

Dr inż. Jarosław Latałski

Katedra Mechaniki Stosowanej
Wydział Mechaniczny
Politechnika Lubelska
ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin
e-mail: j.latałski@pollub.pl

Modelowanie w systemie ABAQUS piezoelektrycznych elementów aktywnych typu MFC

Słowa kluczowe: przetwornik piezoelektryczny, elementy aktywne, metoda elementów skończonych, ABAQUS

Streszczenie: W pracy przedstawiono sposób efektywnego modelowania kompozytowych elementów piezoelektrycznych metodą elementów skończonych. W systemie ABAQUS przygotowano makroskopowy model elementu aktywnego typu MFC wykorzystującego efekt piezoelektryczny d_{33} . W dalszej kolejności przeanalizowano wielowarstwową belkę kompozytową z naklejonym badanym elementem aktywnym. Numerycznie zbadano prosty i odwrotny efekt piezoelektryczny, wyznaczając odpowiednio wartości napięć na zaciskach elementu aktywnego przy wymuszonym odkształceniu układu oraz ugięcia statyczne przy różnych wartościach napięcia zasilającego. Rezultaty tych analiz porównano z wynikami rzeczywistych pomiarów przeprowadzonych na stanowisku laboratoryjnym. Opracowany model numeryczny wykorzystano do próby wykrycia symulowanego uszkodzenia materiału kompozytowego.

1. Wprowadzenie

W latach osiemdziesiątych minionego stulecia pojawiło się zainteresowanie materiałami, które z czasem zaczęto określać jako inteligentne. Do grupy tej zalicza się m.in. stopy z pamięcią kształtu (ang. *shape memory alloys* – SMA), płyny magneto- i elektroreologiczne oraz materiały piezoelektryczne, a wśród nich tytanian cyrkonowo-ołowiowy (PZT), tytanian baru (BaTiO_3) oraz polimer PVDF tj. dwufluorek poliwinylidenu. Wraz z ich stopniowym upowszechnieniem, w połowie lat dziewięćdziesiątych zapoczątkowano prace zmierzające do wykorzystania tej grupy materiałów do monitorowania stanu konstrukcji (ang. *Structural Health Monitoring*) i oceny jej

niezawodności. Jednym z bardziej obiecujących kierunków prowadzonych prac było zastosowanie materiałów piezoceramicznych [3], [4] i piezoelektrycznych kompozytów włóknistych (ang. *Micro Fiber Composite*). Realizowane projekty badawcze potwierdziły dużą przydatność [9], [11] elementów typu MFC do monitorowania stanu technicznego konstrukcji, a także m.in. do tłumienia drgań, odzyskiwania energii itd.

Zwraca uwagę fakt, że w prowadzonych obecnie pracach kładzie się nacisk nie tylko na badanie konstrukcji w warunkach laboratoryjnych bądź też w rzeczywistych warunkach eksploatacji. Istotną rolę w analizie i projektowaniu systemów monitorowania konstrukcji odgrywają symulacje numeryczne [5].

Zasadniczym problemem analizy konstrukcji z elementami piezoelektrycznymi jest wzajemna interakcja pomiędzy oddziaływaniami elektrycznymi i mechanicznymi patrz zależności (1) i (2). W związku z tym ściśle rozwiązanie równań konstytutywnych modelu jest możliwe tylko w najprostszyc przypadkach np. analizy statycznej tarcz kołowsymerycznych. Rozwiązania analityczne dla bardziej złożonych geometrii i obciążeń wymuszają przyjęcie wielu uproszczeń. W konsekwencji prowadzi to do istotnych rozbieżności między spodziewaną a rzeczywistą odpowiedzią układu [7].

Złożoność wspomnianych zjawisk wymusza zatem zastosowanie przybliżonych metod rozwiązań. Naturalnym wyborem pozostają metody numeryczne, a w szczególności metoda elementów skończonych. Zasadniczą zaletą tej metody jest bowiem możliwość analizowania zjawisk w konstrukcjach złożonych poprzez ich podział na elementy proste, dla których możliwe jest rozwiązanie równań równowagi. Chociaż pierwsze próby implementacji opisu zjawisk piezoelektrycznych do komercyjnych programów MES zostały zapoczątkowane pod koniec lat osiemdziesiątych, to nawet dziś są one dostępne jedynie w wybranych systemach.

W świetle powyższych faktów celem niniejszej pracy jest opracowanie metody makroskopowego modelowania w wybranym systemie elementów skończonych piezoelektrycznych elementów aktywnych wykonanych z kompozytów włóknistych. Zaprezentowana efektywna metoda modelowania umożliwi prowadzenie na dalszym etapie badań symulacyjnych wykorzystania elementów MFC do oceny stanu konstrukcji – np. wykrywania zjawisk delaminacji (eksperymenty przedstawione w pracy [8]), propagacji pęknięć itd. Możliwe będzie także prowadzenie badań symulacyjnych np. aktywnego wpływu na warunki eksploatacji urządzeń poprzez ograniczenie drgań lub też badań nad odzyskiwaniem energii.

2. Modele matematyczne materiałów piezoelektrycznych

Zastosowanie materiałów piezoelektrycznych w konstrukcjach inżynierskich wymaga znajomości nie tylko ich własności wytrzymałościowych, ale także i znajomości modeli opisujących zachowanie się tych materiałów pod wpływem obciążeń elektro mechanicznych.

Jednymi z pierwszych i istotniejszych prac zmierzających do wyprowadzenia liniowych równań konstytutywnych materiałów piezoelektrycznych (ang. *Linear Piezoelectric Constitutive Equations LPCE*) były modele opracowane przez D.A. Berlincourt i D.R. Curran oraz H. Jaffe [12]. Pomimo przyjęcia kilku uproszczeń, dotyczących m. in. pominięcia efektu koercji, zmian struktury krystalograficznej materiału i innych anomalii, modele te dobrze opisują rzeczywiste zachowanie się rozważanych materiałów. Z uwagi na liniowy charakter zjawiska piezoelektryczności w zakresie niewielkich i średnich napięć oraz wartości pól elektrycznych, modele te są powszechnie stosowane także i współcześnie.

Model konstytutywny materiałów piezoelektrycznych sprowadza się do układu dwu zależności macierzowych (wg notacji Mandela Voigta), opisujących wzajemną interakcję oddziaływań mechanicznych i elektrycznych [6]

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}^E \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{d}^T \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{d}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\xi}^\sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

gdzie: $\boldsymbol{\varepsilon}$ – wektor odkształceń (-), \mathbf{S}^E – macierz podatności (m^2/N) wyznaczona przy stałej wartości pola elektrycznego, $\boldsymbol{\sigma}$ – wektor naprężeń (N/m^2), \mathbf{d} – macierz współczynników odkształceń piezoelektrycznych (m/V), \mathbf{E} – macierz natężenia pola elektrycznego (V/m), \mathbf{D} – wektor „przemieszczeń elektrycznych” (C/m^2), $\boldsymbol{\xi}^\sigma$ – macierz współczynników przenikalności dielektrycznej materiału ($\text{F}/\text{m} = \text{C}/\text{m}\cdot\text{V}$) wyznaczona przy stałej wartości pola naprężeń.

Równanie pierwsze powyższego układu jest tzw. równaniem wykonawczym i opisuje odwrotne zjawisko piezoelektryczne tj. odkształcenie próbki pod wpływem pola elektrycznego. Drugie równanie (2) jest równaniem pomiarowym i opisuje efekt bezpośredni czyli indukowanie ładunku elektrycznego pod wpływem obciążeń mechanicznych. Przedstawiony powyżej opis jest tzw. opisem odkształceniowym tzn. zmienną zależną jest wektor (tensor) odkształcenia.

Układ zależności (1)–(2) jest także często zapisywany w innej formie w tzw. postaci naprężeniowej

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^E \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\xi}^\varepsilon \mathbf{E} \quad (4)$$

gdzie: \mathbf{C}^E – macierz sztywności (N/m^2) wyznaczona przy stałej wartości pola elektrycznego, \mathbf{e} – macierz współczynników naprężeń piezoelektrycznych ($\text{N}/\text{m}\cdot\text{V} = \text{C}/\text{m}^2$) (indeks T oznacza transpozycję macierzy), a $\boldsymbol{\xi}^\varepsilon$ – macierz współczynników przenikalności dielektrycznej (F/m) wyznaczona przy stałej wartości pola odkształceń.

Sformułowanie naprężeniowe częściej spotyka się w zagadnieniach analizowanych metodą elementów skończonych, gdzie zmienną niezależną jest odkształcenie, a pozostałe zmienne są wyrażane w funkcji tej wielkości. W innych zagadnieniach, w tym m.in. w analizie płyt cienkich w płaskim stanie naprężenia, częściej korzysta się z opisu odkształceniowego.

Operuje się zatem dwoma macierzami współczynników piezoelektrycznych d_{ij} i e_{ij} definiowanymi zależnościami:

$$d_{ij} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial \sigma_j} \right)^E = \left(\frac{\partial \varepsilon_j}{\partial E_i} \right)^\sigma \quad e_{ij} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial \varepsilon_j} \right)^E = - \left(\frac{\partial \sigma_j}{\partial E_i} \right)^\varepsilon \quad (5)$$

i wzajemnie powiązanymi poprzez stałe materiałowe zależnością

$$\mathbf{d} = \mathbf{e}\mathbf{S}^E \quad (6)$$

Należy zwrócić uwagę, że macierze \mathbf{d} i \mathbf{e} współczynników piezoelektrycznych występujące w powyższych równaniach konstytutywnych są wyznaczone przy zastrzeżeniu zachowania stałej wartości jednej z wielkości E, ε i σ , jak również i przy założeniu stałej temperatury próbki materiału. W rozważaniach praktycznych przyjmuje się zatem, że wpływ zmian temperatury układu (np. w wyniku strat mechanicznych, elektrycznych itd.) na wartości tych współczynników, podobnie jak i na pozostałe stałe materiałowe, jest pomijalny.

Dla układów przestrzennych równania macierzowe (1-2) po rozwinięciu zapisu uzyskują

następującą postać

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} & d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{44} & S_{35} & S_{36} & d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} & d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} & d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{36} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & \xi_{11} & \xi_{12} & \xi_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & \xi_{21} & \xi_{22} & \xi_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & \xi_{31} & \xi_{32} & \xi_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Należy zwrócić uwagę, że współczynniki ($S_{11}, S_{22}, \dots, \xi_{33}$) znajdujące się na głównej przekątnej macierzy w powyższej zależności reprezentują efekty czysto mechaniczne i ferroelektryczne. Wzajemne sprzężenie zjawisk elektromechanicznych jest natomiast reprezentowane przez współczynniki leżące poza główną przekątną macierzy. Wartości tych współczynników odpowiadają bowiem wystąpieniu odkształceń pod wpływem pola elektrycznego i indukowaniu ładunku elektrycznego pod wpływem pola naprężeń. Dlatego też wartości tych współczynników są istotnym parametrem do porównywania względnej „siły” różnych materiałów piezoelektrycznych.

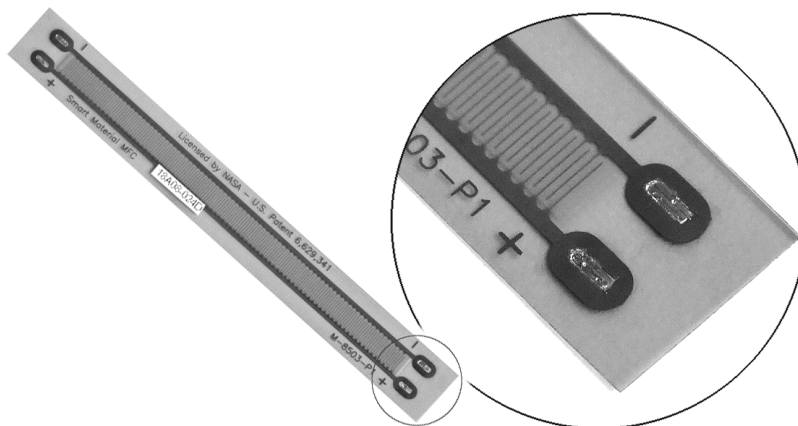
Powyższy zapis istotnie upraszcza się dla materiałów o sieci krystalograficznej 4mm (np. tytanian cyrkonowo-ołowiowy PZT, tytanian baru BaTiO) lub o sieci 6mm [6]. Związane jest to z symetrią własności sprężystych, elektrycznych i elektromechanicznych. Przyjmując zgodnie z wytycznymi normy ANSI IEEE 176, że oś polaryzacji (i jednocześnie normalna do płaszczyzny 1-2 izotropii poprzecznej) pokrywa się z kierunkiem (tj. 3) równania konstytutywne (7) przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ S_{21} & S_{11} & S_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ S_{31} & S_{31} & S_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \xi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \xi_{22} & 0 \\ d_{13} & d_{13} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

W praktyce najczęściej spotyka się elementy aktywne wykorzystujące bądź efekt d_{33} bądź efekt d_{31} . Efekt d_{33} wymusza odkształcenie elementu aktywnego wzdłuż kierunku działania pola elektrycznego (i kierunku polaryzacji materiału); natomiast w drugim przypadku odkształcenie następuje w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku działającego pola elektrycznego.

3. Model numeryczny elementu piezoelektrycznego i jego weryfikacja

Do badań numerycznych i stanowiskowych wybrano element piezoelektryczny firmy Smart Material Corp., Sarasota (FL) USA o oznaczeniu handlowym M-8503-P1, który przedstawiono na Rycinie 1. Jest to element aktywny, w którym odkształcenie wymuszane jest efektem d_{33} .



Rycina 1: Element aktywny M-8503-P1 firmy Smart Material Corp., Sarasota (FL) USA

Z uwagi na segmentową budowę elementu piezoelektrycznego (w analizowanym przypadku element posiadał 170 sekcji z elektrodami oddalonymi o 0,5 mm od siebie – patrz Rycina 1) nie modelowano dokładnej struktury elementu w skali mikro. Celem pracy było bowiem opracowanie techniki uproszczonego modelowania tego typu elementów, dającej dużą zgodność danymi katalogowymi wytwórcy i wynikami rzeczywistych eksperymentów.

W zaproponowanym podejściu zastosowano zastępczy model materiału ortotropowego, definiując element piezoelektryczny jako jednorodną strukturę, do której na końcach przyłożone zostało napięcie elektryczne. Rozważany przetwornik został więc zasymulowany w systemie ABAQUS za pomocą objętościowych elementów bryłowych typu C3D20E, tj. 20-węzłowych elementów 2-go rzędu, posiadających w każdym węźle po 3 translacyjne stopnie swobody oraz dodatkowy stopień swobody związany z właściwościami piezoelektrycznymi materiału.

Zgodnie z danymi podawanymi przez producenta wartość współczynnika d_{33} określona dla pojedynczej pary elektrod w elemencie aktywnym M-8503-P1 zależy od natężenia pola elektrycznego. Dla małych wartości ($|E| < 1$ kV/mm) d_{33} wynosi $400 \cdot 10^{-12}$ m/V, dla dużych zaś wartości pola ($|E| > 1$ kV/mm) $d_{33} = 460 \cdot 10^{-12}$ m/V. Takie też dane – po wymnożeniu przez liczbę 170 sekcji elementu (patrz Rycina 1) – przyjęto wstępnie w przygotowanym modelu.

Własności mechaniczne i dielektryczne elementu aktywnego M-8503-P1 zdefiniowano w oparciu o dane producenta przyjmując:

- materiał sprężysty o właściwościach ortotropowych i modułach Younga $E_1 = E_2 = 15857$ MPa, $E_3 = 30336$ MPa, modułach Kirchhoffa $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 5515$ MPa oraz współczynnikach Poissona $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,31$,
- izotropowy model ferroelektryka, tj. materiał o jednakowej wartości

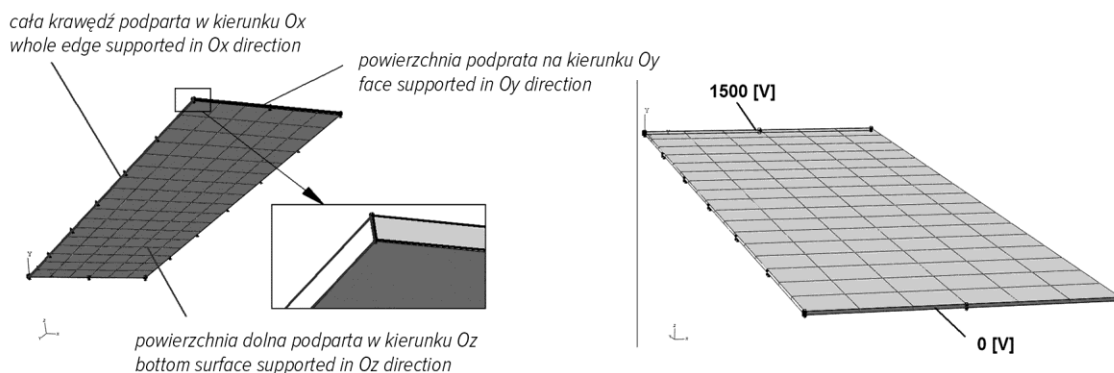
$\xi = 8 \cdot 10^{-9}$ F/m wszystkich wyrazów na głównej przekątnej macierzy przenikalności dielektrycznej ξ (por. zależność (8)).

Weryfikacja modelu

Weryfikację przyjętych założeń modelowych przeprowadzono analizując zachowanie elementu piezoelektrycznego w dwu stanach obciążenia omówionych w dokumentacji fabrycznej przetwornika. W tym celu określono wartości odkształceń elementu swobodnego (ang. *free strain test*) oraz wyznaczono siłę reakcji układu z obustronnym ograniczeniem przemieszczeń (ang. *blocking force*).

Mechaniczne i elektryczne warunki brzegowe dla potrzeb wyżej wymienionych analiz zdefiniowano w sposób następujący:

- układ swobodny (*free strain*) – węzłom znajdującym się na dolnej powierzchni elementu piezoelektrycznego zablokowano translacyjne stopnie swobody u_z , węzłom na dłuższej krawędzi elementu zablokowano translacyjne stopnie swobody u_x , natomiast węzłom na krótszej krawędzi zablokowano przemieszczenia u_y ; ponadto do krótszych krawędzi elementu piezoelektrycznego przyłożone zostało obciążenie potencjałem elektrycznym – elektroda ujemna 0 V oraz elektroda dodatnia 1500 V. Zdefiniowane w powyższy sposób warunki brzegowe dla materiału piezoelektrycznego przedstawiono na Rycinie 2.
- układ zablokowany (*blocking force test*) – warunki brzegowe określono w sposób analogiczny jak dla układu swobodnego, dodając jedynie na drugiej krótszej krawędzi blokadę przesunięcia $u_y = 0$.



Rycina 2: Przyjęte warunki brzegowe w obliczeniach sprawdzających model badanego przetwornika piezoelektrycznego

Wyniki przeprowadzonych analiz wykazały dużą rozbieżność w stosunku do danych podawanych przez producenta – tj. odkształcenie ε_y w układzie swobodnym $1050 \cdot 10^{-6}$ oraz wartość siły reakcji R_y dla układu zablokowanego 28,00 N. Błąd wartości siły blokującej wyniósł 17-33% (+32,7 – +37,58 N), błąd odkształcenia w teście elementu swobodnego 16-31%

($1206 - 1363 \cdot 10^{-6}$). Uznano zatem, że do uzyskania zadowalającej zbieżności wyników w obydwu rozważanych zakresach natężenia pola elektrycznego koniecznym jest skorygowanie wartości przyjętego współczynnika d_{33} . Minimalizując wartości błędu w teście siły blokującej oraz w teście swobodnego odkształcenia w zależności od stałej piezoelektrycznej d_{33} ustalono, że w przyjętym sposobie makroskopowego modelowania elementu M-8503-P1 wartość tego parametru winna wynosić $59,0 \cdot 10^{-9}$ m/V. Przeprowadzono oba testy przy skorygowanej wartości d_{33} i uzyskano następujące rezultaty – odkształcenie ε_y w układzie swobodnym $1040 \cdot 10^{-6}$ oraz wartość siły reakcji R_y dla układu zablokowanego 28,46 N. Otrzymane wyniki obliczeń numerycznych dla skorygowanej wartości wykazują dużą zbieżność w stosunku do danych producenta (odpowiednio $1050 \cdot 10^{-6}$ i 28,00 N), potwierdzając tym samym poprawność zaproponowanej metodyki modelowania makroskopowego elementów typu MFC.

4. Analiza belki kompozytowej z elementem aktywnym

Celem zobrazowania możliwości opracowanego modelu zastępczego elementu piezoelektrycznego przewidziano dwa eksperymenty. W pierwszym przeanalizowano wzorcową belkę wykonaną z materiału kompozytowego z naklejonym elementem aktywnym M-8503-P1. Przeprowadzono próby, w których badano prosty i odwrotny efekt piezoelektryczny – tj. rejestrowano napęcia na zaciskach piezoelektryka przy wymuszonym ugięciu belki oraz ugięcia belki kompozytowej pod wpływem napięcia przyłożonego do zacisków elementu PZT. Wyniki pomiarów laboratoryjnych zostały następnie zweryfikowane w eksperymencie numerycznym w systemie ABAQUS. W obliczeniach wykorzystano opracowany i sprawdzony w poprzednim kroku model MES elementu aktywnego.

Etap drugi badań obejmował modelowanie MES tej samej belki kompozytowej z symulowanym uszkodzeniem struktury materiału. Uszkodzenie polegające na przerwaniu włókien wzmacniających w kompozycie (lub ich wysuwaniu z (ang. pull-out) będącego wynikiem pęknięcia ich połączenia adhezyjnego z wypełniaczem) zasymulowano poprzez lokalną zmianę sztywności elementu kompozytowego. Dla tak zasymulowanego uszkodzenia wyznaczono napięcie na zaciskach elementu aktywnego pod wpływem wymuszonego odkształcenia belki.

4.1. Model i badania numeryczne belki

Zweryfikowany model przetwornika piezoelektrycznego wykorzystano do analizy statycznej belki kompozytowej z naklejonym elementem aktywnym M-8503-P1. Badano zachowanie jednostronnie utwierdzonej belki kompozytowej wykonanej z jednokierunkowej taśmy kompozytu szklano epoksydowego z żywicą Prime 20 (Sicommin 8100 + utwardzacz 8824, udział włókien 50% – dane wg. wytwórcy tj. firmy Macro Composites – UK). W badanej belce kolejne warstwy laminatu zostały ułożone w sekwencji 0/90/+45/-45/+45/90/0 (względem osi O_y skierowanej wzdłuż belki), zaś przetwornik piezoelektryczny M-8503-P1 naklejono bezpośrednio przy utwierdzonej krawędzi i tylko z jednej strony belki. Schemat ogólny badanego układu oraz główne wymiary przedstawia Rycina 3.

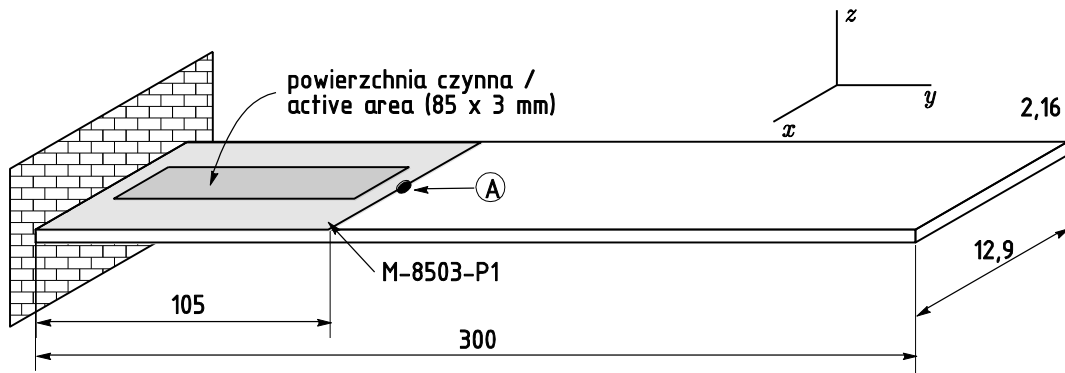


Figure 3: Schemat badanej belki kompozytowej

Kompozyt belki zdefiniowano jako typ Lamina, który umożliwia odwzorowanie poszczególnych warstw laminatu jako materiał ortotropowy w płaskim stanie naprężenia. Przyjęto następujące dane materiałowe podane przez producenta: moduł Younga w kierunku włókien $E_1 = 20000$ MPa, moduł Younga w kierunku poprzecznym $E_2 = 2000$ MPa, moduł Kirchhoffa $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 9800,7$ MPa oraz liczba Poissona $\nu_{12} = 0,26$. Właściwości materiału kompozytowego modelowano wykorzystując technikę modelowania laminatu Layup-Ply [1], opartą na elementach powłokowych. Wykorzystano w tym celu elementy typu S8R, tj. 8-węzłowe elementy skończone, drugiego rzędu o zredukowanym sposobie całkowania.

Materiał aktywny elementu piezoelektrycznego M-8503-P1 zdefiniowano analogicznie jak w poprzednim etapie, przyjmując skorygowaną w obliczeniach weryfikacyjnych modelu przetwornika wartość współczynnika $d_{33} = 59,0 \cdot 10^{-9}$ m/V, pozostałe zaś współczynniki macierzy odkształceń piezoelektrycznych przyjęto równe 0. Wielkość powierzchni czynnej piezoelektryka podano z katalogu producenta $85 \times 3 \times 0,3$ mm. Piezoelektryk połączono z modelem belki poprzez zastosowanie interakcji typu TIE, zapewniających „zszycie” siatek elementów skończonych. Zabieg ten powoduje powiązanie odpowiednich stopni swobody łączonych węzłów obu materiałów. Mechaniczne warunki brzegowe układu zdefiniowano poprzez utwierdzenie krótszej krawędzi belki. Ostatecznie opracowany model składał się 317 elementów (belka 300, piezoelektryk 17) i 1243 węzłów i miał 7034 stopni swobody. Dyskretny model badanego układu oraz ułożenie warstw laminatu zaprezentowano na Rycinie 4.

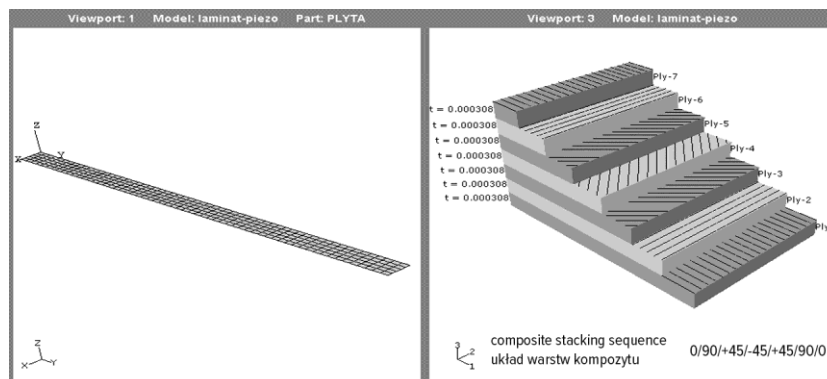


Figure 4: Discrete model of the composite beam and layout of individual layers (orientation of fibers in direction 1 corresponds to O_y axis)

Obliczenia statyczne analizowanej belki kompozytowej z naklejonym elementem piezoelektrycznym przeprowadzono symulując obciążenie dodatniej elektrody przetwornika napięciem o wartości od 0 V do 1500 V i jednocześnie utrzymując wartość 0 V na elektrodzie ujemnej (patrz schemat zamieszczony na Rycinie 2). Wyznaczono ugięcia belki przy różnych wartościach napięć zasilających; miarą ugięcia było przemieszczenie pionowe punktu znajdującego się na krawędzi elementu aktywnego – punkt A na Rycinie 3. Badano także efekt odwrotny – tj. wyznaczono wartości napięć na zaciskach piezoelementu w zależności od wymuszonego ugięcia układu.

4.2. Badania laboratoryjne

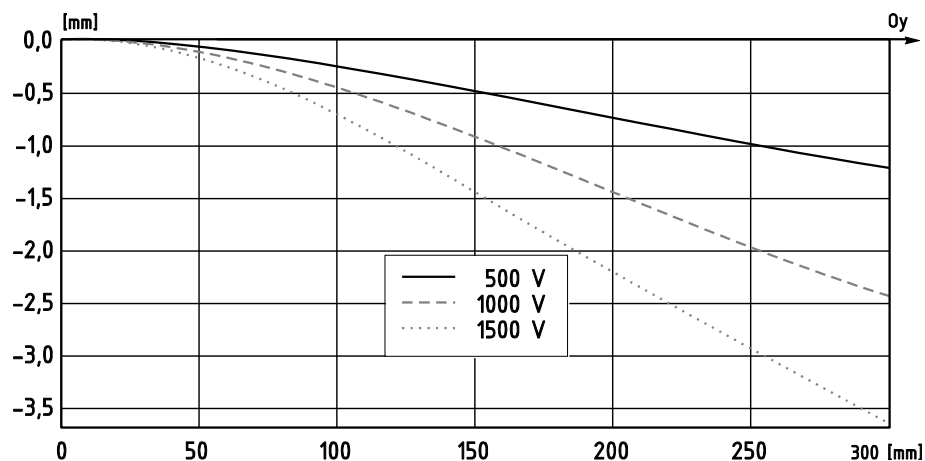
Badania stanowiskowe przeprowadzono w Laboratorium Mechaniki i Wytrzymałości Materiałów Politechniki Lubelskiej. Belkę kompozytową zamocowano w imadle warsztatowym. Układ został zasilony napięciem z zasilacza prądu stałego z regulowanym dzielnikiem rezystancyjnym. Żądane wartości napięć zasilających uzyskano za pomocą wzmacniacza firmy Smart Materials model PA05039. Dla tak ustalonych napięć badano ugięcie belki. W drugim etapie badań realizowano zadanie odwrotne – tzn. badano wartości napięcia na zaciskach elementu aktywnego pod wpływem mechanicznego odkształcenia belki. Zadane wartości odkształceń belki kompozytowej realizowano za pomocą śruby mikrometrycznej. Ogólny widok stanowiska badawczego przedstawiono na Rycinie 5.



Rycina 5: Widok ogólny stanowiska laboratoryjnego

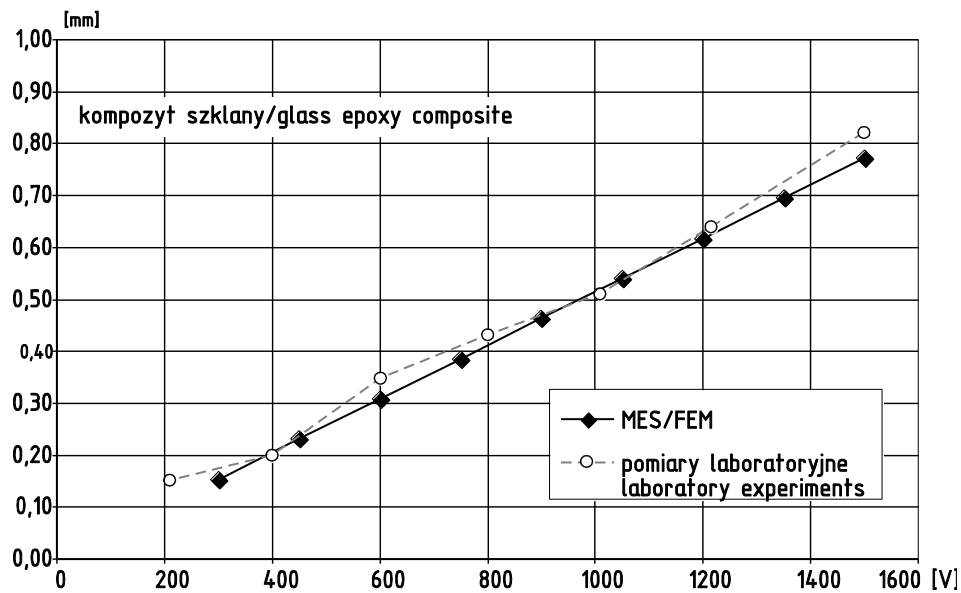
4.3. Zestawienie wyników

Wyniki prowadzonych obliczeń numerycznych zaprezentowano w formie graficznej. Na Rycinie 6 przedstawiono wyznaczoną w systemie ABQUS linię ugięcia próbki przy obciążeniu elementu piezoelektrycznego trzema wartościami napięć zasilających: 500, 1000 oraz 1500 V. Na osi poziomej zaznaczono współrzędną mierzoną wzdłuż długości belki (Oy), natomiast na osi pionowej przedstawiono wartość ugięcia belki w mm.



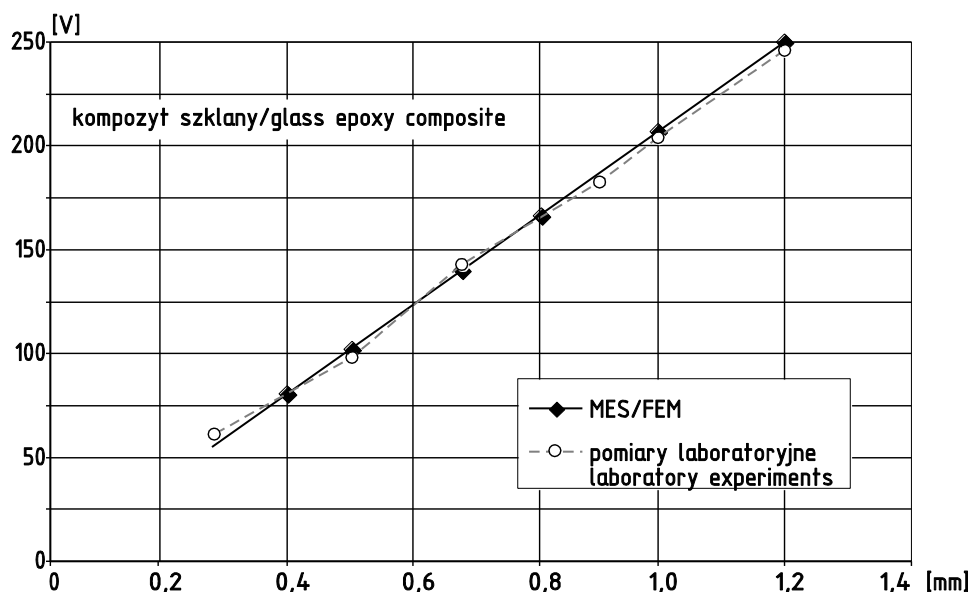
Rycina 6: Linia ugięcia analizowanej belki kompozytowej przy różnych wartościach napięć zasilających

Na Rycinie 7 przedstawiono natomiast porównanie rezultatów symulacji numerycznych i wyników pomiarów stanowiskowych odwrotnego efektu piezoelektrycznego. Wyznaczono przemieszczenia punktu znajdującego się na krawędzi elementu aktywnego (patrz Rycina 3) w zależności od wartości napięcia zasilającego.



Rycina 7: Zestawienie wyników obliczeń numerycznych i pomiarów laboratoryjnych ugięć belki kompozytowej z elementem aktywnym w zależności od napięcia zasilającego

Na Rycinie 8 zestawiono wyniki pomiarów w trakcie badania prostego zjawiska piezoelektrycznego. Wymuszono ugięcie belki za pomocą śruby mikrometrycznej i jednocześnie rejestrowano wartości napięć na zaciskach elementu aktywnego. Otrzymane wyniki zestawiono z rezultatami symulacji w systemie ABAQUS wykorzystującej opisaną technikę efektywnego modelowania elementów aktywnych.



Rycina 8: Zestawienie wyników symulacji numerycznych i pomiarów laboratoryjnych badania prostego efektu piezoelektrycznego

We wszystkich przeprowadzonych próbach uzyskano wysoką zgodność wyników symulacji numerycznej i eksperymentu. Rozbieżność wyników w badanych punktach nie przekroczyła 6%.

4.4. Badanie numeryczne belki z uszkodzeniem

Rezultaty powyższego porównania skłoniły do wykorzystania zaproponowanego modelowania elementów PZT typu MFC do potwierdzenia metodą elementów skończonych faktu uszkodzenia materiału kompozytowego. Symulowane uszkodzenie polegało na zerwaniu włókien (lub ich oderwaniu od struktury wypełniacza).

Makroskopowe, uproszczone odwzorowanie tego typu uszkodzeń włókien wzmacniających polega na „usunięciu” części z nich z równań konstytutywnych, w których wyznacza się zastępcze moduły sztywności wzdłużnej i postaciowej [2]. Przyjmując, że włókna skierowane są wzdłuż osi O_x moduły sztywności pojedynczej warstwy laminatu wyznaczone metodą mieszanin dane są zależnościami [10]:

$$E_{xx} = E_f V_f + E_m V_m$$

$$E_{yy} = E_m \frac{1 + \alpha V_f}{1 - V_f}$$

$$\nu_{xy} = V_f \nu_f + V_m \nu_m$$

gdzie indeksy x i y wskazują kierunki główne warstwy, V oznacza względny udział objętościowy składnika, indeks „ f ” oznacza włókno, zaś indeks „ m ” oznacza materiał matrycy, zaś współczynnik α dany zaś jest zależnością:

$$\alpha = \frac{E_f / E_m - 1}{E_f / E_m + 1}$$

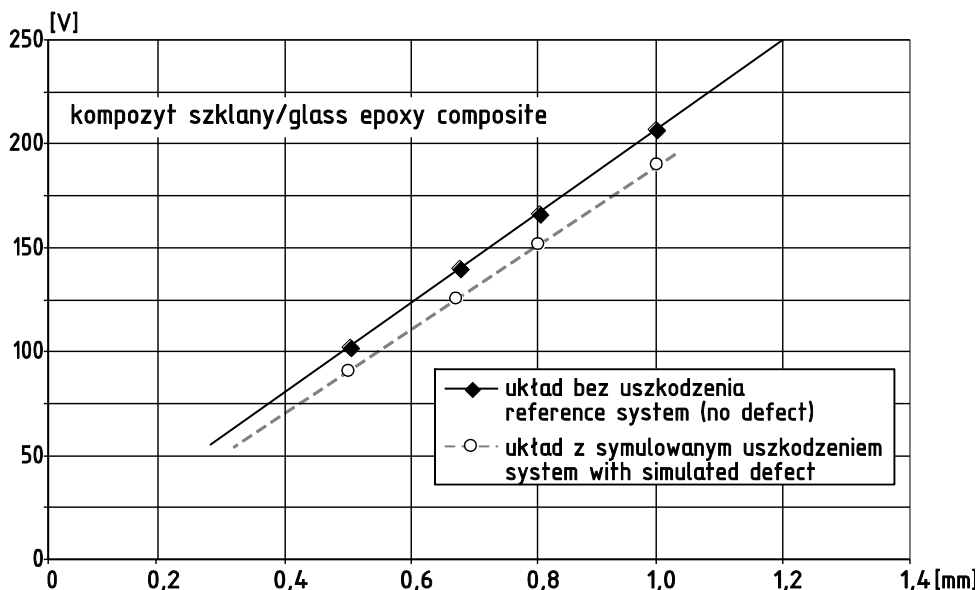
Na podstawie powyższych zależności można sformułować równania konstytutywne wynikające ze zmiany sztywności materiału kompozytowego będącej wynikiem zerwania włókien bądź oderwania ich powierzchni od wypełniacza.

Przyjmując, że udział włókien w uszkodzonym kompozycie wynosi V_{df} , wartość modułów sztywności E zmniejszają się do [2]:

$$E_{xx} = E_f V_{df} + E_m (1 - V_{df}) \quad E_{yy} = E_m \frac{1 + \alpha V_{df}}{1 - V_{df}}$$

Do obliczeń MES wykorzystano ten sam model numeryczny belki kompozytowej z elementem aktywnym, który opracowano do potrzeb badania prostego i odwrotnego efektu piezoelektrycznego. Uszkodzenie materiału zasymulowano poprzez wprowadzenie zmniejszonych sztywności lamin materiału kompozytowego na odcinku o długości 20 mm w odległości 2 mm od utwierdzonego końca belki. Założono, że w wyniku uszkodzenia udział objętościowy włókien V_{df} zmniejszył się do 0.25. Wyznaczano wartości napięcia elektrycznego dla różnych ugięć belki określonych pionowym przemieszczeniem punktu A (Rycina 3). Otrzymane wyniki zestawiono w formie graficznej z rezultatami wcześniejszych symulacji układu bez uszkodzeń – Rycina 9.

Uzyskane rezultaty wskazują, że wartości rejestrowanych napięć są mniejsze o ok. 8% w porównaniu do układu bez uszkodzeń. Różnice wyznaczonych napięć przekraczają zatem wartości błędów z porównania konstrukcji wzorcowej do wyników badań laboratoryjnych.



Rycina 9: Zestawienie wyników symulacji numerycznej uszkodzenia badanego materiału kompozytowego

6. Wnioski

W pracy zaprezentowano możliwości efektywnego modelowania numerycznego piezoelektrycznych materiałów czynnych typu MFC. Uzyskano dużą zgodność wyników obliczeń symulacyjnych z pomiarami laboratoryjnymi --- wartość odchyłek w analizowanych przypadkach nie przekroczyła 6%. Potwierdza to zatem adekwatność opracowanych numerycznych modeli makroskopowych elementów MFC i przyjętego sposobu dyskretyzacji badanego przetwornika. Rezultaty dotychczasowych wstępnych rozważań uzasadniają zatem kontynuowanie badań symulacyjnych z wykorzystaniem opracowanej techniki modelowania elementów MFC. Dalsze prace winny zmierzać do m.in. symulacji MES oceny stanu konstrukcji metodami dynamicznymi – w szczególności metodą analizy modalnej i propagacji fal.

Kolejnym etapem badań może być opracowanie metodyki modelowania płyt i powłok z aktywnymi elementami piezoelektrycznymi, wykorzystywanymi zarówno jako elementy wykonawcze jak również i jako elementy pomiarowe (sensory).

Podziękowania

Praca została wykonana w ramach projektu Nr POIG.0101.02-00015/08 Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka. Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

Bibliografia

- 1 Abaqus 6.9 Documentation.
- 2 Adams D E. Health Monitoring of Structural Materials and Components: Methods and Applications. Hoboken (NJ): John Wiley & Sons, 2007.
- 3 Kabeya K. Structural Health Monitoring Using Multiple Piezoelectric Sensors And Actuators. Blacksburg (VA): Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- 4 Kessler S S. Piezoelectric-Based In-Situ Damage Detection of Composite Materials for Structural Health Monitoring Systems. PhD thesis. Boston (MA): Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- 5 Klepka T, Dębski H, Rydarowski H. Characteristics of high-density polyethylene and its properties simulation with use of finite element method. *Polimery* 2009; 54(9): 668-672.
- 6 Leo D J. Engineering Analysis of Smart Material Systems. Hoboken (NJ): John Wiley & Sons, 2007.
- 7 Lowrie F, Cain M, Stewart M. Finite Element Modelling of Electroceramics. Technical Report, A150. Teddington: Centre for Materials Measurement and Technology, National Physical Laboratory, 1999.
- 8 La Saponara V, Horsley D A, Lestari W. Structural Health Monitoring of Glass/Epoxy Composite Plates Using PZT and PMN-PT Transducers. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology* 2011; 133(1): 011011.
- 9 Schönecker A J, Daue T, Brückner B, Freytag Ch, Hähne L, Rödig T. Overview on macrofiber composite applications. *Proceedings of the SPIE – Smart Structures and Materials 2006* (ed. Armstrong WD) 2006; 6170: 408-415.
- 10 Kollar L, Springer G S. *Mechanics of Composite Structures*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

- 11 Varadan V K, Vinoy K J, Gopalakrishnan S. Smart Material Systems and MEMS: Design and Development Methodologies. Chichester (NH): John Wiley & Sons, 2006.
- 12 Yousefi-Koma A. Intelligent Materials. W: Piezoelectric Ceramics as Intelligent Multifunctional Materials: 231-254. Cambridge: The Royal Society of Chemistry Publishing, 2008.