

MODELOWANIE UKŁADÓW DYNAMICZNYCH SZLIFOWANIA WAŁÓW O MAŁEJ SZTYWNOŚCI

MODELLING DYNAMIC SYSTEMS OF LOW-RIGID SHAFT GRINDING

Przedstawiono opracowany model uogólniony i cząstkowy szlifowania. Utworzono uogólniony schemat strukturalny układu dynamicznego w przypadku walcowego szlifowania oscylacyjnego wałków o małej sztywności. Zaprezentowano również model matematyczny układu technologicznego przy szlifowaniu wglębnym wałków sprężystości odkształcalnych o małej sztywności. Modele matematyczne układu dynamicznego szlifowania wałków o małej sztywności w stanie sprężystości- odkształcalnym przedstawiono w postaci siedmiopoziomowej struktury hierarchicznej.

Słowa kluczowe: modelowanie, model matematyczny, wał, obróbka ubytkowa, podejście systemowe.

The generalized and partial mathematical model of grinding is introduced. The structural pattern of dynamic system of low-rigid shafts oscillatory grinding as well as mathematical model of technological system of low-rigid shafts plunge grinding are presented. Mathematical models of dynamic system of low-rigid shafts grinding are presented as 7-layer structured diagram.

Keywords: Identification, mathematical model, shaft, machining, system analysis.

1. Wprowadzenie

Zwiększenie niezawodności szlifowania, przy oddziaływaniu na układ technologiczny (UT) wielu zakłóceń, można uzyskać w wyniku zastosowania sterowania adaptacyjnego (AC). Specyfika obiektów i procesów złożonych na przykład przy szlifowaniu, nie jest uwarunkowana tylko właściwościami elementów składowych, lecz charakterem powiązań, między nimi, które w sposób decydujący oddziałują na strukturę układu sterowania automatycznego (UAS) lub AC.

Opracowano model uogólniony i cząstkowy szlifowania jako układu dynamicznego (UD). Układ dynamiczny procesu szlifowania jest układem technologicznym – OUPN tzn. obrabiarką wraz z realizowanym na niej procesem technologicznym (PT) obróbki [1]. Zaprezentowano schemat strukturalny układu dynamicznego w przypadku walcowego szlifowania oscylacyjnego wałków o małej sztywności.

W obiekcie sterowania istnieją obwody zamknięte, uwarunkowane specyfiką skrawania „po śladzie” i wpływem odkształceń sprężystych układu dynamicznego.

Przedstawiony układ równań umożliwia określenie transmittancji układu dynamicznego – obiektu sterowania, zarówno według oddziaływania sterującego, jak i zakłócającego. W oparciu o uogólniony schemat strukturalny otrzymano modele cząstkowe UD, w przypadku sprężystych oddziaływań regulacyjnych.

Na bazie modelu matematycznego układu technologicznego, przy szlifowaniu wglębnym wałków sprężystości odkształcalnych o małej sztywności, przedstawionego w postaci układu równań operatorowych, utworzono schemat strukturalny układu technologicznego.

Modele matematyczne układu dynamicznego szlifowania wałków o małej sztywności w stanie sprężystości – odkształcalnym, przedstawiono w postaci struktury o VII poziomach hierarchicznych. Model uogólniony układu dynamicznego znajduje się na I – najwyższym poziomie hierarchicznym, natomiast

1. Introduction

Increasing the reliability of grinding under the influence of multiple interference on the technological system can be obtained using adaptive control (AC). The specification of complex objects and processes while for example grinding is not conditioned by properties of its components only but also by the type of relations between them, which in decisive way influence the structure of automatic (ACS) or adaptive control (AC) system.

The generalized and partial mathematical model of grinding as dynamic system (DS) were worked out. The dynamic system of the grinding process is a technological system – MHWT (Machine tool, Holder, Workpiece, Tool), i.e. a machine tool together with the realized technological process (TP) of machining [1]. The structural pattern of dynamic system of low-rigid shafts oscillatory grinding is presented.

There are closed circuits inside control object, determined by specification of machining after the trace and influence of elastic deformation of dynamic system.

Presented system of equations allows determining the transfer function of dynamic system – control object (CO), according to control influence and noise. Basing on generalized structural pattern, partial models of dynamic system were obtained for elastic control influence.

Using the mathematical model of dynamic system (for plunge grinding of elastic deformable, low-rigid shafts) presented as operational equations, the structural pattern of technological system was worked out.

Mathematical models (MM) of dynamic system of low-rigid shafts plunge grinding are presented as 7 layers structured diagram, where the generalized dynamic system is on 1st top layer and detailed, partial models on the bottom 7th layer.

Reaching the stability of automated control system for grinding low-rigid shafts is not a simple task, because param-

na VII – najniższym poziomie – rozmieszczone są cząstkowe modele układu dynamicznego obróbki.

Uzyskanie stabilności układu sterowania automatycznego, przy szlifowaniu wałków o małej sztywności, nie jest zadaniem łatwym, ponieważ parametry mogą ulegać znacznej zmianie nawet w trakcie cyklu obróbki jednej części, należy więc starannie określać urządzenia korygujące.

2. Identyfikacja UD szlifowania wzdłużnego wałów o małej sztywności

Schemat procesu powstawania wióra przy szlifowaniu wzdłużnym charakteryzuje się więzami sprężystymi w kierunkach promieniowym i osiowym, właściwymi w przypadku procesów skrawania (procesów kształtowania przekroju warstwy skrawanej), oraz oddziaływaniami zakłócającymi [9]. Jako wejściowe oddziaływania rozpatrywanego UD przyjęto: siłę rozciągającą F_{x1} - przy rozciąganiu osiowym; siłę rozciągającą F_{x1} i mimośród e - przy rozciąganiu nieosiowym i ściskaniu; momenty zginające M_1 i M_2 przyłożone do czoł części. Zmiennymi wyjściowymi UD są poszczególne składowe forces F_p , F_f , F_c siły skrawania i odpowiadające im odkształcenia sprężyste UD: g_y , g_x , g_z .

Model uogólniony i cząstkowy UD szlifowania zbudowano przy następujących założeniach początkowych:

- proces technologiczny jest ciągły w trakcie obróbki jednej części, obróbka jest realizowana przy stałej prędkości skrawania $v_c = const$;
- ściernica pracuje w zasadzie w trybie samoostrzenia, przy zachowaniu praktycznie stałego poziomu możliwości skrawanych, a jej zużycie liniowe w ciągu cyklu obróbki jednej części jest nieznaczne i może być przyjęte jako równe zero;
- warunki początkowe są określane w momencie styku ściernicy z powierzchnią obrabianą i powstaniem napięcia w układzie technologicznym;
- uwzględniane są współczynniki wzmocnienia układu sprężystego K_y , K_x i liniowe odkształcenia sprężyste UT według współrzędnej Y i X w czasie oraz wzdłuż części obrabianych;
- właściwy proces skrawania jest nieinercyjny, uwzględniany jest wpływ „śladów” obróbki.

Siła skrawania i jej poszczególne składowe F_p , F_f , F_c , przy założonej twardości materiału części obrabianej, są określane przez bieżące parametry sprowadzonego przekroju warstwy skrawanej $a(t)$ i $b(t)$. Grubość warstwy $a(t)$ to sprowadzona grubość wióra skrawanego, określana przez parametry niezliczonego zbioru mikrowiórów, zdejmowanych elementarnymi ziarnami ściernicy w bieżącym momencie [1, 10]. Przekrój warstwy skrawanej jest charakteryzowany bieżącymi wartościami sprowadzonej grubości warstwy $a(t)$ i uśrednionymi wartościami głębokości skrawania $b(t)$ na odcinku o długości $a(t)$, z uwzględnieniem odkształceń układu dynamicznego według współrzędnej Y , określanymi na podstawie odpowiednich zależności [2, 4]. W procesie szlifowania, podobnie jak i toczenia, jest charakterystyczny wpływ śladów obróbki - tak zwane zjawisko skrawania „po śladzie”. Polega ono na tym, że parametry warstwy skrawanej są określane przez położenie krawędzi skrawającej ściernicy w bieżącym momencie t oraz momencie $t - \tau$ - poprzednim obrocie półfabrykatu (w przypad-

eters can considerably vary even within a single cycle of machining, therefore the monitoring system needs to be set carefully.

2. Identification of DS of straight grinding of low-rigid shafts

The scheme of the process of formation of shaving in straight turning is characterized by elastic bonds in the radial and axial directions, characteristic of machining processes (processes of forming the cross-section of machined layer), and by interference effects [9]. As the input effects of the considered DS the following were adopted: tensile force F_{x1} in axial tension; tensile force F_{x1} and eccentric e in non-axial tension and compression; bending moments M_1 and M_2 applied to the faces of the parts. The output variables of the DS are the particular component forces F_p , F_f , F_c of the machining force and the corresponding elastic deformations of the DS: g_y , g_x , g_z .

The generalized and fragmentary model of the DS of grinding were built with the following initial assumptions:

- the technological process is considered to be continuous during the machining of a single part; machining is realized at constant rate $v_c = const$;
- the grinding wheel works basically in the self-sharpening mode maintaining practically constant level of machining capabilities, and its linear wear during the machining cycle of a single part is negligible and can be assumed to be equal to zero;
- the initial conditions are determined at the moment of grinding wheel contact with the machined surface and appearance of strain in the technological system;
- the coefficients of gain of the elastic system K_y , K_x and linear elastic deformations of TS along coordinates Y and X in time and on the length of machined part are taken into consideration;
- the process of machining itself is non-inertial, and the effect of “feed ridges” is taken into account.

The machining force and its particular components F_p , F_f , F_c at assumed hardness of material of the machined part, are determined by the current parameters of reduced cross-section of machined layer $a(t)$ and $b(t)$. The machined layer thickness $a(t)$ is taken to mean the reduced thickness of machined shaving of metal which in fact is determined by the parameters of the uncountable set of micro-shavings removed by the elementary grains of the grinding wheel at the current moment [1, 10]. The cross-section of the machined layer is characterized by the current values of the reduced thickness of machined layer $a(t)$ and certain averaged values of machining depth $b(t)$ on a section of length $a(t)$, taking into account the deformations of the dynamic system along coordinate Y , determined in accordance with suitable relations [2, 4]. Characteristic for the process of grinding, as for the process of turning, is the effect of feed ridges, so-called machining “following the feed ridge”. It consists in that the parameters of the machined layer are determined by the positioning of the grinding wheel cutting edge at the current moment t as well as at moment $t - \tau$ - of the preceding revolution

ku niezmienności częstości obrotowej wrzeciona, czas opóźnienia $\tau = 1/n_{wr}$.

Zgodnie z układem równań [8] zbudowano uogólniony schemat strukturalny UD w przypadku walcowego szlifowania oscylacyjnego wałów o małej sztywności (rys.1). Z analizy schematu wynika, że sprowadzona grubość warstwy skrawanej jest określana przez dwie składowe: $a_0(s)$ – uwarunkowaną prędkością suportu posuwu wzdłużnego i $a_x(s)$ – spowodowaną odkształceniami sprężystymi układu według współrzędnej X.

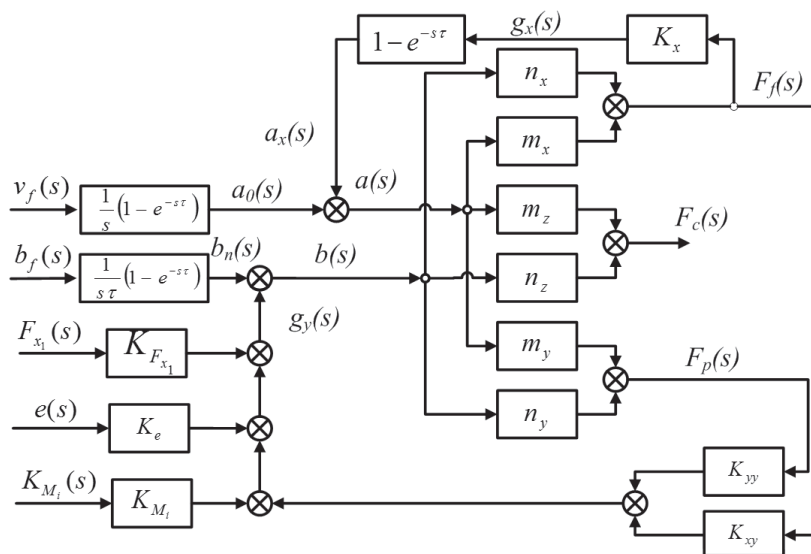
Przy warunkach ustalonych składowa $a_x(s)$ nie występuje, ponieważ współczynnik wzmocnienia członu z transmitancją jest równy zero ($1-e^{-s\tau}$). Jest to w pełni zgodne z istotą fizyczną zjawisk przy szlifowaniu oscylacyjnym wału o małej sztywności, gdyż przy ustalonych warunkach grubość warstwy jest równa przyjętej wartości posuwu na jeden obrót $\tau \cdot v_f$.

Ze schematu strukturalnego UD (rys. 1) wynika, że w obiek-

tu of the semi-finished product (in the case of constant rpm of the spindle the lag time $\tau = 1/n_{wr}$).

In accordance with the system of equations [8] a generalized structural schematic of DS was built for cylindrical oscillation grinding of low-rigidity shafts (fig.1). Analysis of the schematic shows that the reduced thickness of machines layer is determined by two components – $a_0(s)$, determined by the travel rate of the saddle, and $a_x(s)$, resulting from elastic deformations of the system along coordinate X.

Under stabilised conditions the component $a_x(s)$ does not occur, as the coefficient of gain of the component with transmittance is equal to zero ($1-e^{-s\tau}$). This is in complete agreement with the physical picture of phenomena in oscillation grinding of low-rigidity shafts, as under stabilised conditions the machined layer thickness is equal to the adopted value of feed per one revolution $\tau \cdot v_f$.



Rys. 1. Uogólniony schemat strukturalny układu technologicznego przy szlifowaniu oscylacyjnym wałów sprężyste - odkształcalnych o małej sztywności

Fig. 1. Generalized structural schematic of technological system in oscillation grinding of elastic-deformable shafts with low rigid

cie sterowania istnieją obwody zamknięte, uwarunkowane specyfiką szlifowania części „po śladzie” i wpływem odkształceń sprężystych UD według osi X i Y. Układ równań [5] umożliwia określenie transmitancji UD - OS dowolnej ze zmiennych wyjściowych, zarówno według oddziaływania sterującego, jak i zakłócającego.

Na przykład, w przypadku zmiennej wyjściowej w postaci odkształcenia sprężystego układu w kierunku promieniowym $g_y(s)$ i oddziaływania wejściowego – siły rozciągającej $F_{x1}(s)$, schemat strukturalny ulega przekształceniu do postaci przedstawionej na rys. 2, a transmitancja określana jest następującym wyrażeniem:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{1 + A_1(1 - e^{-s\tau})}{1 + B_1(1 - e^{-s\tau})} \quad (1)$$

gdzie:

$$K_0 = K_{F_{x1}} \cdot \frac{1}{1 + K_{xy} \cdot n_x + K_{yy} \cdot n_y} \quad (2)$$

As follows from the structural schematic of DS (fig. 1), in the control object there are closed circuits determined by the specifics of grinding of parts „following the feed ridge” and by the effect of elastic deformation of the DS along axes X and Y. The system of equations [5] permits determination of transmittance DS - CO for any of the input variables, both with respect to the control effects and to the interference effects.

On the example of one input variable in the form of elastic deformation of the system in the radial direction $g_y(s)$ and of an input effect – tensile force $F_{x1}(s)$, the structural schematic is transformed to the form shown in fig. 2, and the transmittance is defined by the following expression:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{1 + A_1(1 - e^{-s\tau})}{1 + B_1(1 - e^{-s\tau})} \quad (1)$$

where:

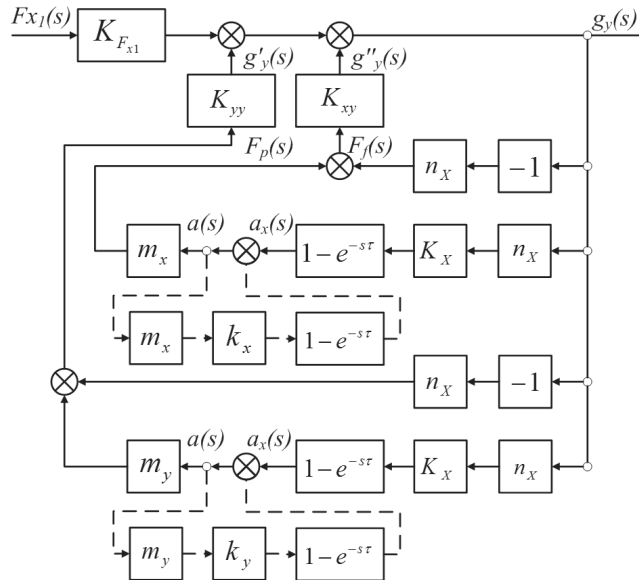
$$K_0 = K_{F_{x1}} \cdot \frac{1}{1 + K_{xy} \cdot n_x + K_{yy} \cdot n_y} \quad (2)$$

$$A_1 = m_x \cdot K_x \quad (3)$$

$$A_1 = m_x \cdot K_x \quad (3)$$

$$B_1 = \frac{m_x \cdot K_x}{1 + K_{xy} \cdot n_x + K_{yy} \cdot n_y} \quad (4)$$

$$B_1 = \frac{m_x \cdot K_x}{1 + K_{xy} \cdot n_x + K_{yy} \cdot n_y} \quad (4)$$



Rys. 2. Przekształcony schemat strukturalny obiektu według oddziaływania sterującego F_{x1}
 Fig.2. Transformed structural schematic of the object with respect to control effect F_{x1}

Porównanie otrzymanych zależności z transmitancjami UD toczenia wałów o małej sztywności w stanie sprężystości - odkształcalnym przy uwzględnieniu, że przy szlifowaniu współczynniki: $K_{\kappa_r} = 0$ i $K_{b_z} = 0$, pokazuje, że przedstawiony MM może być rozpatrywany jako szczególny przypadek modelu matematycznego UD toczenia (ściernica jest rozpatrywana jako nóż o $\kappa_r = 90^\circ$).

Przy znanych wartościach liczbowych współczynnika wzmocnienia $m_x, m_y, K_{xy}, K_{yy}, n_x, n_y$ i czasie opóźnienia τ , określonego analitycznie, w oparciu o informacje aprioryczne, lub eksperymentalnie, zależności w przypadku parametrów transmitancji mogą ulec istotnemu uproszczeniu, kiedy nie jest uwzględniane sprzężenie zwrotne w obiekcie pokazanym linią przerywaną na rys. 2 ($m_x K_x \ll 1$), to $A_1 = 0, B_1 = 1/(1 + K_{xy} \cdot n_x + K_{yy} \cdot n_y)$.

Rozkład w szereg Pade funkcji wykładniczej $e^{-s\tau}$ umożliwia ekwiwalentne przedstawienie MM (1) transmitancjami typowych członów dynamicznych. Przy zastosowaniu dwóch pierwszych członów szeregu Pade można zapisać [7, 8]:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + T_3' \cdot s + 1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} \quad (5)$$

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + T_3' \cdot s + 1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} \quad (5)$$

gdzie:

where:

$$T_{1,2} = 0,5\tau \cdot \left[0,5 + B_2 \pm \sqrt{(0,5 + B_2)^2 - 1/3} \right] \quad (6)$$

$$T_{1,2} = 0,5\tau \cdot \left[0,5 + B_2 \pm \sqrt{(0,5 + B_2)^2 - 1/3} \right] \quad (6)$$

$$T_3 = 0,289\tau, T_3' = (0,5 + A_1) \cdot \tau \quad (7)$$

$$T_3 = 0,289\tau, T_3' = (0,5 + A_1) \cdot \tau \quad (7)$$

Dalsze przekształcenie licznika transmitancji, zgodnie z wyrażeniem (5), jest wykonywane analogicznie jak w przypadkach *UD* obróbki tokarskiej.

W szczególności przy $A_1=0$ licznik transmitancji ulega przekształceniu do postaci:

$$T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1$$

gdzie: $T_3 = 0,289\tau$, $\varepsilon = 0,866$.

W zależności od wartości współczynnika $A_1 < 0,077$, transmitancja może być zapisana w następującej typowej postaci:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} \quad (8)$$

gdzie: $\varepsilon = (0,5 + A)/0,577$ - współczynnik tłumienia.

W przypadku, kiedy $A_1 \geq 0,078$, zależność aproksymująca analizowaną transmitancję przyjmuje postać:

$$G_{F_{x1}}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{(T_4 \cdot s + 1) \cdot (T_5 \cdot s + 1)}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)} \quad (9)$$

gdzie: $T_{4,5} = 0,5\tau \cdot \left[0,5 + A_1 \pm \sqrt{(0,5 + A_1)^2 - 1/3} \right]$ (10)

Analogicznie, na bazie uogólnionego schematu strukturalnego, otrzymano modele cząstkowe *UD* w przypadku sprzężonych oddziaływań regulacyjnych. Zależności aproksymujące transmitancji *UD* szlifowania oscylacyjnego, w tym przypadku przy różnych oddziaływań sterowniczych, różnią się od przytoczonych wyrażen tylko wartością współczynnika wzmocnienia K_0 OS (zależności do obliczeń znajdują się w pracy [10]). Transmitancje operatorowe, współczynniki wzmocnienia i stałe czasowe w przypadku uogólnionego i uproszczonych MM układu dynamicznego szlifowania wzdłużnego wałów w stanie sprężystości – odkształcalnym, z uwzględnieniem jednego lub dwóch członów rozkładu funkcje e^{-st} w szereg Pade, przedstawiono w tab. 1.

3. Identyfikacja UD szlifowania wgłębnego wałów o małej sztywności

Jako oddziaływanie wejściowe na obiekt przyjmowane jest jedno z wcześniej przytoczonych oddziaływań, wywołujących stan sprężystości – odkształcalny - $K_{F_{x1}}$, K_e , K_{M_i} i prędkość suportu posuwu poprzecznego v_{pop} , a wyjściowe – odkształcenia sprężyste układu technologicznego według współrzędnej *Y*.

Wzajemne powiązania między siłami szlifowania i grubością warstwy skrawanej z powierzchnią części obrabianej, podobnie jak w analizowanych wyżej modelach, są uważane jako nieinercyjne [8]. Przyjęte założenia wyjściowe i warunki należy uzupełnić o następujące:

- szlifowanie wykonywane jest przy stałej prędkości skrawania, przy niezmiennych właściwościach skrawanych ściernicy i materiału części obrabianej,
- szerokość szlifowania $b = const$ i jest równa przy szlifowaniu wgłębnym szerokości części obrabianej lub ściernicy.

Uwzględniane są tylko liniowe odkształcenia sprężyste układu i zmienność sztywności K_y i K_z według osi *Y* i *Z*. Przy przyjętych założeniach siła skrawania jest określana tylko przez grubość warstwy skrawanej $a(t)$:

Further transformation of the numerator of transmittance in accordance with expression (5) is performed in a manner analogous to cases of *DS* of turning as above.

In particular, for $A_1=0$ the transmittance numerator gets transformed to the form:

$$T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1$$

where: $T_3 = 0,289\tau$, $\varepsilon = 0,866$.

Depending on the value of coefficient $A_1 < 0,077$, transmittance can be written in the following typical form:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} \quad (8)$$

where: $\varepsilon = (0,5 + A)/0,577$ - coefficient of attenuation.

In the case when $A_1 \geq 0,078$, the approximating relation for the analysed transmittance assumes the form:

$$G_{F_{x1}}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{(T_4 \cdot s + 1) \cdot (T_5 \cdot s + 1)}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)} \quad (9)$$

where: $T_{4,5} = 0,5\tau \cdot \left[0,5 + A_1 \pm \sqrt{(0,5 + A_1)^2 - 1/3} \right]$ (10)

By analogy, based on the generalized structural schematic fragmentary model of the *DS* were obtained for elastic regulatory effects. The approximating relations of transmittance of the *DS* of oscillation grinding, in this case for various control effects differ from the quoted expressions only in the value of the coefficient of gain K_0 of *CO* (relations for calculations to be found in reference [10]). Operator transmittances, coefficients of gain and time constants for the generalized and reduced *MM* of the dynamic system of straight grinding of shafts in the elastic-deformable state, taking into account the use of one or two segments of splitting of function e^{-st} into a Padé series, are given in table 1.

3. Identification of DS of plunge grinding of shafts with low rigidity

As the input effects on the object one of the effects mentioned earlier is adopted, that generate the elastic-deformable state - $K_{F_{x1}}$, K_e , K_{M_i} and the rate of travel of the cross slide v_{pop} , and as the output effects – elastic deformations of the technological system with relation to coordinate *Y*.

The mutual connections between the grinding forces and the thickness of the machined layer with the surface of the machined part, as in the models analysed above, are considered to be non-inertial [8]. To the initial assumptions and conditions adopted earlier we should add:

- the grinding is performed at constant machining speed, at invariable grinding parameters of the grinding wheel and properties of the material of the machined part,
- the grinding width $b = const$ and it is equal, in plunge grinding, to the width of the machined part or of the grinding wheel.

Apart from this, considered are only linear deformations of the system and variability of rigidity K_y and K_z with relation to axes *Y* and *Z*. With the adopted assumptions, the force of machining is determined only by the thickness of the machined layer $a(t)$:

$$F_{\zeta} = m_{\zeta} \cdot a(t) \quad (11)$$

gdzie: $\zeta \in \{Y, Z\}$.

MM układu technologicznego przy szlifowaniu wglębnym wałów sprężyste – odkształcalnych o małej sztywności w postaci operatorowej może być przedstawiony jako układ równań:

$$\begin{cases} F_{\zeta}(s) = m_{\zeta} \cdot a(s), \\ g_y(s) = K_{yy} \cdot F_p(s) + K_{F_{x1}} \cdot F_{x1}(s) + K_e \cdot e(s) + K_{M_i} \cdot M_i(s) + K_{b_z} \cdot g_z(s), \\ g_z(s) = K_z \cdot F_c(s), \\ a(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-st}) \cdot v_{pop}(s) - (1 - e^{-st}) \cdot g_y(s). \end{cases} \quad (12)$$

gdzie $K_{b_z} = \sin\left(\frac{g_{z0}}{R}\right) \approx \frac{g_{z0}}{R}$, zależność między przyrostem głębokości skrawania b i siłą F_c jest przedstawiona w pracy [9].

W układzie równań uwzględniono, że odkształcenia sprężyste według osi Z prowadzą do zmiany grubości warstwy skrawanej i mogą być rozpatrywane jako dodatkowe składowe przyrostu g_y .

Zgodnie z układem równań (12) utworzono uogólniony schemat strukturalny układu technologicznego w przypadku walcowego szlifowania wglębnego wałów sprężyste – odkształcalnych (rys. 3a). Schemat strukturalny przekształcenia do parametru wyjściowego $g_y(s)$, przedstawiono na rys. 3b. Transmittancja UD jako obiektu sterowania w tym przypadku zapisywana jest w postaci:

$$G_{sc}'(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + B_9 \cdot (1 - e^{-st})} \quad (13)$$

gdzie: $K_0 = K_{F_{x1}}$, $B_9 = B_2 = K_{yy} \cdot m_y + K_{b_z} \cdot K_z \cdot m_z$, jeżeli nie jest uwzględniany wpływ przyrostu składowej F_c siły skrawania na odkształcenia sprężyste według współrzędnej Y ($m_z \cdot K_{b_z} \cdot K_z \ll 1$), to $B_{10} = K_{yy} \cdot m_y$.

Po przekształceniach otrzymano:

$$G_{sc}'(s) = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot T_2 \cdot s + 1} \quad (14)$$

gdzie: $T_3 = 0,289\tau$, $\varepsilon = 0,866$

$$T_{1,2} = 0,5\tau \cdot \left[0,5 + B_2 \pm \sqrt{(0,5 + B_2)^2 - 1/3} \right]$$

Przy oddziaływaniach wejściowych M_i i e , transmittancje OS również są określane zgodnie z (14), natomiast współczynnik wzmocnienia K_0 jest obliczany z zależności zaprezentowanej w pracy [7].

W wielu przypadkach, wystarczający stopień dokładności obliczeń inżynierskich zależności aproksymującej transmittancję (13), można uzyskać przy uwzględnieniu tylko pierwszego członu rozkładu funkcji e^{-st} w szereg Pade [7] - transmittancja (13) po przekształceniach jest sprowadzana do postaci typowych członów dynamicznych podobnie jak przy toczeniu.

Transmittancje operatorowe, współczynniki wzmocnienia i stałe czasowe, w przypadku uogólnionego i uproszczonych MM układu dynamicznego szlifowania wglębnego wałów w stanie sprężyste odkształcalnym z uwzględnieniem wykorzystania jednego i dwóch członów rozkładu funkcji e^{-st} w szereg Pade, przedstawiono w tab. 1.

$$F_{\zeta} = m_{\zeta} \cdot a(t) \quad (11)$$

where: $\zeta \in \{Y, Z\}$.

MM of the technological system of plunge grinding of elastic-deformable shafts of low rigidity can be presented as the system of equations:

$$\begin{cases} F_{\zeta}(s) = m_{\zeta} \cdot a(s), \\ g_y(s) = K_{yy} \cdot F_p(s) + K_{F_{x1}} \cdot F_{x1}(s) + K_e \cdot e(s) + K_{M_i} \cdot M_i(s) + K_{b_z} \cdot g_z(s), \\ g_z(s) = K_z \cdot F_c(s), \\ a(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-st}) \cdot v_{pop}(s) - (1 - e^{-st}) \cdot g_y(s). \end{cases} \quad (12)$$

The expression for coefficient K_{b_z} , determining the bonds between increment of machining depth b and force F_c , were obtained earlier - $K_{b_z} = \sin\left(\frac{g_{z0}}{R}\right) \approx \frac{g_{z0}}{R}$ [9].

In this system of equations it was taken into account that elastic deformation along axis Z lead to changes in the thickness of machined layer and may be considered as additional components of increment g_y .

In accordance with the system of equations (12) a generalized structural schematic was built for cylindrical plunge grinding of elastic-deformable shafts (fig. 3a). The structural schematic of transformation to the input parameter $g_y(s)$ is presented in fig. 3b. In this case, the transmittance of DS as a control object is written as:

$$G_{sc}'(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + B_9 \cdot (1 - e^{-st})} \quad (13)$$

where: $K_0 = K_{F_{x1}}$, $B_9 = B_2 = K_{yy} \cdot m_y + K_{b_z} \cdot K_z \cdot m_z$, if we do not include the effect of increment of component F_c of machining force on elastic deformations along coordinate Y ($m_z \cdot K_{b_z} \cdot K_z \ll 1$), then $B_{10} = K_{yy} \cdot m_y$.

After the transformations we obtain:

$$G_{sc}'(s) = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot T_2 \cdot s + 1} \quad (14)$$

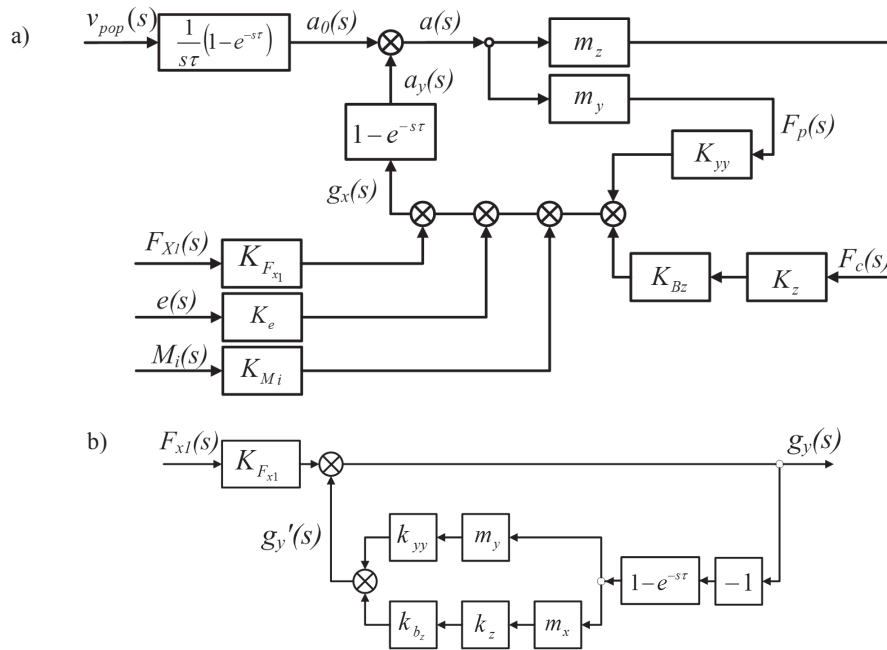
where: $T_3 = 0,289\tau$, $\varepsilon = 0,866$

$$T_{1,2} = 0,5\tau \cdot \left[0,5 + B_2 \pm \sqrt{(0,5 + B_2)^2 - 1/3} \right]$$

For input effects M_i and e of transmittance, CO are also determined in accordance with (14), but the coefficient of gain K_0 is determined on the basis of relation [7].

In a number of cases, with an accuracy that is sufficient for engineering calculations, it is advisable to retain in the approximating relations for the transmittance (13) the first segment of splitting of the function e^{-st} into a Padé series [7], and then the transmittance (13), after the transformations, is reduced to the form of typical dynamic elements, as in the case of turning.

The operator transmittances, coefficients of gain and time constants for the generalized and simplified MM of the dynamic system of plunge grinding of elastic-deformable shafts, taking into account the use of one and two segments of splitting the functions e^{-st} into a Padé series are presented in table 1.



Rys.3. Schematy strukturalne UD przy szlifowaniu wglębnym wałów sprężyste - odkształcalnych o małej sztywności: a) uogólniony, b) strukturalny
 Fig.3. Structural schematics of DS in plunge grinding of elastic-deformable shafts with low rigidity: a) generalized, b) structural

4. Poziomy hierarchiczne oraz typowe struktury UD kształtowania wałów o małej sztywności w stanie sprężycie - odkształcalnym

Obiekty i procesy składające się z oddzielnych części, elementów i obiektów, charakteryzujących się możliwością funkcjonowania całościowego (pełnego) są zaliczane do kategorii systemowych. Dowolny układ technologiczny wyróżnia się pewnym zestawem charakterystyk:

- więzami układu z otoczeniem (w rozpatrywanym przypadku to więzy z zakłóceniami i początkowym błędem półfabrykatu);
- funkcjami realizowanymi przez układ - osiągnięcie określonych w procesie technologicznym parametrów dokładności obróbki;
- strukturą układu;
- właściwościami funkcjonalnymi układu, określanymi charakterem transmitancji.

Wymieniony zestaw charakterystyk w pełni odpowiada układom technologicznym obróbki wałów sprężycie – odkształcalnych o małej sztywności i ich MM, uwzględniającym właściwości układu sterowania w warunkach ustalonych oraz dynamicznych. Przy rozpatrywaniu MM układów dynamicznych obróbki części sprężycie – odkształcalnych jako obiektów systemowych, uwzględniających zasadniczo ważne i jednocześnie różne cechy specyficzne funkcjonowania obiektu sterowania, właściwe jest podejście informacyjne. Pokazuje ono, że uogólniony model matematyczny UD toczenia wzdłużnego jest najbardziej pełny, posiada dużą informacyjność, w hierarchii struktur i MM układu dynamicznego, jest umiejscowiony na I – najwyższym poziomie hierarchicznym (rys. 4).

Uogólniony model matematyczny $G_r(s)$, znajdującej się na I poziomie hierarchicznym, odpowiada układowi równań i schematowi strukturalnemu [8].

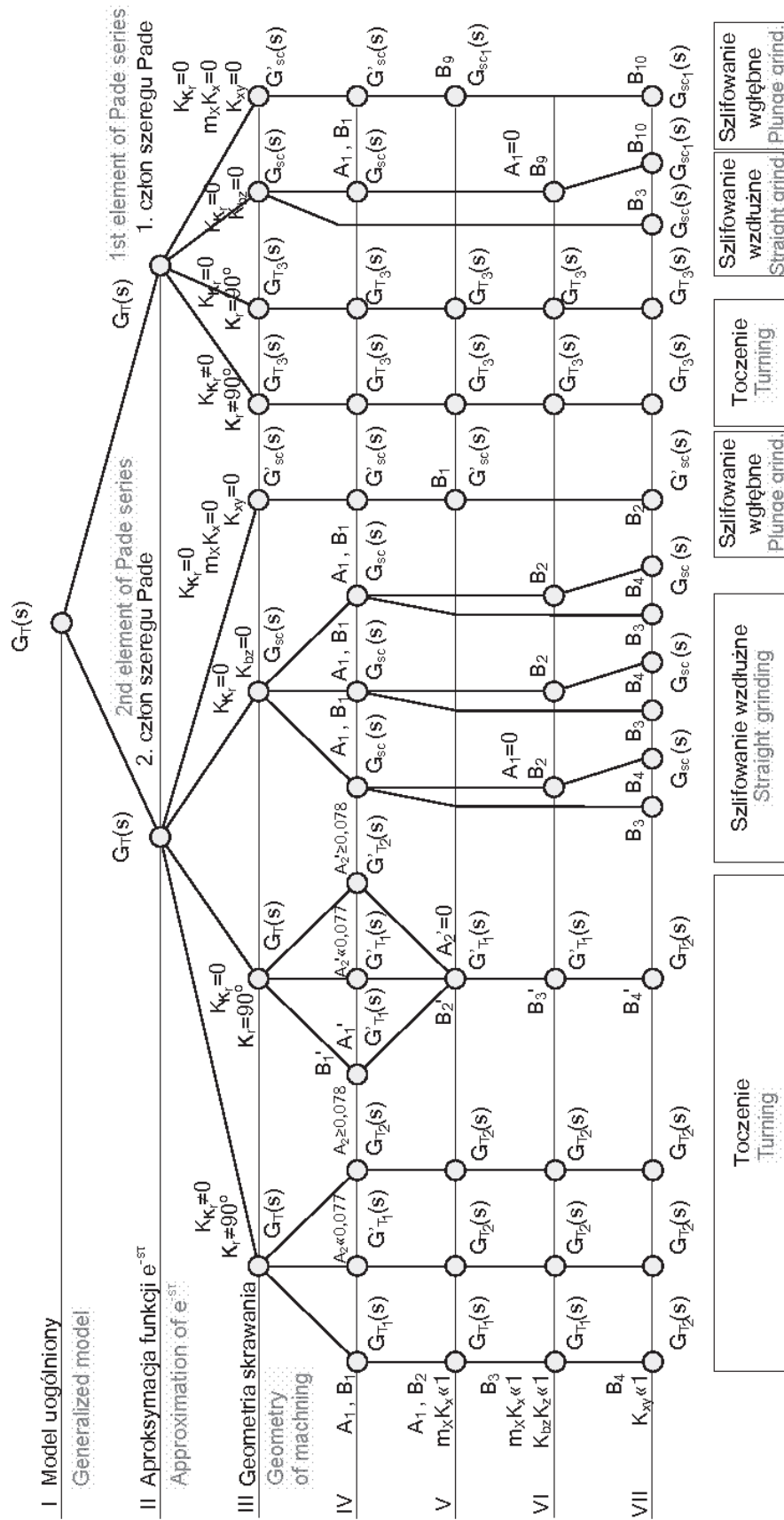
4. Hierarchical levels and typical structures of DS of profiling low-rigidity shafts in elastic-deformable state

The systemic categories include objects and processes composed of individual parts, elements and objects characterized by the ability of complete (full) functioning, with any technological system being distinguished by a certain set of characteristics:

- connections of the system with the surroundings (in the considered case those are connections with interference and with the initial error of semi-finished product);
- functions realized by the system, i.e. assurance of machining precision parameters defined in the technological process;
- structure of the system;
- all of the functional properties and the system, defined as the character of the transmittance.

The listed set of characteristics is fully relevant to technological systems of elastic-deformable shafts with low rigidity and their MM taking into account the properties of control system under stabilised and dynamic conditions. When considering MM of dynamic systems of machining of elastic-deformable parts as systemic objects taking into account the principally important and at the same time different specific features of control object functioning, the information-oriented approach is advisable. Such an approach shows that the generalized mathematic model of DS of straight turning is the most complete, has a high level of information content in the structure hierarchy and MM of dynamic systems, and is situated at the 1st – highest hierarchy level (fig. 4).

The generalized mathematical model $G_r(s)$, situated on the 1st level of hierarchy, corresponds to the system of equations and the structural schematic [8].



Rys. 4. Poziomy hierarchiczny MM układu dynamicznego obróbki wałów o małej sztywności w stanie sprężystości – odkształcalnym
Fig. 4. Hierarchical levels of MM of dynamic system of machining of elastic-deformable shafts of low rigidity

Na II poziomie hierarchicznym uogólniony *MM*, według stopnia dokładności aproksymacji funkcji e^{-st} przy jej rozkładzie w szereg Pade można podzielić na dwa, pierwszy z nich odpowiada zależności:

$$e^{-st} = \left(1 - \frac{1}{2}s \cdot \tau + \frac{1}{12}s^2 \cdot \tau^2\right) / \left(1 + \frac{1}{2}s \cdot \tau + \frac{1}{12}s^2 \cdot \tau^2\right)$$

i uwzględnia dwa pierwsze człony rozkładu funkcji e^{-st} .

Na III poziomie hierarchicznym *MM* układu dynamicznego toczenia wzdłużnego wałów sprężyste - odkształcalnych o małej sztywności, można wyodrębnić dwa modele, w przypadku pierwszego współczynniki są równe: $K_{\kappa_r} \neq 0$, $\kappa_r \neq 90^\circ$, a drugiego: $K_{\kappa_r} = 0$, $\kappa_r = 90^\circ$, natomiast transmittancje $G_T(s)$, $G_{T3}(s)$ i współczynniki A_1 , A'_1 oraz B_1 , B'_1 , do których wchodzi K_{κ_r} są przedstawione w tab. 1.

Na tym poziomie również znajdują się *MM* układu dynamicznego procesów szlifowania oscylacyjnego $G_{sc}(s)$ oraz zewnętrznego wglębnego $G'_{sc}(s)$, które można rozpatrywać jako szczególne przypadki *MM UD* obróbki tokarskiej. W przypadku szlifowania oscylacyjnego współczynniki są równe: $K_{\kappa_r} = 0$, $K_{bz} = 0$, $K_{\kappa_x} = 0$, $m_x K_x = 0$, $K_{xy} = 0$, natomiast przy zewnętrznym szlifowaniu wglębnym, zgodnie z tab. 1 - IV poziom hierarchiczny przedstawia *MM* układu dynamicznego obróbki tokarskiej $G_T(s)$, $G'_{T1}(s)$, $G_{T2}(s)$, $G'_{T2}(s)$, $G_{T3}(s)$, różniące się wartościami współczynników A_1 , A_2 , A'_1 i A'_2 , przy *UD* szlifowania oscylacyjnego $G_{sc}(s)$ oraz zewnętrznego wglębnego $G'_{sc}(s)$ (tab. 1).

Na V poziomie hierarchicznym umiejscowione są *MM* układu dynamicznego, otrzymane bez uwzględnienia oddziaływania na dynamikę więzu pokazanego na rys. 2 linią kreskowaną, jest to wpływ zamkniętego obwodu sprzężenia zwrotnego, przez współczynnik $m_x K_x \ll 1$ i transmittancję $(1 - e^{-st})$, na przyrost grubości warstwy skrawanej.

VI poziomi hierarchiczny - to cząstkowe *MM* układu dynamicznego bez uwzględniania jednego obwodu wewnętrznego sprzężenia zwrotnego $m_x K_x \ll 1$ i wpływu odkształceń sprężystych według współrzędnej Z na zmianę głębokości skrawania $K_{bz} K_z n_z \ll 1$ (tab. 1).

Na VII - najniższym poziomie hierarchicznym są rozmieszczone cząstkowe *MM* układu dynamicznego obróbki skrawaniem, uwzględniające wpływ tylko odkształceń sprężystych według współrzędnej Y na przyrost grubości warstwy skrawanej ($K_{xy} \ll 1$) przy toczeniu, przy szlifowaniu zewnętrznym wglębnym i dwa różnorodne modele cząstkowe przy szlifowaniu oscylacyjnym (tab. 1).

Typowe struktury *UD* kształtowania wałów sprężyste - odkształcalnych o małej sztywności, przy różnych siłowych oddziaływaniach regulacyjnych, przedstawiono na rys. 5, a typowe transmittancje *OS* w tab. 1; współczynniki wzmocnienia według oddziaływań są określane zgodnie z zależnościami przytoczonymi w pracy [7].

W przypadku *UD* toczenia wzdłużnego z uwzględnieniem odpowiednich oddziaływań regulacyjnych mogą być wykorzystane wszystkie przedstawione struktury: szlifowania oscylacyjnego - rys. 5 a, b, h, i; zewnętrznego szlifowania wglębnego - rys. 5 h, i.

On the 2nd level of hierarchy the generalized *MM*, with relation to the degree of accuracy of approximation of function e^{-st} in its splitting into a Padé series, can be divided into two models, the first of which corresponds to:

$$e^{-st} = \left(1 - \frac{1}{2}s \cdot \tau + \frac{1}{12}s^2 \cdot \tau^2\right) / \left(1 + \frac{1}{2}s \cdot \tau + \frac{1}{12}s^2 \cdot \tau^2\right)$$

and includes the first two segments of splitting of the function e^{-st} .

On the 3rd level of hierarchy the *MM* of dynamic system of straight turning of elastic-deformable shaft with low rigidity is divided into two models, for the first of which coefficient $K_{\kappa_r} \neq 0$, $\kappa_r \neq 90^\circ$, and the second $K_{\kappa_r} = 0$, $\kappa_r = 90^\circ$, and transmittances are $G_T(s)$, $G_{T3}(s)$ and coefficients A_1 , A'_1 and B_1 , B'_1 , respectively, into which K_{κ_r} is introduced (table 1). At this level there are also the *MM* if dynamic system of processes of oscillation grinding $G_{sc}(s)$ and external plunge grinding $G'_{sc}(s)$ that can be considered as special cases of *MM* of *UD* of turning, taking into account that for oscillation grinding $K_{\kappa_r} = 0$, $K_{bz} = 0$, and $K_{\kappa_x} = 0$, $m_x K_x = 0$, $K_{xy} = 0$ respectively for external plunge grinding (table 1).

On the 4th level of hierarchy there are *MM* of dynamic system of turning $G_T(s)$, $G'_{T1}(s)$, $G_{T2}(s)$, $G'_{T2}(s)$, $G_{T3}(s)$, differing in the values of coefficients A_1 , A_2 , A'_1 and A'_2 , for *DS* of oscillation grinding $G_{sc}(s)$ and external plunge grinding $G'_{sc}(s)$ (table 1).

On the 5th level of hierarchy there are *MM* of dynamic system obtained without taking into account the effect of the link - shown in the fig. 2 with dashed line - on the dynamics; this is the effect of closed contour feedback by coefficient $m_x K_x \ll 1$ and transmittance $(1 - e^{-st})$ on the increment of machined layer thickness.

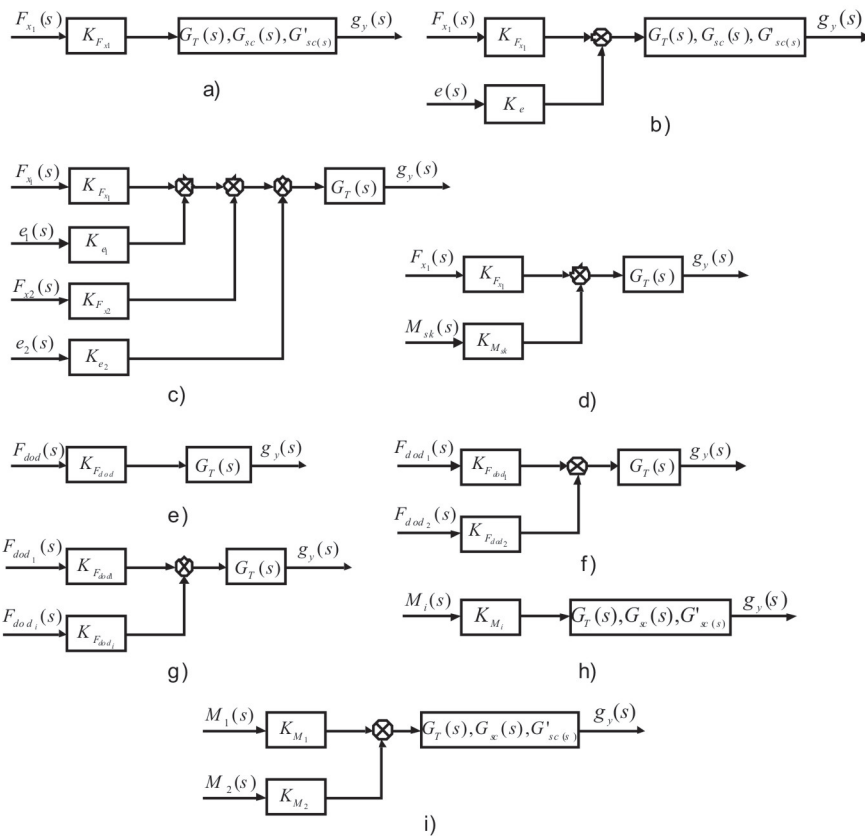
On level 6 of hierarchy there are fragmentary *MM* of dynamic system without inclusion of one contour of internal feedback of $m_x K_x \ll 1$ and without taking into account the effect of elastic deformation along axis Z on the depth of machining $K_{bz} K_z n_z \ll 1$ (table 1).

On the 7th - lowest - level of hierarchy there are fragmentary *MM* of dynamic system of machining, taking into account only the effect of elastic deformations along axis Y on the increment of machined layer thickness ($K_{xy} \ll 1$) in turning, in external plunge grinding, and two different fragmentary models for oscillation grinding (tab. 1).

Fig. 5 presents typical structures of *DS* of profiling elastic-deformable shafts of low rigidity for a variety of control force effects, for which typical transmittances of *CO* are given in tables 1, and coefficients of gain relative to the effects are determined in accordance with relations given in [7]. For *DS* of straight turning with the inclusion of suitable regulatory effects all of the presented structures can be applied, for oscillation grinding - structures as in fig. 5a, b, h and i, and for external plunge grinding - structures as per fig. 5 h, i.

Tab. 1. Transmittancje operatorowe, współczynniki wzmocnienia i stałe czasowe MM UD przy szlifowaniu wałów w stanie sprężyste – odkształcalnym
 Tab. 1. Operator transmittances, coefficients of gain and time constants of DS MM in grinding of shafts in elastic-deformable state

	Operator transmittance of DS MM in grinding of shafts in elastic-deformable state	Coefficients of Gain	Time Constants
1	2	3	4
1	<p>Using first two elements of Padé Approximation for $e^{-s\tau}$:</p> $G_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + T_3' s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = m_x K_x$ $B_1 = \frac{m_x K_x}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$	$T_3 = 0,289\tau$ $T_3' = (0,5 + A_1)\tau$ $T_{1,2} = 0,5\tau [0,5 + B_1 \pm \sqrt{(0,5 + B_1)^2 - 1/3}]$
1	$m_x K_x \ll 1$ $G_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + 2\epsilon T_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = 0$ $B_2 = \frac{K_x n_x (m_x K_{xy} + m_y K_y)}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$	$T_3 = 0,289\tau$ $\epsilon = 0,866$ $T_{1,2} = 0,5\tau [0,5 + B_2 \pm \sqrt{(0,5 + B_2)^2 - 1/3}]$
2	$K_{xy} \ll 1$ $G_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + T_3' s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = m_x K_x$ $B_3 = m_x K_x / (1 + K_{yy}n_y)$	$T_3 = 0,289\tau$ $T_3' = (0,5 + A_1)\tau$ $T_{1,2} = 0,5\tau [0,5 + B_3 \pm \sqrt{(0,5 + B_3)^2 - 1/3}]$
2	$m_x K_x \ll 1, K_{xy} \ll 1$ $A_1 < 0,077$	$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = 0$ $B_4 = \frac{m_x K_x \cdot m_y K_{yy}}{(1 + K_{yy}n_y)}$	$T_3 = 0,289\tau$ $\epsilon = 0,866$ $T_{1,2} = 0,5\tau [0,5 + B_4 \pm \sqrt{(0,5 + B_4)^2 - 1/3}]$ $\epsilon_1 = (0,5 + A_1) / 0,577$
3	$A_1 \geq 0,078$ $G_{sc}(s) = K_0 \frac{(T_4 s + 1)(T_5 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = m_x K_x$ $B_5 = B_3 = \frac{m_x K_x}{(1 + K_{yy}n_y)}$	$T_{4,5} = 0,5\tau [0,5 + A_1 \pm \sqrt{(0,5 + A_1)^2 - 1/3}]$ $T_{1,2} = 0,5\tau [0,5 + B_5 \pm \sqrt{(0,5 + B_5)^2 - 1/3}]$
4	<p>Using the first element of Padé Approximation for $e^{-s\tau}$:</p> $G_{sc1}(s) = K_0 \frac{(T_{02} s + 1)}{(T_{03} s + 1)}$	$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = m_x K_x$ $B_6 = B_3 = \frac{m_x K_x}{(1 + K_{yy}n_y)}$	$T_0 = \tau$ $T_{01} = 0,5\tau$ $T_{02} = (0,5 + A_1)\tau$ $T_{03} = (0,5 + B_6)\tau$
4		$K_0 = \frac{K_{Fx1}}{(1 + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = 0$	$T_0 = \tau$ $T_{01} = T_{02} = 0,5\tau$
4		$B_7 = B_2 = \frac{K_x n_x (m_x K_{xy} + m_y K_y)}{(1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y)}$ $B_8 = B_4 = \frac{m_x K_x \cdot m_y K_{yy}}{(1 + K_{yy}n_y)}$	$T_{03} = (0,5 + B_7)\tau$ $T_{02} = (0,5 + B_8)\tau$
5	<p>Plunge grinding</p> <p>Using first two elements of Padé Approximation for $e^{-s\tau}$:</p> $G'_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + 2\epsilon T_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = K_{Fx1}$ $B_9 = K_{yy}m_y + K_{bz}K_zm_z$ $B_{10} = K_{yy}m_y$	$T_3 = 0,289\tau$ $\epsilon = 0,866$ $T_{1,2} = 0,5\tau [0,5 + B_9 \pm \sqrt{(0,5 + B_9)^2 - 1/3}]$
6	<p>Using the first element of Padé Approximation for $e^{-s\tau}$:</p> $G'_{sc1}(s) = K_0 \frac{(T_{01} s + 1)}{(T_{03} s + 1)}$	$K_0 = K_{Fx1}$ $B_9 = K_{yy}m_y + K_{bz}K_zm_z$ $B_{10} = K_{yy}m_y$	$T_0 = \tau, T_{01} = 0,5\tau$ $T_{03} = (0,5 + B_9)\tau$ $T_{03} = (0,5 + B_{10})\tau$



Rys.5. Struktury typowe MM układu dynamicznego obróbki wałów o małej sztywności w stanie sprężystości – odkształcalnym
 Fig.5. Typical structures of MM of dynamic system of machining of elastic-deformable shafts with low rigidity

5. Podsumowanie

Układ dynamiczny szlifowania jest układem technologicznym – OUPN, to znaczy obrabiarką wraz z realizowanym w niej procesem technologicznym. Przy braku wystarczająco pełnej informacji o obiekcie sterowania, charakterystyki obliczeniowe mogą się istotnie różnić od rzeczywistych. W układzie technologicznym, zawierającym wałek o małej sztywności, parametry mogą ulegać zmianie w trakcie cyklu obróbki jednej części [7], co wskazuje na złożoność uzyskania stabilności układu sterowania automatycznego oraz konieczność starannego podejścia do określania jego struktury i odpowiednich urządzeń korygujących.

Porównanie modeli matematycznych obiektu, w przypadku różnorodnych oddziaływań sterujących, pokazuje, że przy zastosowaniu dodatkowych oddziaływań siłowych obiekt ma znacznie mniejszą inercyjność w porównaniu z przypadkiem sterowania według kanału posuwu. Dzięki temu można osiągnąć wyższe wskaźniki jakości sterowania dynamicznego i efektywnie przeciwdziałać zakłóceniom, powstającym w wyniku zmiany naddatku i twardości obrabianych wałków - zmieniając ich sztywność wzdłużną.

Opracowane modele matematyczne uogólnione i cząstkowe szlifowania wzdłużnego oraz węgłowego wałów o małej sztywności umożliwią usystematyzowanie projektowania i przygotowania technologicznego procesów technologicznych, opracowanie systemów zautomatyzowanego projektowania a także układów: sterowania automatycznego i adaptacyjnego.

5. Conclusion

The dynamic system (DS) of the grinding process is a technological system – MHWT, that is a machine tool together with the realized technological process (TP) of machining. With a lack of sufficiently complete and detailed information on the object of control, calculated characteristics may significantly differ from the real ones. In technological systems comprising a semi-finished product of low rigidity the parameters may change notably within the machining cycle of a single part [7] and that determinations indicate the complexity of the problem of ensuring stability of the ACS and the necessity of taking special care in the approach to the problem of defining its structure and synthesis of the corrective devices.

Comparison of MM of the object for various control effects permits the statement that with the application of additional force effects the object has a notably lower inertness compared to the case of control focused on the feed channel. Thanks to this in the ACS and AC of the elastic-deformable state of parts higher indexes of control quality can be achieved in the dynamics and there is a possibility of effective counteraction of interference caused by changes in material allowance for machining and in the hardness of machined semi-finished products by varying their rigidity on the length of machining.

Presented generalized and partial mathematical model of plunge and traverse grinding low-rigid shafts allow systematizing technical preparation and designing technological pro-

Zaprezentowane wyniki posłużyły do zaprojektowania sterownika PID do sterowania siłą skrawającą w procesie obróbki oraz kontrolera PI do obsługi procesu toczenia i szlifowania wałów o małej sztywności. Opracowano również konstrukcję oraz wykonano prototyp konika, umożliwiającego sterowanie stanem sprężystości odkształcalnym wałka o małej sztywności podczas szlifowania.

cesses, systems of automated designing as well as systems of automated and adaptive control.

Presented results were used to design *PID* controller for controlling the machining force during the machining process and PI controller for turning and grinding process of low-rigid shafts. The construction and prototype of tailstock which can be used to control elastic deformable state of low-rigid shaft during grinding process was build.

6. References

1. Agapiou J. S. Estimating The Static Stiffness For A Spindle-Toolholder-Tooling System, *Machining Science and Technology: An International Journal*, 1532-2483, Volume 12, Issue 1, 2008: 77 – 99.
2. Halas W, Taranenko V, Swic A, Taranenko G. Investigation of influence of grinding regimes on surface tension state. *Lecture Notes In Artificial Intelligence*, Vol. 5027; 2008: 749–756.
3. Kujan K. Badania i analiza powtarzalności rozkładu odchyłek geometrycznych w procesie obróbki skrawaniem. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2008; 3(39): 45–52.
4. Kuśmierz L, Ponieważ G. Analiza wpływu modyfikacji geometrii krawędzi elementu oporowego płytki wahlowej na właściwości strefy kontaktu. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2007;1(33): 53–58.
5. Semotiuk L. Analiza cech eksploatacyjnych innowacyjnych konstrukcji narzędzi wykorzystywanych w procesach frezowania zgrubnego z wykorzystaniem technologii HSM. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2009;1 (41): 46–53.
6. Stoic A., Pusavec F., Kopac J. Cutting Disturbances Influenced By Variations In Contact Surface Geometry, *Machining Science and Technology: An International Journal*, 1532-2483, Volume 13, Issue 4, 2009: 516 – 528.
7. Taranenko W, Świć A. *Technologia kształtowania części maszyn o małej sztywności*. Lublin. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2005.
8. Taranenko W, Świć A. *Urządzenia sterujące dokładnością obróbki części maszyn o małej sztywności*. Lublin: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2006.
9. Taranenko W, Szabelski J, Taranenko G. Podstawy identyfikacji układu dynamicznego toczenia wałów o małej sztywności. *Pomiary Automatyka Robotyka* 2008; 2: 204 – 223.
10. Taranenko G, Taranenko W, Świć A, Szabelski J. Modelowanie układów dynamicznych obróbki skrawaniem wałów o małej sztywności. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2010; 4 (48): 4-15.

Dr hab. inż. Antoni ŚWIĆ, prof. nadzw.

Prof. dr hab. inż. Wiktor TARANENKO

Mgr inż. Jakub SZABELSKI

Instytut Technologicznych Systemów Informacyjnych

Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin

e-mail: wtaran_ark@mail.ru, a.swic@pollub.pl, j.szabelski@pollub.pl
