest przedstawiony na rys. 3. Ww. schemat umożliwia spełnienie warunku niezmienności (7), a tym samym zlikwidowanie błędu statycznego według oddziaływania sterującego  $y_0(s)$  przy dodatnim sprzężeniu zwrotnym oraz zwiększenie stabilności, prędkości działania i nieczułości na zmianę naddatku przy ujemnym sprzężeniu zwrotnym. Zależność  $G_5(s)$  (rys. 3) może być przedstawiona w postaci:

$$G_5(s) = \frac{(1 - e^{-s\tau}) [m_y (K_x n_x - K_\kappa) - K_\kappa K_y m_y n_y] - n_y}{1 + K_\kappa K_y m_y (1 - e^{-s\tau})} \quad (12)$$

Z uwzględnieniem zależności (11) i (12) transmitancja operatorowa skorygowanego układu sterowania może być zapisana jako:

$$\Phi_{sk}(s) = \frac{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + n_y K_{F_{x1}} G_w(s) + (1 - e^{-s\tau}) [K_\kappa K_y m_y \times (1 + K_{xy} n_x + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y + n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz}(s)) + (1 - e^{-s\tau}) \times (K_\kappa K_y m_y (1 + K_{xy} n_x + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y + K_{F_{x1}} G_w(s)) (1 + n_y G_{sz}(s) + K_{xy} n_x) + (K_x n_x - K_\kappa) (K_{bz} K_z n_z + m_y K_{yy} - m_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz}(s)))]}{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + K_{F_{x1}} G_w(s) (1 + n_y G_{sz}(s)) + (1 - e^{-s\tau}) \times (K_\kappa K_y m_y (1 + K_{xy} n_x + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y + n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz}(s)) + (1 - e^{-s\tau}) \times (K_\kappa K_y m_y (1 + K_{xy} n_x + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y + K_{F_{x1}} G_w(s)) (1 + n_y G_{sz}(s) + K_{xy} n_x) + (K_x n_x - K_\kappa) (K_{bz} K_z n_z + m_y K_{yy} - m_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz}(s)))]} \quad (13)$$

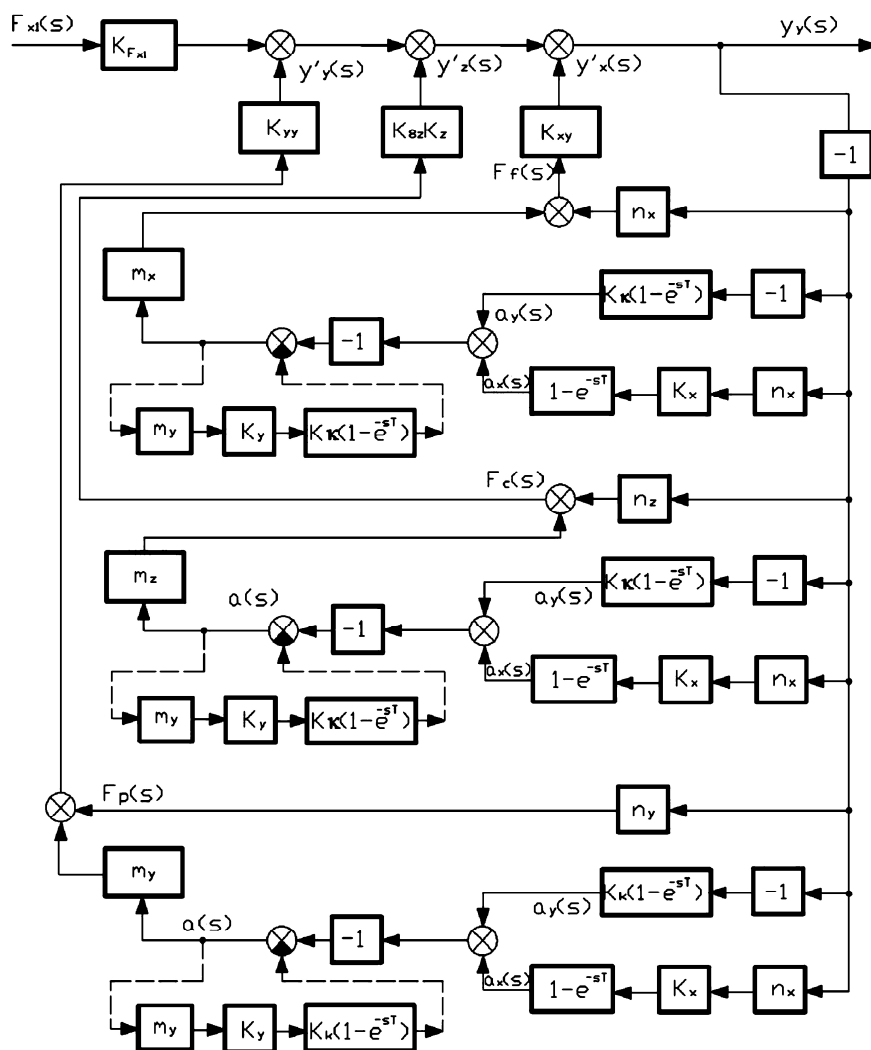
a błąd statyczny układu według oddziaływania sterującego wynosi:

$$\varepsilon_y(s) = y_0(s) \frac{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y - n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz}(s)}{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + K_{F_{x1}}(s) G_w(s) (1 + n_y G_{sz}(s))} \quad (14)$$

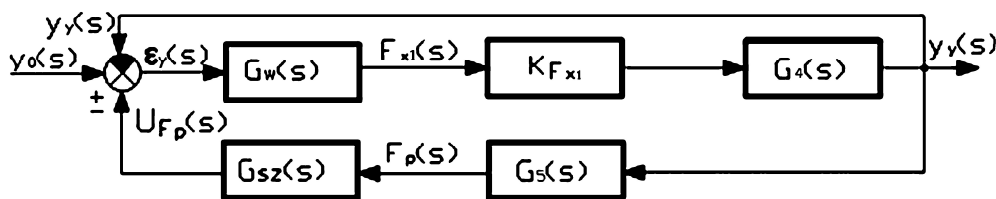
Z zależności (14) wynika, że błąd statyczny, wnoszony oddziaływaniami sterującymi do układu sterowania parametrami stanu sprężysto-odkształcalnego części w UD, może być zlikwidowany, jeżeli struktura i parametry transmitancji operatorowej dodatniego sprzężenia zwrotnego  $G_{sz}(s)$  zostaną wybrane w sposób następujący:

$$G_{sz}(s) = \frac{1 + K_{bz}K_z n_z + K_{xy}n_y + K_{yy}n_y}{n_y K_{F_{x1}} G_w(s)} \quad (15)$$

Przy nieuwzględnieniu wpływu składowej  $F_f$  siły skrawania na przyrost odkształceń sprężystych po współrzędnej  $y$  schemat strukturalny obiektu sterowania, układu dynamicznego toczenia wałów sprężysto-odkształcalnych o małej sztywności, może być przekształcony do postaci przedstawionej na rys. 4a, a transmitancja operatorowa obiektu jest określana zależnością:



Rys. 2. Schemat strukturalny układu dynamicznego przy toczeniu wałów sprężysto-odkształcalnych o małej sztywności



Rys. 3. Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego z dodatkowym dodatnim sprzężeniem zwrotnym według siły skrawania  $F_p$

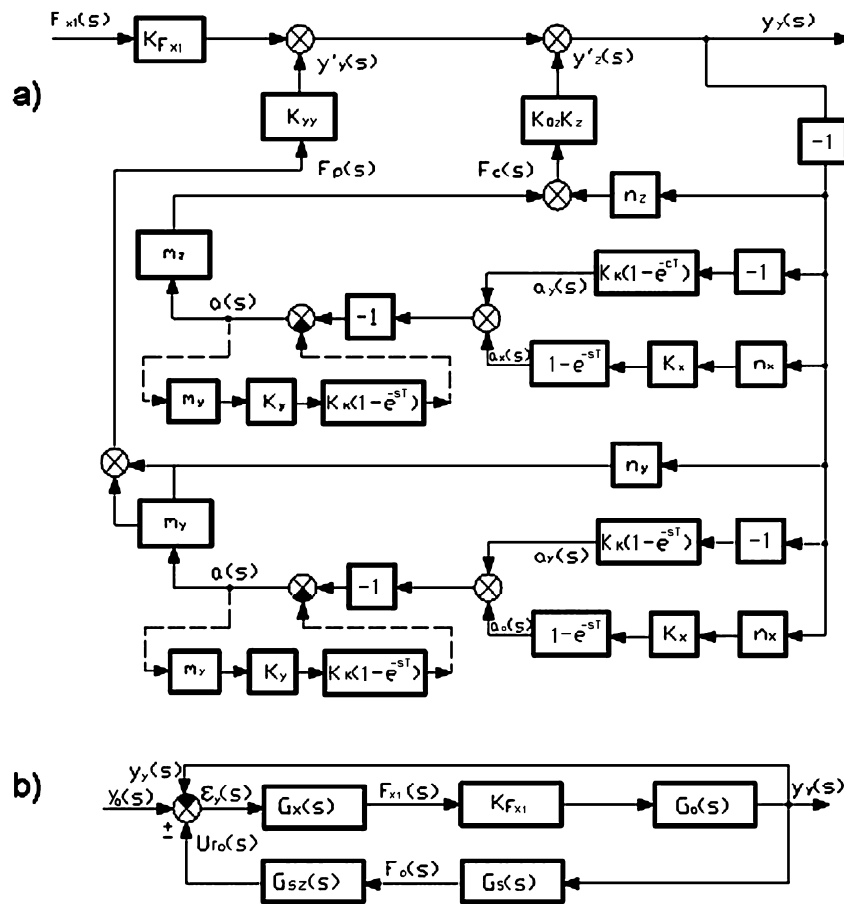


$$G_6(s) = \frac{1 + m_y K_y K_k (1 - e^{-sT}) \times}{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y + (1 - e^{-sT}) \times} \times 1 \times \left[ m_y K_y K_k (1 + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y) + (K_{bz} K_z m_z + K_{yy} m_y) (K_k - n_x K_x) \right] \quad (16)$$

Schemat strukturalny AC z wprowadzonym sprzężeniem zwrotnym odnośnie siły skrawania jest przedstawiony na rys. 4b, gdzie transmitancja operatorowa  $G_5(s)$  jest określana według (12).

Błąd statyczny układu sterowania wnoszony przez oddziaływanie sterujące jest określany jako:

$$\varepsilon_{y1}(s) = y_0(s) \frac{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y - n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz1}(s)}{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y + K_{F_{x1}} G_w(s) [1 + n_y G_{sz1}(s)]} \quad (17)$$



Rys. 4. Schemat strukturalny obiektu sterowania bez uwzględnienia wpływu składowej  $F_p$  siły skrawania na przyrost odkształceń sprężystych po współrzędnej  $y$  - a; schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego ze sprzężeniem zwrotnym odnośnie siły skrawania  $F_p$  - b

W celu eliminacji błędu statycznego  $\varepsilon_{y1}(s)$  wprowadzanego do układu oddziaływaniami sterującymi, strukturę i parametry transmitancji operatorowej dodatniego sprzężenia zwrotnego  $G_{sz1}(s)$  należy określać w następujący sposób:

$$G_{sz1}(s) = \frac{1 + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y}{n_y K_{F_{x1}} G_w(s)} \quad (18)$$

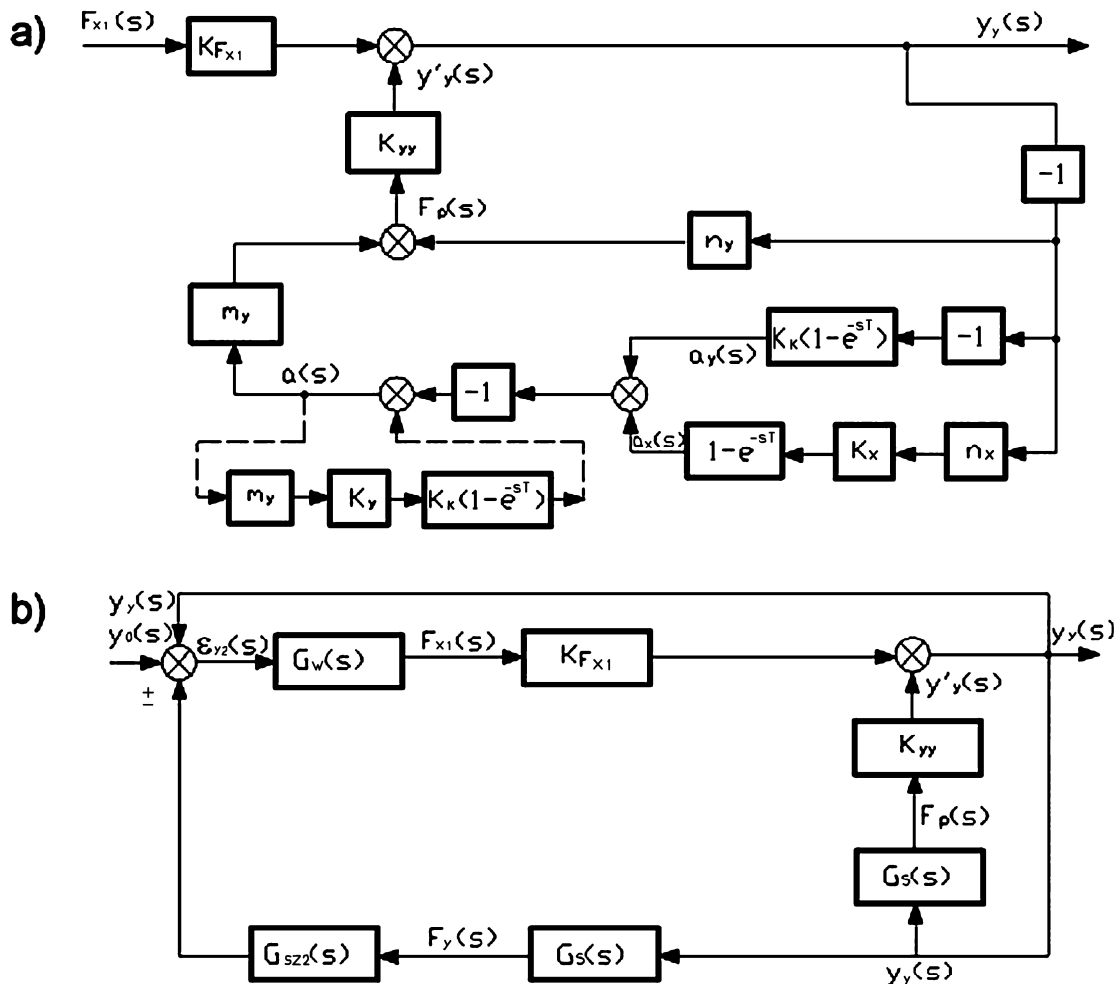
W przypadku, kiedy nie jest uwzględniany wpływ odkształceń sprężystych, po współrzędnych  $z$  i  $x$ , na zmianę głębokości skrawania (po współrzędnej  $y$ ), schemat strukturalny szczególnego modelu układu technologicznego toczenia wału sprężycie-odkształcalnego może być przedstawiony tak, jak na rys. 5a, gdzie transmitancja operatorowa  $G_5(s)$  jest określana przez zależność (12). Schemat strukturalny skorygowanego układu sterowania adaptacyjnego parametrami stanu sprężycie-odkształcalnego wału o małej sztywności, umożliwiające usunięcie błędu statycznego przy wprowadzeniu dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego jest przedstawiony na rys. 5b. Transmitancja operatorowa skorygowanego układu szczególnego modelu określana jest zależnością:

$$\Phi_{sk}(s) = \frac{1 + K_{yy}n_y + n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz2}(s) + m_y (1 - e^{-s\tau})}{1 + K_{yy}n_y + K_{F_{x1}} G_w(s) [1 + n_y G_{sz2}(s)] + m_y (1 - e^{-s\tau})} \times \quad (19)$$

$$\times \frac{[K_K K_y + (K_{yy} + K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz2}(s)) (n_y K_{yy} K_K - K_x n_x + K_K)]}{[K_K K_y (1 + K_{F_{x1}} G_w(s)) + (K_{yy} + K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz2}(s)) (K_K K_{yy} n_y - K_x n_x + K_K)]}$$

Błąd układu sterowania wnoszony przez oddziaływanie sterujące jest określany jako:

$$\varepsilon_{y2}(s) = y_0(s) \frac{1 + K_{yy}n_y - n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz2}(s)}{1 + K_{yy}n_y + K_{F_{x1}} G_w(s) [1 + n_y G_{sz2}(s)]} \quad (20)$$



Rys. 5. Schemat strukturalny szczególnego modelu układu technologicznego toczenia wałów sprężycie – odkształcalnych o małej sztywności – a; schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego – b

W przypadku określania struktury i parametrów sprzężenia zwrotnego według siły skrawania zgodnie z zależnością:

$$G_{sz2}(s) = \frac{1 + K_{yy} n_y}{n_y K_{F_{x1}} G_w(s)}, \quad (21)$$

błąd statyczny  $\varepsilon_{y2}(s)$  odnośnie oddziaływania sterującego przyjmuje wartość równą zero

#### 4. Sterowanie parametrami stanu sprężyscie-odkształcalnego wałów o małej sztywności przy szlifowaniu

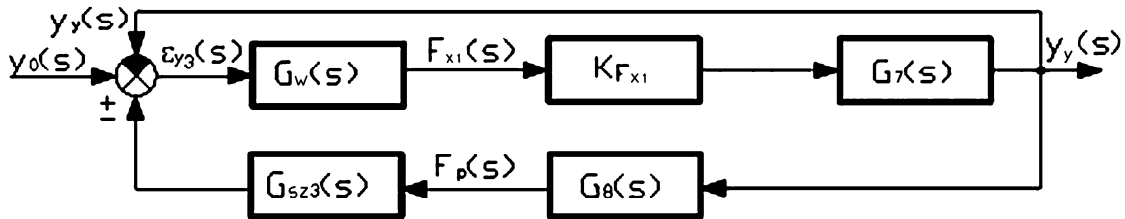
Z modelu uogólnionego układu dynamicznego toczenia części sprężyscie-odkształcalnych, z uwzględnieniem specyfiki kształtowania przekroju ścinania przy szlifowaniu wałów sprężyscie-odkształcalnych o małej sztywności przy posuwach wzdłużnych, otrzymano strukturę obiektu sterowania i opis matematyczny układu [9].

Transmitancja operatorowa UD przy szlifowaniu wzdłużnym jest określana zależnością:

$$G_7(s) = \frac{1 + m_x K_x (1 - e^{-s\tau})}{1 + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + (1 - e^{-s\tau}) [m_x K_x - K_{yy} K_x (m_y n_x - m_x n_y)]}. \quad (22)$$

Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego parametrami stanu wału sprężyscie-odkształcalnego o małej sztywności przy szlifowaniu wzdłużnym pokazano na rys. 6, gdzie:

$$G_8(s) = -\frac{n_y + (1 - e^{-s\tau}) (m_y n_x K_x - m_x n_y K_x)}{1 + m_x K_x (1 - e^{-s\tau})}. \quad (23)$$



Rys. 6. Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego parametrami stanu sprężyscie - odkształcalnego przy szlifowaniu wzdłużnym

Transmitancja operatorowa skorygowanego układu sterowania z uwzględnieniem (22) i (23) przyjmuje postać:

$$\Phi_{sk}(s) = \frac{1 + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + n_y K_{F_{x1}} G_w(s) G_{sz3}(s) + (1 - e^{-s\tau}) \times}{1 + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y + K_{F_{x1}} G_w(s) [1 + n_y G_{sz3}(s)] + (1 - e^{-s\tau}) \times} \times [m_x K_x + (K_{yy} - G_w(s) G_{sz3}(s) K_{F_{x1}}) (n_y - K_x n_x m_y)] \cdot \quad (24)$$

$$\frac{1}{\times [m_x K_x (1 + G_w(s) K_{F_{x1}}) + (K_{yy} - G_w(s) G_{sz3}(s) K_{F_{x1}}) (n_y - K_x n_x m_y)]}$$

Jeżeli strukturę i parametry transmitancji operatorowej dodatniego sprzężenia zwrotnego  $G_{sz3}(s)$  określić jako:

$$G_{sz3}(s) = \frac{1 + K_{xy} n_x + K_{yy} n_y}{n_y K_{F_{x1}} G_w(s)}, \quad (25)$$

to z zależności (20) wynika, że błąd statyczny, wnoszony do układu sterowania adaptacyjnego przy szlifowaniu wzdłużnym oddziaływaniem sterującym  $y_0(s)$ , może być wyeliminowany.

## 5. Podsumowanie

Analiza funkcjonowania układów sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi układu technologicznego wykazuje, że w warunkach dynamicznych są one statyczne zarówno w wyniku oddziaływania sterującego, jak i zakłócającego. Prowadzi to do błędów względnego położenia części i ostrza skrawającego. Optymalne struktury układów sterowania, w tym opracowanych układów sterowania adaptacyjnego, umożliwiają zwiększenie jakości (dokładności) obróbki.

Opracowano sposób korekty ustawienia układu technologicznego w wyniku zastosowania sterowania adaptacyjnego posuwem wzdłużnym oraz dodatkowymi oddziaływaniami siłowymi, wywołującymi stan sprężysto-odkształcalny – do układu sterowania parametrami dokładności i jakości wprowadzono dodatkowe sprzężenie zwrotne odnośnie siły skrawania, umożliwiające wyeliminowanie (przy sterowaniu) błędów statycznych oddziaływania sterującego oraz zakłócającego.

Uzyskano warunki określania struktury parametrów dodatkowego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania, gwarantujące wyeliminowanie błędów statycznych i nadające jej właściwości adaptacyjne.

## Literatura

1. Halas W, Taranenko V, Swic A, Taranenko G. Investigation of influence of grinding regimes on surface tension state. Berlin, Heidelberg: Springer – Verlag. Lecture Notes In Artificial Intelligence, 2008; 5027: 749–756.
2. Marchelek K.: Dynamika obrabiarek, WNT: Warszawa, 1991.
3. Kujan K. Badania i analiza powtarzalności rozkładu odchyłek geometrycznych w procesie obróbki skrawaniem. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2008; 3(39): 45–52.
4. Ratchev S, Liu S, Huang W, Becker A A. A flexible force model for end milling of low-rigidity parts. Journal of Materials Processing Technology. Proceedings of the International Conference in Advances in Materials and Processing Technologies. 2004; 153-154: 134-138.
5. Ratchev S, Liu S, Huang W, Becker A A. Milling error prediction and compensation in machining of low-rigidity parts. International Journal of Machine Tools and Manufacture 2004; 15(44): 1629-1641.
6. Ratchev S, Govender E, Nikov S. Towards deflection prediction and compensation in machining of low-rigidity parts. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers - Part B 2002; 1(216): 129-134.
7. Świć A, Taranenko W, Szabelski J. Modelling dynamic systems of low-rigid shaft grinding. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2011, 2 (50): 13 – 24.
8. Taranenko W, Świć A. Urządzenia sterujące dokładnością obróbki maszyn o małej sztywności. Lublin: Politechnika Lubelska, 2006.
9. Taranenko W, Taranenko G, Szabelski J, Świć A. Identyfikacja układu dynamicznego szlifowania wałów o małej sztywności. Modelowanie Inżynierskie 2008, 4(35): 115 – 130.
10. Taranenko G, Taranenko W, Świć A, Szabelski J. Modelling of dynamic system of low-rigidity shaft machining. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2010, 4 (48): 4–15.