

## ANALIZA SYSTEMU TRANSPORTOWEGO Z WYKORZYSTANIEM SIECI PETRIEGO

### ANALYSIS OF TRANSPORTATION SYSTEM WITH THE USE OF PETRI NETS

*W pracy poruszono problem analizy funkcjonowania systemu transportu miejskiego. Badanie niezawodności tego typu złożonych systemów powinno dodatkowo uwzględnić szereg zagadnień. Jednym z nich jest zawodność elementów wsparcia logistycznego, zdefiniowana jako możliwość pojawienia się braku elementów wymiennych w zapasie, w chwili i miejscu gdy wystąpi na nie zapotrzebowanie. Taka sytuacja może doprowadzić do pogorszenia się charakterystyk eksploatacyjnych systemu wspieranego. Dlatego też oba systemy, wspierany i wspierający, powinny być wspólnie modelowane. Jednakże, uwzględnienie wszystkich parametrów strukturalnych systemów (np. rezerwowanie, zdolność operacyjna systemu obsługi) oraz zmiennych losowych (np. poziom zapasów części wymiennych, parametry polityki obsługi, rezerwa czasowa) w jednym modelu jest zadaniem trudnym z matematycznego punktu widzenia. Dlatego też, w artykule zastosowano model sieci Petriego oraz procesy symulacji Monte Carlo. Ponadto, w artykule przedstawiono porównanie wyników teoretycznych oraz uzyskanych z procesu funkcjonowania rzeczywistego systemu komunikacji miejskiej.*

**Słowa kluczowe:** system wsparcia logistycznego, system transportowy, sieci Petriego, proces symulacji.

*The paper considers problem of city transportation system performance. Reliability analysis of such a complex system is complicated by several factors. One of them is the possibility of logistic support elements unreliability defined as unavailability of spare elements when desired, what in result may lead to decrease of performance of the system being supported. Thus, both systems must be considered in a single model. However, the simultaneous setting of all structural parameters (e.g. redundancy, repair shop capacity) and control variables (e.g. spare part inventory levels, maintenance policy parameters, time resource) is mathematically a hard problem. This paper investigates Petri net model of the system with the use of Monte Carlo simulation as a solution technique. Comparison of the simulation results with characteristics of real-life system is given.*

**Keywords:** logistic support system, transportation system, procurement process, Petri nets, simulation process.

#### 1. Wprowadzenie

Właściwie zorganizowane oraz niezawodne wsparcie logistyczne obejmujące funkcjonowanie wszystkich elementów, niezbędnych do zapewnienia efektywnego oraz ekonomicznego wsparcia systemu technicznego oraz jego podsystemów, na wszystkich poziomach procesu obsługi, w trakcie jego okresu eksploatacji. Jeżeli aktywność logistyczną ograniczymy do obszaru zaopatrzenia, elementy wsparcia logistycznego, postrzegane jako niezbędne zasoby w procesie obsługi i użytkowania systemu, obejmują m.in.: zasoby obsługi, personel, informacje logistyczne, oraz części wymienne [19].

Zgodnie z wiedzą autorów, efektywną metodą prowadzącą do uzyskania niezawodnego systemu wsparcia logistycznego jest skupienie się na dwóch podstawowych wymaganiach: nieuszkodzalności/ gotowości oraz uwarunkowaniach ekonomicznych. Nieuszkodzalność powinna być rozpatrywana w pierwszej kolejności. Każdy system logistyczny, funkcjonujący w zmiennym otoczeniu, może ulec uszkodzeniu, co w konsekwencji może prowadzić do:

- zakłócenia realizacji zadania wspierającego,
- niezdolności systemu do podjęcia się realizacji nowych zadań.

#### 1. Introduction

The proper organized and reliable logistic support is a composite of all the elements necessary to assure the effective and economical support of a system or its subsystems, at all levels of maintenance for its anticipated life cycle. When logistic activity is narrowed down to the supply activity, logistic support element which represents all the resources necessary to maintain and operate equipment includes: maintenance resources, support personnel, logistic information and data, spares and repair parts, and facilities [19].

To the best authors' knowledge, an effective way for achieving the reliable systems support especially bases on meeting two targets: reliability/availability and cost constraints. Reliability of the logistic support system must come before costs considerations. Every logistic system, operating under diverse system environment, may fail what in consequence may lead to:

- disruption of supporting task realization,
- inability of system to undertake a new task.

W związku z tym, należy wziąć pod uwagę możliwą zawodność elementów systemu wsparcia logistycznego, która może doprowadzić do pogorszenia się charakterystyk operacyjnych systemu wspieranego.

Z drugiej jednakże strony, wysokie koszty motywują do poszukiwania nowych rozwiązań w celu:

- poprawy niezawodności,
- zapewnienia dostaw na czas,
- poprawy gotowości wyposażenia oraz części wymiennych,
- redukcji kosztów oraz eliminacji problemów związanych z procesem uszkodzeń systemu.

Przykładowo, długi okres między uszkodzeniami systemu wiąże się z wysoką zdolnością operacyjną, niższym poziomem wymaganych zapasów, mniejszym zapotrzebowaniem na ekipy remontowe, co w rezultacie przekłada się na niższe koszty funkcjonowania systemu.

Większość modeli analizowanych w literaturze teorii niezawodności skupionych jest na procesach obsługi. Podstawowym celem procesu obsługi jest zapewnienie możliwości ciągłej realizacji podstawowych funkcji systemu. W związku z tym, procesy obsługi powinny zapewniać optymalny poziom funkcjonowania systemu będący równowagą określonych parametrów (lub kosztów) strategii obsługi oraz wymaganego poziomu operacyjnego.

Zainteresowanie problemami teorii odnowy w literaturze można zauważyć od lat 60. XXw. Jedną z podstawowych prac przeglądowych w tym obszarze została opracowana przez Pierskalla & Voelker [21], gdzie autorzy omówili podstawowe modele optymalnej strategii obsługi obiektów technicznych, później zaktualizowana przez Valdez-Flores & Feldman [24]. Inne prace analizujące modele opracowane w tym obszarze to m.in. [4, 15, 16, 17, 20, 23, 25, 26].

Jednakże, większość znanych modeli obsługi bazują na założeniu, że wszelkie zasoby, niezbędne w procesie jego odnowy są natychmiast dostępne do wykorzystania. W praktyce, liczba ekip remontowych jest ograniczona, a informacja logistyczna może być niepewna. Ponadto, problemu wspólnego doboru optymalnej strategii odnowy oraz ustalenia polityki zarządzania zapasami nie można ignorować, gdyż liczba dostępnych części wymiennych zwykle jest ograniczona, a czas dostawy nie może być pominięty.

Problem zapewnienia właściwego zaopatrzenia systemu technicznego w części wymienne w procesie jego odnowy jest przedmiotem badań od wielu dekad. Przegląd danych modeli został przedstawiony w [18].

Analiza niezawodności złożonych systemów (np. systemów transportowych) może wiązać się z pewnymi trudnościami. Po pierwsze, systemy – wspierający i wspierany są zintegrowane, przez co powinny być rozpatrywane wspólnie. Natomiast, wiele znanych literaturze modeli rozpatruje zagadnienie obsługi, procesy wymiany oraz problem zarządzania zapasami osobno [26].

Po drugie, podstawowe metody matematyczne, wykorzystywane w modelowaniu obsługi obiektów technicznych, obejmują metody probabilistyczne, procesy odnowy, teorię procesów Markowa czy Analizę Drzew Uszkodzeń. Każda z tych metod ma swoje ograniczenia, co warunkuje jej wykorzystanie w praktyce.

Wszystkie z wymienionych metod bazują na założeniach upraszczających odnośnie opisu zmiennej losowej czasu do uszkodzenia elementów systemu. Ponadto, wykorzystanie pro-

As a result, there is a need to take into account the possible unreliability of logistic support elements, which may lead to decrease of performance of the system being supported.

On the other hand, high costs motivate seeking new solutions to reliability and logistic problems for:

- enhancing reliability,
- providing on-time deliveries,
- increased equipment, spare parts and repair parts availability,
- reducing costs and problems arising from systems that fail easily.

For example, long failure free periods result in increased operational capability, fewer spare parts need to be stocked, less manpower employed on maintenance activities, and hence lower costs of the whole system and its processes performance.

Most models investigated in the literature on reliability theory focus on maintenance. The prime maintenance objective is to ensure the system performs its intended function. As a result, maintenance should provide the optimal performance level as a balance between maintenance parameters (or cost of maintenance) on one side, and the performance level on the other.

The interest in development and investigation of maintenance problems has been extensively discussed in the literature since the early 1960s. The basic review in the area of maintenance modelling is prepared by Pierskalla & Voelker [21], where authors investigated discrete time vs. continuous time maintenance models, later updated by Valdez-Flores & Feldman [24]. For other surveys see e.g. [4, 15, 16, 17, 20, 23, 25, 26].

However, most of the maintenance models investigated in the literature on reliability theory assume, that all the necessary logistic support resources, which include maintenance resources, support personnel, logistic information and data, spares and repair parts, and facilities, are immediately provided when it is desired. In practice, the repair capacity is not infinite, and logistic information may be unreliable. Moreover, the influence of a spare provisioning policy on the maintenance policy also cannot be ignored, since spares are ordered and carried in the limited quantity, and the procurement lead time is not negligible.

The problem of providing an adequate and efficient supply of spare parts, in support of maintenance and repair of operational systems, has been researched for many decades. Recent overview of these models is made by Nowakowski & Werbińska-Wojciechowska in [18].

Consequently, reliability of complex systems (e.g. transportation systems, aircraft systems) can be difficult to analyze for several reasons. First, both systems, logistic and being supported are integrated and thus should be considered in a single model. However, growing body of existing literature in the investigated research area treats maintenance, replacement and inventory decisions separately [26].

Second, commonly used analytical techniques for reliability evaluation are applied probability theory, renewal reward processes, Markov decision theory, and Fault Trees. Each of these techniques has advantages and disadvantages and the choice depends on the system being modelled.

All of them require simplifying assumptions about time to failure behavior of the system components. Moreover, Markov method analyses the system by identifying all the different states in which the system can reside and is able to produce accurate system reliability measures by assigning rates of transition

cesów Markowa wymaga analizy niezawodności systemu poprzez identyfikację wszystkich stanów, w których system może przebywać, oraz pozwala na definicję miar niezawodności systemu poprzez oszacowanie intensywności przejść pomiędzy tymi stanami. Zatem, aplikacja procesów Markowa do analizy niezawodności bardzo złożonych systemów wymagająca budowy modelu stanów jest zadaniem nieopłacalnym.

Standardowa Analiza Drzew Niezdatności (FTA) [7] jest probabilistycznym podejściem pozwalającym na analizę bezpieczeństwa, niezawodności czy ryzyka. Tradycyjne drzewo uszkodzeń wykorzystuje bramki logiczne Boole'a w celu przedstawienia jak uszkodzenia komponentów przekładają się na uszkodzenia systemu. Drzewa te są zwane statycznymi. W artykułach [5], [6], przedstawiono metodę dynamicznych drzew niezdatności (DFT). Dynamiczne bramki DFT mogą definiować:

- dynamiczną wymianę uszkodzonych komponentów z komponentami zapasowymi,
- pojawianie się uszkodzeń tylko we wcześniej ustalonej kolejności.

W pracy [2], metoda DFT została rozwinięta o wykorzystanie tzw. bramek naprawy. Bramki te pozwalają na definicję czasu naprawy komponentów. W artykule tym, została przedstawiona transformacja wykorzystanych bramek logicznych oraz bram naprawy w stochastyczne sieci Petriego (SHLCPN).

W procesie wyznaczania charakterystyk probabilistycznych systemu z wykorzystaniem DTF zostały wykorzystane następujące metody: model Markowa [5, 6], sieci Petriego [2], sieci Bayesa [14].

Analizując system transportowy, należy nie tylko uwzględnić czas naprawy czy dostawy, ale także czasy wymiany oraz rezerwę czasową.

Metoda DTF z bramkami napraw ma znaczne ograniczenia w zakresie wyrażania zależności czasowych w sposób ilościowy. Dlatego metoda ta nie pozwala na właściwą prezentację systemu transportowego.

Metoda Drzew Niezdatności z Zależnościami Czasowymi (ang. Fault Tree with Time Dependencies – FTTD) [13] może być wykorzystana w modelach niedeterministycznych systemów transportowych [10, 11, 12]. W modelach tych, parametry czasowe są określone przez wartości minimalne i maksymalne, nie posiadając charakteru probabilistycznego. Technika FTTD została zaproponowana jako wygodne podejście do opisu zależności czasowych nadsystemu z rezerwą czasową na konferencji ESREL 2008 [11]. W pracy tej przeanalizowano proces funkcjonowania prostego modelu wsparcia logistycznego. Następnie, w pracy [10] zaproponowano przykład aplikacji opracowanego modelu. Jednakże, opracowana metoda nie może zostać zastosowana w przypadkach, kiedy czas pomiędzy uszkodzeniami oraz czasy napraw są zmiennymi probabilistycznymi.

Szeroko wykorzystywana metodą, oprócz podejścia analitycznego, są procesy symulacji Monte Carlo. Jednakże, metoda ta jest zwykle bardzo czasochłonna. Wiąże się to z faktem, iż wysoki poziom wiarygodności obliczeń wymaga przeprowadzenia wielu powtórzeń symulacji [3, 22].

Podsumowując, w artykule wykorzystano sieci Petriego w celu przeprowadzenia analizy niezawodności złożonego systemu rzeczywistego. Podstawowym celem tej pracy jest opracowanie modelu procesu funkcjonowania systemu rzeczywistego z wykorzystaniem stochastycznych sieci Petriego (ang. Stochastic High-level Petri Net – SHLPN). Model ten bazuje na wykorzystaniu techniki High-level Petri Net [8] oraz Uogólnio-

between these states. However, the Markov method has its own drawbacks in its application for a relatively large system to establish the state transition model is an intractable task.

Traditional Fault Tree Analysis (FTA) [7] is probabilistic approach to safety, reliability, and risk analysis. Traditional fault trees contain Boolean gates to represent how component failures combine to produce system failures. These fault trees are now called static. In papers [5], [6], dynamic fault trees (DFTs) are presented. Gates of DFTs can express the following features:

- dynamic replacement of failed components from pools of spares,
- failures can occur only in a predefined order.

In paper [2], DFTs have been extended by repair boxes. These boxes can express a repair time of components. In this paper, transformations of different gates and repair boxes into Stochastic High Level Colored Petri Net are given.

In calculation of probabilistic characteristics of systems using DFTs, the following formalisms are used: Markov models [5, 6], Petri nets [2], Bayesian networks [14].

When analyzing the transportation system, we have to analyze not only repair and lead time, but time consuming replacement process and time resource as well. Hence, DFTs with repair boxes are not sufficient to represent the transportation system.

Moreover, Fault Tree with Time Dependencies provides an interesting solution for non-deterministic models [10, 11, 12]. In these models, time parameters are described by minimal and maximal values, but without probabilistic characteristics. The FTTD technique has been proposed as a convenient approach to describe the values of the delay times of system of systems task performance on the ESREL conference in 2008 [11]. The investigated problem has regarded to simple logistic support model performance. Later, there is proposed method application example presented in [10]. However, this method cannot be applied when time between failures and repair times are expressed probabilistically.

In contrast to the analytic approaches Monte Carlo simulation can be broadly used. However, Monte Carlo simulation is time-consuming because of the intensive computations. This is because an extremely large number of simulated samples may be needed to estimate the reliability parameters at a high level of confidence [3, 22].

Following this consideration, in the paper, Petri nets are used to support the reliability analysis of complex real-life system performance.

The primary contribution of this research is to propose a Stochastic High-level Petri Net model for presented below transportation system. This model is based on standard of High-level Petri Net [8] and on generalized stochastic Petri nets [1]. For this model, simulation experiments have been performed. Results of the experiments have been compared with real-life city transportation system.

Consequently, the rest of this paper is organized as follows: in Section 2, there is a description of tram network performance including all model assumptions. Later, there is a Petri net model for the investigated system performance provided. Some comparison results with real-life city transportation system are presented. Finally, the work ends up with summary.

nych Stochastycznych Sieci Petriego [1]. Przeprowadzono eksperymenty symulacyjne, a uzyskane wyniki zostały porównane z wynikami, uzyskanymi z procesu funkcjonowania rzeczywistego systemu komunikacji miejskiej.

W rezultacie, struktura artykułu obejmuje: w rozdziałach 2.1 i 2.2 opisano proces funkcjonowania systemu komunikacji miejskiej oraz przedstawiono założenia modelu. Następnie, model sieci Petriego został zdefiniowany w rozdziale 2.3. Porównanie uzyskanych wyników zostało przedstawione rozdziale 2.4. Pracę kończy krótkie podsumowanie.

## 2. Aplikacja modelu systemu komunikacji miejskiej

### 2.1. Opis systemu rzeczywistego

Przeprowadzona analiza dotyczy systemu komunikacji miejskiej, funkcjonującego we Wrocławiu. Usługi przewozu ludności na terenie miasta są świadczone przez MPK Wrocław.

Podczas eksploatacji systemu komunikacji miejskiej pojazdy uszkadzają się w losowych chwilach czasu. W efekcie wystąpienia uszkodzenia możliwe jest pojawienie się jednej z następujących konsekwencji:

- całkowite wyłączenie pojazdu z ruchu,
- opóźnienie,
- skierowanie objazdem.

W celu minimalizacji skutków zawodności wrocławskich tramwajów w systemie komunikacji miejskiej utrzymywane są dodatkowe tramwaje pełniące funkcję rezerwy.

Funkcjonowanie rezerw czynnych na terenie miasta Wrocławia zostało uruchomione w latach 90. XX w. W dniu roboczym ich liczba powinna wynosić: 5 pojazdów, natomiast w dni wolne – pracują 3 pojazdy rezerwowe. Typowe rozmieszczenie pojazdów rezerwowych na sieci transportowej przedstawiono na rys. 1. Rezerwy zostały oznaczone literami A, B, C, D, E [9].

Proces funkcjonowania systemu komunikacji przedstawiono na rys. 2.

## 2. Application of tram network

### 2.1. Tram network performance

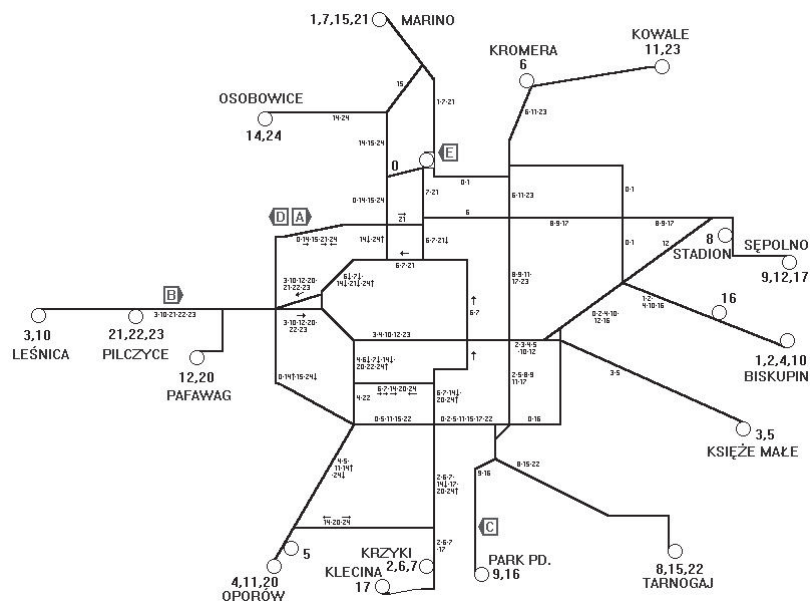
Analysis regards to city transportation system performing in Wrocław city, Poland. The municipal transport services are provided by common carrier MPK Wrocław.

During operational process of passenger transportation system performance failures of working tram may occur. These unwanted events can cause severe negative consequences for customers, like:

- shutting down of a failed tram from passenger traffic,
- delay of a failed tram,
- detour of other trams working in a system.

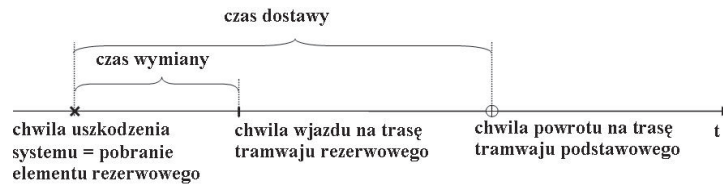
In order to minimize the negative consequences of tram unreliability, there are redundant trams maintained in the system.

The redundant trams have been performing in the discussed system since 1990. There is made an assumption, that during average working days there are five redundancies operating in the system, and only three in weekends. Typical allocation of redundancies in the tram network is presented in *figure 1*. The redundancies have notations of A, B, C, D, E. More information can be found in [9].



Rys. 1. Rozmieszczenie rezerw w dniu roboczym w roku 2002 [9]

Fig. 1. Allocation of redundant trams in the tram network in 2002 [9]



Rys. 2. Proces eksploatacji taboru kolejowego systemu komunikacji miejskiej [26]  
 Fig. 2. Exploitation process of trams performing in the system [26]

Z chwilą pojawienia się uszkodzenia pojazdu, tramwaj rezerwowo jest wysyłany na trasę, o czym decyduje dyspozytor ruchu, znający oczekiwany czas wymiany pojazdu, pozostały czas pracy rezerw, itp. Po usunięciu uszkodzenia, tramwaj powraca na linię trasy, zwalniając rezerwę.

Czasy dojazdu pojazdu rezerwowego z miejsca postoju na trasę oraz czasy naprawy uszkodzonego tramwaju są zmiennymi losowymi. W związku z tym może wystąpić sytuacja, w której liczba tramwajów rezerwowych nie wystarcza na pokrycie wszystkich kursów.

Jednocześnie przyjęto, że długość rezerwy czasowej systemu komunikacji przeznaczony na przywrócenie uszkodzonego pojazdu do stanu zdadności i powrót na trasę obejmuje minimalny czas trwania jednego kursu linii dziennej. Przekroczenie danego czasu niezdatności pojedynczej linii, równoznaczne jest z koniecznością poniesienia przez MPK Wrocław kary finansowej.

Kontynuując, podstawowym zagadnieniem, z punktu widzenia niezawodności/gotowości systemu, jest ustalenie liczebności pojazdów rezerwowych. Zbyt mała ich liczba skutkuje m.in. dużą liczbą niewykonanych kursów. Z kolei zbyt duża liczba pojazdów rezerwowych niesie za sobą negatywne konsekwencje ekonomiczne.

Z drugiej strony, istotnym zagadnieniem jest oszacowanie czasu tolerancji zakłóceń w systemie, mierzonego parametrem rezerwy czasowej. Zbyt długi czas rezerwy czasowej będzie bezpośrednio przekładał się na większą liczbę zakłóceń w systemie, co odczują przede wszystkim pasażerowie. Zbyt krótki, związany będzie bezpośrednio z wyższymi kosztami funkcjonowania systemu.

Implementacja techniki FTTD w procesie modelowania zależności czasowych, występujących w badanym systemie została przedstawiona w pracy [10].

## 2.2. Parametry modelu systemu komunikacji tramwajowej

Proces funkcjonowania analizowanego systemu można opisać wykorzystując opracowany model nadzsystemu z rezerwą czasową, w którym system techniczny posiada strukturę progową ( $k = M$ ). W modelu wykorzystano strategię sterowania zapasami według stałego poziomu zamawiania ( $s, Q$ ). W systemie rzeczywistym rolę zapasu stanowią pojazdy rezerwowe.

W przypadku uszkodzenia się pojazdu zapas pomniejszany jest tak, aby pokryć zapotrzebowanie na trasie. W tej samej chwili rozpoczyna się oczekiwanie systemu na „nową dostawę tramwaju”, którą jest powrót pojazdu podstawowego na trasę po przywróceniu do stanu zdadności. W związku z tym, wielkość partii zamówienia  $Q = 1$  (rys. 2). Jednocześnie, każdorazowo pobranie tramwaju rezerwowego uruchamia nowe „zamówienie”. Oznacza to, że czas oczekiwania na ponowne uzupełnienie tramwajów rezerwowych („dostawę”) trwa od chwili, gdy

The exploitation process of tram in the transportation system is presented in figure 2.

When failed tram is shot down from the system, the redundant one is sent to continue its operational tasks. The decision about this substitution is made by a dispatcher, who knows the expected replacement time, residual working time of redundancies, and other decision criteria. After repair, the substituted tram returns to operate and the redundant one return to tram depot.

Times to failure, replacement, repair and lead times are random variables. As a result, there such a situation can occur that the number of working redundancies is not enough to substitute all failed trams in the system.

There is also made an assumption, that the time resource given for putting back to service of failed tram is defined as minimal time of one tram course performance. Over crossing the defined time resource results in necessity of fine paying by the transportation company.

Following this, one of the main problems, taking into account reliability/availability of the presented system, is definition of right number of redundancies which should perform in the system. Having not enough redundant trams occur in lots of not performed tasks. On the other side, having too many of them cost lots of money.

Other problem is the right definition of the time resource. Too long tolerance time results in occurrence of many disruptions in the system. However, too short time resource increase performance costs of the system.

The application of FTTD technique to model the time relations which occur in the investigated transportation system is investigated in [10].

## 2.2. Tram network parameters

The operational processes performance of the chosen system of tram service can be described with the use of a simulation model of the system of systems with time dependency, where the operational system is a  $k$  out of  $M$  system ( $k=M$ ). In the chosen model, Critical Inventory Level ( $s, Q$ ) is used as a stock policy, and spare elements are equivalent to redundant trams, which are assumed to be reliable. When the tram fails, inventory level is decreased according to the occurred request. At the same moment, the “awaiting for new delivery” begins. According to this, the ordering quantity  $Q$  is equal to 1 (see figure 2).

Moreover, when substitute tram is sending to replace a failed one, new “order” is activated. Thus, the time of waiting for new delivery arrival lasts from the moment when redundant

ich liczba zostaje zmniejszona o jeden pojazd. Zatem poziom zapasu alarmowego:

$$s = l_r - 1 \quad (1)$$

gdzie:  $l_r$  – liczba pojazdów rezerwowych, utrzymywanych w systemie

Pełny opis modelu można znaleźć np. w [26, 27, 28].

Analiza modelu symulacyjnego została przeprowadzona dla ośmiu przypadków, przedstawionych w tabeli 1, natomiast dodatkowe informacje dotyczące procesu eksploatacji systemu komunikacji zamieszczone zostały w tabeli 2.

W procesie analizy osobno przeanalizowano dni wolne (3 pojazdy rezerwowe) oraz dni robocze (5 pojazdów rezerwowych). Jednocześnie, o zapotrzebowaniu na pojazd rezerwowy można mówić najwcześniej w chwili zgłoszenia uszkodzenia do dyspozytora ruchu ( $t_{zgłoszenia}$ ), a najpóźniej w chwili zjazdu tramwaju z trasy ( $t_{zjazdu}$ ), gdy uszkodzenie pozwoliło na kontynuację jazdy do chwili wymiany na tramwaj rezerwowy.

Kolejny problem to długość rezerwy czasowej warunkująca chwilę pojawienia się uszkodzenia nadsystemu. Wyróżniono dwa graniczne przypadki, w których długość okresu dostępnej rezerwy czasowej jest tożsama z:

- najkrótszym okresem czasu, niezbędnym na realizację kursu ( $\min(T_{kursu})$ ),

tram reduces inventory level. As a result, critical inventory level is given by the following formula:

$$s = l_r - 1 \quad (1)$$

where:  $l_r$  – number of redundant trams maintained in the system

For more information see e.g. [26, 27, 28].

Cases considered during the simulation process performance are presented in table 1.

In the analysis, performance working days, when 5 redundant trams is in a system, and weekends, when only 3 redundant trams perform in a system, are investigated separately. Moreover, when tram fails the moment of its failure can be equal to the moment of informing the dispatcher about the occurred problem ( $t_{informing}$ ). On the other side, the tram failure moment can be also defined as the moment when failed tram returns to tram depot ( $t_{turning\ off}$ ).

Another problem is the definition of time resource limit. Authors defined two cases, in which the time resource limit is equal to:

- the shortest time necessary to one course performance by a train ( $\min(T_{course})$ ),
- the longest time necessary to one course performance by a train ( $\max(T_{course})$ ),
- for the analyzed period of operational time of a system.

Tab. 1. Analizowane przypadki w procesie symulacji

Nr przypadku	Liczba rezerw	Chwila uszkodzenia systemu technicznego	Długość rezerwy czasowej
1	5	$t_{zgłoszenia}$	$\max(T_{kursu})$
2			$\min(T_{kursu})$
3		$\max(t_{zgłoszenia}, t_{zjazdu})$	$\max(T_{kursu})$
4			$\min(T_{kursu})$
5	3	$t_{zgłoszenia}$	$\max(T_{kursu})$
6			$\min(T_{kursu})$
7		$\max(t_{zgłoszenia}, t_{zjazdu})$	$\max(T_{kursu})$
8			$\min(T_{kursu})$

Tab. 2. Charakterystyki systemu eksploatacji pojazdów tramwajowych MPK Wrocław

Okres:	21.09.2001r. ÷ 28.02.2002r.	
	Dni robocze	Dni wolne
Liczba pojazdów rezerwowych	5	3
Okres rezerwy czasowej: minimalny	41 [min]	
maksymalny	101 [min]	
Czas pracy pojazdów rezerwowych	4.30 – 20.00	
	5.00 – 20.30	5.00 – 22.30
	5.30 – 22.30	6.00 – 23.00
	6.00 – 23.00	6.30 – 0.00
	6.30 – 0.00	
Strefy czasowe	przed 6.00	
	6.00 – 8.00	przed 6.00
	8.00 – 13.00	6.00 – 9.00
	13.00 – 17.00	9.00 – 20.00
	17.00 – 20.00	20.00 – 22.30
	20.00 – 22.30	po 22.30
	po 22.30	

Tab. 1. Analyzed cases in simulation process

Case number	Number of redundant trams	Moment of system failure	Time resource limit
1	5	$t_{informing}$	$\max(T_{course})$
2			$\min(T_{course})$
3			$\max(T_{course})$
4			$\min(T_{course})$
5	3	$t_{informing}$	$\max(T_{course})$
6			$\min(T_{course})$
7			$\max(T_{course})$
8			$\min(T_{course})$

Tab. 2. Operational characteristics of system of tram service in Wrocław city

Operational period of time:	21 <sup>st</sup> September 2001 ÷ 28 <sup>th</sup> February 2002	
	Working days	Free days and holidays
Number of redundant trams:	5	3
Minimal and maximal time resource:	41 [min]	
	101 [min]	
Operational time of redundant trams:	4.30 – 20.00	
	5.00 – 20.30	5.00 – 22.30
	5.30 – 22.30	6.00 – 23.00
	6.00 – 23.00	6.30 – 0.00
	6.30 – 0.00	
Time zones:	before 6.00	
	6.00 – 8.00	before 6.00
	8.00 – 13.00	6.00 – 9.00
	13.00 – 17.00	9.00 – 20.00
	17.00 – 20.00	20.00 – 22.30
	20.00 – 22.30	after 22.30
	after 22.30	

- najdłuższym okresem czasu, jaki zajmuje pokonanie kursu ( $\max(T_{kursu})$ ) linii dziennej, funkcjonującej w analizowanym okresie czasu.

Na tej podstawie możliwe było oszacowanie parametrów rozkładów prawdopodobieństwa podstawowych zmiennych losowych, opisujących funkcjonowanie systemu komunikacji (tabela 3), zgodnych z rozkładem Weibulla:

$$F(t) = 1 - \exp(-B_u t^{A_u}) \quad \text{for } t > 0 \quad (2)$$

gdzie:  $A_u$  – parametr kształtu zmiennej losowej  $u$ ,  $B_u$  – parametr skali zmiennej losowej  $u$ .

Parametry dystrybuant systemu transportowego podane w tabeli 3. Przykładowe funkcje rozkładów prawdopodobieństwa opisujących wybrane parametry wejściowe do modelu przedstawiono na rys. 3-4.

As a result, the transportation system characteristics can be obtained. Main random variables in the model have Weibull distribution:

$$F(t) = 1 - \exp(-B_u t^{A_u}) \quad \text{for } t > 0 \quad (2)$$

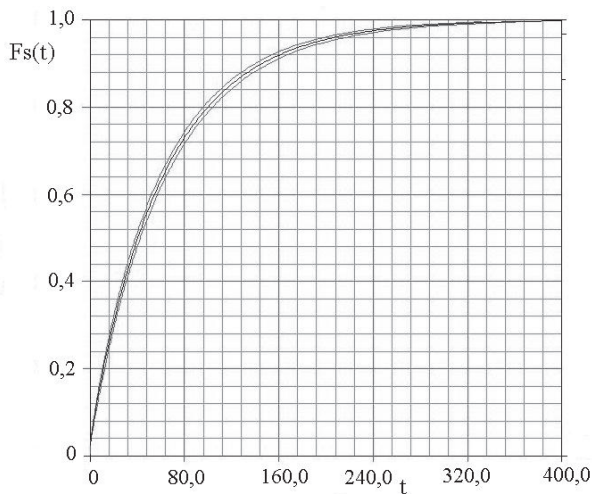
where:  $A_u$  – shape parameter for random variable  $u$ ,  $B_u$  – scale parameter for random variable  $u$

Parameters of transportation system' probability distributions are given in table 3. The exemplary transportation system characteristics are presented in figures 3-4.

Tab. 3. Parametry rozkładów prawdopodobieństwa opisujących funkcjonowanie systemu MPK  
Tab. 3. System' probability distributions' parameters

Nr przypadku Case nr	Parametry rozkładu / Probability distributions' parameters					
	$A_o$	$B_o$	$A_r$	$B_r$	$A_L$	$B_L$
1 = 2	0,957	0,016	1,243	0,026	1,213	0,007
3 = 4	0,928	0,016	1,219	0,032	1,235	0,008
5 = 6	0,987	0,010	1,345	0,024	1,232	0,008
7 = 8	0,939	0,010	1,214	0,029	1,255	0,009

$A_o, B_o$  – parametry Weibull'a czasu pomiędzy uszkodzeniami / Weibull's parameters of time between subsequent tram failures  
 $A_r, B_r$  - parametry Weibull'a czasu wymiany elementu systemu / Weibull's parameters of single operational element replacement time  
 $A_L, B_L$  - parametry Weibull'a czasu dostawy / Weibull's parameters of lead-time time



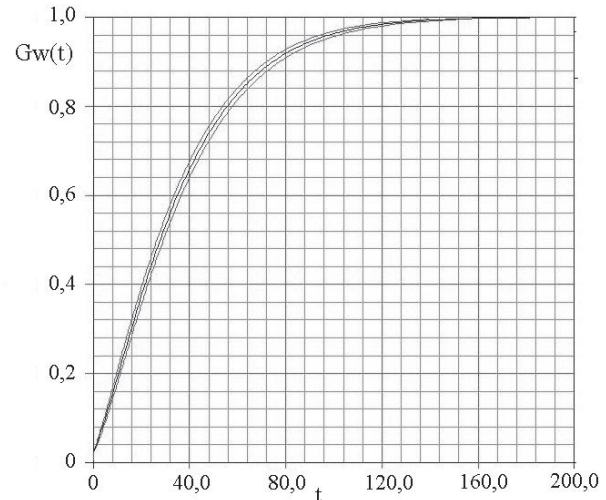
$\beta=0,9570, \eta=61,7486, \rho=0,9823, Z=0,9762$

Rys. 3. Empiryczna funkcja dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa czasu pomiędzy uszkodzeniami systemu technicznego (przypadek 1)

Fig. 3. Cumulative distribution function of tram's time to failure (case 1)

### 2.3. Model sieci Petriego

Model analizowanego systemu komunikacji miejskiej opracowano z wykorzystaniem stochastycznych sieci Petriego wysokiego poziomu (ang. Stochastic High-level Petri Net - SHLPN). Model ten bazuje na standardowych sieciach Petriego wysokiego poziomu (ang. High-level Petri Net [8] HLPN) oraz uogólnionych stochastycznych sieciach Petriego [1].



$\beta=1,2429, \eta=38,5077, \rho=0,9794, Z=0,9757$

Rys. 4. Empiryczna funkcja dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa czasu wymiany elementów systemu technicznego (przypadek 1)

Fig. 4. Cumulative distribution function of tram's replacement time (case 1)

### 2.3. Petri net model

We propose a Stochastic High-level Petri Net model of the investigated transportation system. This model is based on standard of High-level Petri Net [8] and on generalized stochastic Petri nets [1].

High-level Petri Net (HLPN) [8] are bi-parted graphs with two kinds of vertices: places and transitions, see figure 5. Pla-

HLPN [8] jest grafem dwudzielnym z dwoma rodzajami wierzchołków: miejscami i przejściami (rys. 5). Miejsca są oznaczone przez okręgi. Znaczniki są lokowane w miejscach. Znaczniki są oznaczane przez zaczernione okręgi. Rozkład znaczników w miejscach częściowo opisuje stan sieci. Przemieszczanie znaczników między miejscami jest powodowane odpalaniem przejść.

Reprezentacja czynnika czasu bazuje na wykorzystaniu uogólnionych stochastycznych sieci Petriego [1]. W sieciach tych występują dwa rodzaje przejść: natychmiastowe i czasowe. Czas odpalania przejść natychmiastowych jest równy zero a ich symbole graficzne to kreska. Czas odpalania przejść czasowych wyrażony jest poprzez zmienne losowe, a ich symbol graficzny to prostokąt. W szczególnym przypadku, czas odpalania przejścia czasowego może być liczbą rzeczywistą. Jeśli zarówno natychmiastowe, jak i czasowe przejścia są gotowe do odpalenia, wtedy przejścia natychmiastowe odpalane są jako pierwsze.

Znaczenie miejsc modelu HLPN przedstawionego na rys. 5 jest następujące:

$p_0$	– każdy znacznik w tym miejscu oznacza przyszłą awarię tramwajów o identyfikatorze $i$ typu <i>Integer</i> ,
$p_1$	– tramwaj jest zepsuty na skutek awarii,
$p_2$	– następuje wymiana tramwaju uszkodzonego na zapasowy,
$p_3$	– zostanie wyjaśnione w dalszej części,
$p_4$	– tramwaj w naprawie,
$p_5$	– naprawiony tramwaj jest gotowy do pracy,
$p_6$	– rezerwa czasowa tramwaju zepsutego nie upłynęła,
$p_7$	– rezerwa czasowa tramwaju zepsutego upłynęła,
$p_8$	– tramwaj zapasowy jest w gotowości,
$p_9$	– znacznik w tym miejscu oznacza, że znacznik z miejsca $p_6$ został usunięty.

*Integer* to typ znaczników w miejscach  $p_1, \dots, p_6, p_9$ . Jego wartości to identyfikatory awarii tramwajów. Zatem żetony w tych miejscach posiadają identyfikatory. Z kolei żetony w miejscach:  $p_7, p_8$  nie mają identyfikatorów. Żetony w miejscu  $p_8$  reprezentują tramwaje w stanie gotowości. Żetony w miejscu  $p_7$  oznaczają awarie tramwajów, dla których rezerwa czasowa została przekroczona.

Znaczenie przejść jest następujące:

$t_0$	– awaria tramwaju,
$t_1$	– początek wymiany tramwaju zepsutego na zapasowy,
$t_2$	– koniec wymiany zepsutego tramwaju na zapasowy,
$t_3$	– powrót tramwaju naprawionego (tramwaj zapasowy jest ponownie dostępny),
$t_4$	– tramwaj naprawiony jest gotowy do pracy,
$t_5$	– rezerwa czasowa nie została przekroczona,
$t_6$	– rezerwa czasowa została przekroczona,
$t_7$	– naprawiony tramwaj jest gotowy do pracy przed zakończeniem wymiany zepsutego na zapasowy,
$t_8$	– naprawiony tramwaj jest gotowy do pracy przed chwilą dostępności zapasowego

Obecnie wyjaśnimy znaczenie miejsca  $p_3$ . Niech  $\tau(t)$  oznacza chwilę odpalenia przejścia  $t$ .

$p_3$  – znacznik w tym miejscu wyraża, że: zapasowy tramwaj pracuje jeśli  $\tau(t_2) < \tau(t_4)$ , zapasowy tramwaj jest dostępny w przeciwnym przypadku.

ces are denoted by circles. Tokens are located in places. Tokens are denoted by dots. Distribution of tokens in places describes a state of the net partially. Transitions are fired, what causes a change of distribution of tokens over places.

Representation of time factor is based on generalized stochastic Petri nets [1]. In these nets, there are two kinds of transitions: immediate and timed. Firing time of immediate transition is equal to zero. This transition is denoted by dash. Firing time of timed transitions is expressed by a random variable. That transition is denoted by rectangle. Special case of firing time of timed transition is time given by a real number. If immediate and timed transitions are enabled (can fire) then the immediate one is fired as first.

Meaning of the places of the HLPN from figure 5 is as follows:

$p_0$	– tokens in this place represent future tram failures with identifier $i$ of type <i>Integer</i> ,
$p_1$	– tram is failed, token in that place expresses tram failure,
$p_2$	– failed tram replacement by redundant tram is being performed,
$p_3$	– it will be explained,
$p_4$	– tram in repair,
$p_5$	– repaired tram is ready to work,
$p_6$	– time resource for a failed tram has not yet passed,
$p_7$	– time resource for a failed tram has passed,
$p_8$	– redundant tram is idle,
$p_9$	– token in this place expresses that token from the place $p_6$ has been removed.

*Integer* is the type that is assigned to the following places:  $p_1, \dots, p_6, p_9$ . This type contains identifiers of tram failures. Hence, tokens that are located in these places have identifiers. Tokens in places:  $p_7, p_8$  have no identifiers. Tokens in the place  $p_8$  represent idle redundant trams. Tokens in the place  $p_7$  represent tram failures for that time resource has been exceeded.

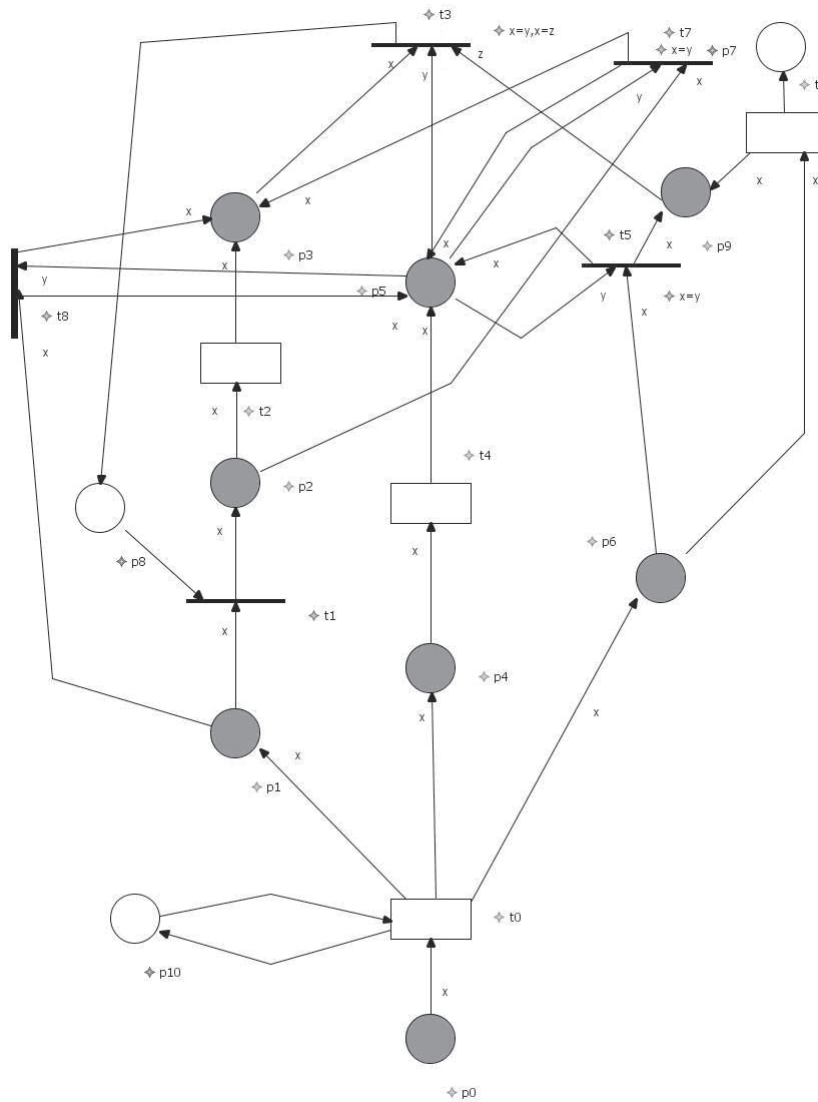
Meaning of transitions is as follows:

$t_0$	– tram failure,
$t_1$	– start of failed tram replacement by a redundant tram,
$t_2$	– end of failed tram replacement by a redundant tram,
$t_3$	– repaired tram returning (redundant tram becomes available),
$t_4$	– repaired tram is becoming ready to work,
$t_5$	– time resource has not been exceeded,
$t_6$	– time resource has been exceeded,
$t_7$	– repaired tram is ready to work before completion of failed tram replacement by a redundant one,
$t_8$	– repaired tram is ready to work before spare tram is available.

Now meaning of the place  $p_3$  will be explained. Let  $\tau(t)$  denote firing time instant of the transition  $t$ .

$p_3$  – token in this place expresses that: redundant tram is working if  $\tau(t_2) < \tau(t_4)$ , redundant tram is idle if otherwise.





Rys. 5. Sieć Petriego Wysokiego Poziomu dla analizowanego systemu transportowego  
 Fig. 5. High-Level Petri Net for the investigated transportation system

Czasy odpalenia przejść czasowych są określone następująco:

- $t_0$  → długość interwału czasu między kolejnymi uszkodzeniami tramwaju w systemie opisana rozkładem Weibulla. To nie jest przedział czasu między kolejnymi uszkodzeniami tego samego tramwaju.
- $t_2$  → długość interwału czasu wymiany tramwaju uszkodzonego na zapasowy wyrażona rozkładem Weibulla.
- $t_4$  → suma czasów naprawy uszkodzonego tramwaju i dostawy zadana rozkładem Weibulla.
- $t_6$  → rezerwa czasowa zadana liczbą rzeczywistą.

Przejścia  $t_2, t_4, t_6$  są odpalane zgodnie z semantyką wielokrotnego serwera: w danej chwili może przebiegać wiele procesów odpalenia. Przejście  $t_0$  z powodu pętli wokół tego, jest odpalane zgodnie z semantyką jednokrotnego serwera: w danej chwili może przebiegać co najwyżej jeden proces odpalenia.

Dla znakowania początkowego,  $M_0(p_8)=k$ , gdzie  $k$  jest liczbą zapasowych tramwajów. Cykl aktywności zapasowego

- Firing times of timed transitions are given as follows:
- $t_0$  → length of time interval between subsequent tram failures in the system; it is given by Weibull's distribution. It is not time interval between subsequent tram failures of the same tram.
- $t_2$  → length of time interval when failed tram replacement by redundant tram is being performed; it is given by Weibull's distribution.
- $t_4$  → sum of repair time for failed tram and lead time; it is given by Weibull's distribution.
- $t_6$  → time resource given by a real number.

The transitions  $t_2, t_4, t_6$  are fired according to multiple server semantics: many firing processes can undergo in a given time instant. The transitions  $t_0$  because of the loop around it, is fired according to single server semantics: at most one firing processes can undergo in a given time instant.

For initial marking,  $M_0(p_8)=k$ , where  $k$  is the number of redundant trams. Cycle of redundant tram activities is expressed by cycle of places and transitions  $t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_8, t_1$ .

tramwaju jest wyrażony cyklem miejsc i przejść  $t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_8, t_1$ .

Jeśli przejście  $t_0$  jest odpalone, to znaczniki z identyfikatorem  $i$  uszkodzenia tramwaju są umieszczane w miejscach  $p_1, p_4, p_6$ . Jeśli ponadto jest znacznik w miejscu  $p_8$ , to przejście  $t_1$  jest odpalane. Ten akt reprezentuje fakt, że tramwaj zapasowy jest przypisywany do zastąpienia uszkodzonego a skojarzonego z identyfikatorem  $i$  uszkodzenia tramwaju.

Jeśli wymiana tramwaju uszkodzonego na zapasowy jest zakończona przed chwilą gdy tramwaj uszkodzony jest gotowy do pracy po naprawie, to tramwaj zapasowy rozpoczyna pracę. W tym przypadku, znacznik z identyfikatorem  $i$  jest dodawany do miejsca  $p_3$  wcześniej niż znacznik z identyfikatorem  $i$  jest dodawany do miejsca  $p_5$ . Załóżmy, że zostało odpalone przejście  $t_4$ . Zatem istnieje znacznik z identyfikatorem  $i$  w miejscu  $p_5$ . Załóżmy, że rezerwa czasowa dla uszkodzenia tramwaju  $i$  jeszcze nie minęła. Zatem, w miejscu  $p_6$  jest znacznik z identyfikatorem  $i$ . Ponieważ w miejscach  $p_3$  i  $p_6$  są znaczniki z identyfikatorem  $i$ , a więc przejście  $t_5$  może być odpalone dla przypisań  $x=i$  i  $y=i$ . W rezultacie, znacznik z identyfikatorem  $i$  jest dodawany do miejsca  $p_9$ . Zatem znaczniki z identyfikatorem  $i$  są w miejscach  $p_3, p_5$  i  $p_9$ . Odpalane jest przejście  $t_3$ , a więc znacznik reprezentujący dostępny tramwaj zapasowy jest dodawany do miejsca  $p_8$ . Przejście  $t_3$  jest natychmiastowe. Stąd przejście  $t_3$  jest odpalane w tej samej chwili na osi czasu gdy przejście  $t_4$  jest odpalane. Reprezentuje to fakt, że tramwaj zapasowy jest dostępny natychmiast po chwili gdy naprawiony tramwaj jest gotowy do pracy.

Rozważmy przypadek podobny jak poprzednio, z tym, że rezerwa czasowa dla uszkodzenia  $i$  tramwaju upłynęła przed chwilą gdy tramwaj zapasowy dla tego uszkodzenia będzie gotowy do pracy. Wtedy przejście  $t_6$  jest odpalane przed odpaleniem przejścia  $t_2$ . W wyniku odpalenia przejścia  $t_6$ , znaczniki są umieszczane w miejscach  $p_7$  i  $p_9$ . Znacznik jest lokowany w miejscu  $p_3$  po usunięciu znacznika z miejsca  $p_6$ . W tym przypadku przejście  $t_5$  nie jest odpalane.

Jeśli uszkodzony tramwaj jest gotowy do pracy przed zakończeniem wymiany tramwaju uszkodzonego na rezerwowego, to tramwaj naprawiony powinien rozpocząć pracę, a zapasowy powinien stać się dostępny dla następnego uszkodzenia. W tym przypadku, najpierw odpalane jest przejście  $t_4$ , a następnie przejście  $t_7$ . Zatem w miejscu  $p_3$  pojawia się znacznik z identyfikatorem  $i$ . Analiza podobna do poprzedniej może być przeprowadzona. Skoncentrujmy się jedynie na niektórych aspektach.

Założmy, że rezerwa czasowa dla uszkodzenia  $i$  tramwaju jeszcze nie minęła. Zatem jest znacznik z identyfikatorem  $i$  w miejscu  $p_6$ . Przejście  $t_5$  może być odpalone. Znacznik z identyfikatorem  $i$  jest dodawany do miejsca  $p_9$ . Stąd są znaczniki w miejscach z identyfikatorem  $i$  w miejscach  $p_3, p_5$  i  $p_9$ . Zatem odpalane jest przejście  $t_3$ , i znacznik reprezentujący beczynny tramwaj rezerwowego jest dodawany do miejsca  $p_8$ . Przejścia  $t_7, t_5, t_3$  są natychmiastowe. Zatem przejście  $t_3$  jest odpalane w tej samej chwili na osi czasu gdy przejście  $t_4$  jest odpalane. Reprezentuje to fakt, że zapasowy tramwaj staje się dostępny natychmiast po chwili, gdy naprawiony tramwaj jest gotowy do pracy.

#### 2.4. Uzyskane wyniki

Proces funkcjonowania nadzsystemu z rezerwą czasową, przedstawiony w Sekcji 2.2, zamodelowano przy wykorzystaniu oprogramowania *GNU Octave*. Jednocześnie przykłady empirycznych funkcji dystrybucyjności rozkładu prawdopodobień-

If the transition  $t_0$  is fired, then tokens with tram failure identifier  $i$  are put in the places  $p_1, p_4, p_6$ . If there is a token in place  $p_8$ , then the transition  $t_1$  can be fired. It represents the fact that a redundant tram can be assigned in order to replace the failed tram associated with tram failure identifier  $i$ .

If failed tram replacement by a redundant tram is finished before a failed one is ready to work after repair, then redundant tram starts its work. In this case, the token with identifier  $i$  is added to the place  $p_3$  earlier than the token with identifier  $i$  is added to the place  $p_5$ . Let there be the token with identifier  $i$  in the place  $p_3$ . Let us suppose that time resource for the tram failure  $i$  have not yet passed. Hence, there is the token with identifier  $i$  in the place  $p_6$ . Because there are the tokens with identifier  $i$  in the places  $p_3$  and  $p_6$ , so the transition  $t_5$  can be fired for bindings  $x=i$  and  $y=i$ . As a result, token with identifier  $i$  is added to the place  $p_9$ . Let us suppose that the transition  $t_4$  has fired. Now, there are tokens with identifier  $i$  in places  $p_3, p_5$ , and  $p_9$ . Hence, the transition  $t_3$  is fired, and the token that represents idle redundant tram is added to the place  $p_8$ . The transition  $t_3$  is immediate. Therefore, the transition  $t_3$  is fired in the same time instant when the transition  $t_4$  is fired. It represents such a fact that redundant tram is becoming available immediately after the time instant when the repaired tram is ready to work.

Let us analyze similar case as before, but time resource for the tram failure  $i$  have passed before time instant when the redundant tram is ready to work. In this case, the transition  $t_6$  is fired before the transition  $t_2$  is fired. As a result of firing the transition  $t_6$ , tokens are put in the places  $p_7$  and  $p_9$ . A token is located in the place  $p_3$  after removing the token from the place  $p_6$ . In this case, the transition  $t_5$  is not fired.

If failed tram is ready to work before completion of failed tram replacement by redundant tram then repaired tram should start to work, and redundant tram should become available for next failure. In such a case, transition  $t_4$  is fired, and next transition  $t_7$  is fired. Therefore, there is the token with identifier  $i$  in the place  $p_3$ . Similar analysis as before can be performed. Let us concentrate on some aspects only. Let us suppose that time resource for the tram failure  $i$  have not yet passed. Hence, there is the token with identifier  $i$  in the place  $p_6$ . The transition  $t_5$  can be fired. Token with identifier  $i$  is added to the place  $p_9$ . Now, there are tokens with identifier  $i$  in places  $p_3, p_5$ , and  $p_9$ . Hence, the transition  $t_3$  is fired, and the token that represents idle redundant tram is added to the place  $p_8$ . The transitions  $t_7, t_5, t_3$  are immediate transitions. Therefore, the transition  $t_3$  is fired in the same time instant when the transition  $t_4$  is fired. It represents such a fact that redundant tram is becoming available immediately after the time instant when the repaired tram is ready to work.

#### 2.4. Obtained results

First, the Monte Carlo simulation model of system of systems with time dependency performance obtained with the use of *GNU Octave*, presented in the Section 2.2, has been analyzed

stwa czasu uszkodzeń systemu technicznego przedstawiono na rysunkach 6 i 7.

Uzyskane wyniki empiryczne są zgodne z tymi, uzyskanymi w procesie symulacji. Dla sprawdzenia podstawowych wyników modelowych i rzeczywistych, zastosowano test zgodności  $\lambda$ -Kolmogorowa. Obliczone wartości statystyki  $\lambda_{obl}$  nie przekraczają wartości 1,57 (patrz tabela 4). Na podstawie uzyskanych wyników nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności rozkładów prawdopodobieństw czasów niezdatności systemu wsparcia logistycznego i nadsystemu, uzyskanych z danych rzeczywistych oraz z symulacji, na poziomie istotności  $\alpha_o = 0,01$  ( $\lambda_o = 1.63$ ). Więcej informacji można znaleźć w pracy [26].

Jednocześnie istotne jest porównanie podstawowych charakterystyk niezawodnościowych uzyskanych w procesie symulacji, jak również w procesie analizy funkcjonowania systemu rzeczywistego. Na rysunku 8 przedstawiono poziom prawdopodobieństwa niezdatności nadsystemu w wyniku przekroczenia dostępnej rezerwy czasowej.

Wartości obliczonego błędu względnego  $e_{twzg}$  dla obliczonego prawdopodobieństwa niezdatności nadsystemu  $P_{npj}$  nie przekracza 6,5% dla wszystkich analizowanych przypadków.

Podsumowując dotychczasowe rozważania, należy podkreślić, że:

- porównanie wyników symulacyjnych z danymi rzeczywistymi wykazało, że wyniki rzeczywiste zależą nie tylko do samego procesu zaopatrzenia w elementy wymien-

in addition to obtained results from real system performance data.

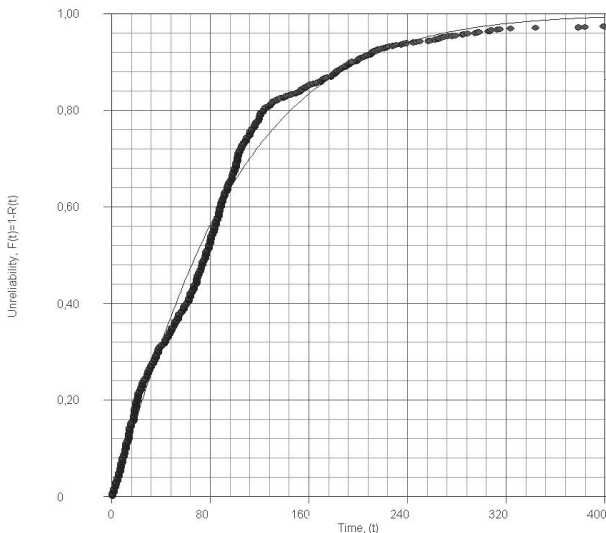
Examples of empirical cumulative distribution functions for the system of systems failure time are given in figures 6 and 7.

Empirical results are convergent with simulation effects. The convergence of both the models, empirical and simulation one has been tested with Kolmogorov-Smirnov test. Calculated values of  $\lambda_{obl}$  for both tests do not exceed 1.57 in every trial (see table 4). That testifies for well fitting both series of results at the rejection level  $\alpha = 0.01$  ( $\lambda_o = 1.63$ ). More information can be found in [26].

Moreover, there is also very important to compare the main reliability characteristics obtained from simulation performance and real life data. In figure 8, there is presented a comparison of empirical and simulated system's failure probability. The values of the relative errors  $e_{twzg}$  for the probability of system of systems downtime  $P_{npj}$  do not exceed 6,5% for every analyzed cases.

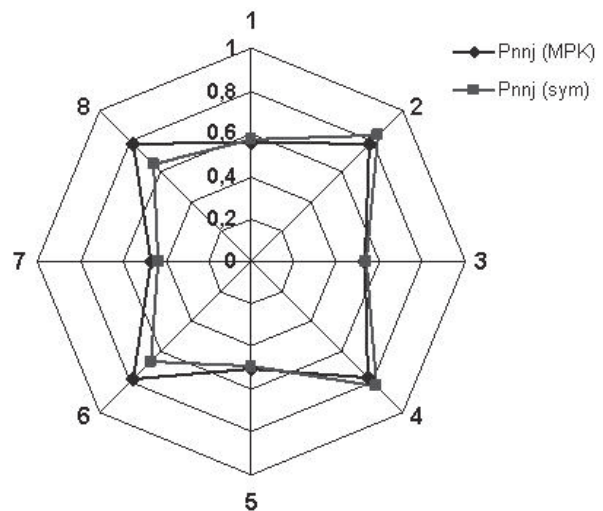
For summarizing the above considerations, it has to be underlined that:

- the comparison of obtained empirical and simulated results shows, that except supply process parameters, the human factor has great influence on empirical results.
- in the situation, when spare elements are ordered according to FIFO queue both series of results well fits.



Rys. 6. Empiryczna dystrybuanta czasu pomiędzy uszkodzeniami systemu technicznego (przyp. 1 z tab. 3)

Fig. 6. Empirical CDF for the system of system's failure time - test case 1 from table 3



Rys.. 7. Empiryczna dystrybuanta rozkładu czasu pomiędzy uszkodzeniami systemu technicznego (przyp. 2 z tab. 3)

Fig. 7. Empirical CDF for the system of system's failure time - test case 2 from table 3

Tab. 4. Wyniki testu zgodności  $\lambda$ -Kolmogorowa

Tab. 4. Kolmogorov-Smirnov test results for the investigated cases

Hipoteza Hypothesis	$\lambda_{obl}$								$\lambda$ ( $\alpha_o = 0,01$ )
	Przypadek / Case number								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
$\Psi(\tau)_{sym} = \Psi(\tau)_{MPK}$	0,93	1,01	0,98	1,13	1,21	1,12	0,95	0,95	1,63
$B_{2,1}(\xi)_{sym} = B_{2,1}(\xi)_{MPK}$	1,48	1,38	1,35	1,57	1,61	1,09	1,46	1,12	

ne, ale także od czynnika ludzkiego.

- przypadkach, gdy liczba uszkodzeń w systemie nie pozwala na zupełną dowolność przydzielania elementów wymiennych (zasada FIFO), wyniki symulacji oraz empiryczne wykazują dużą zgodność.

Przykładowo, opracowany model może zostać wykorzystany w procesie analizy m.in.:

- wyboru dostawcy przy znanych wymaganiach odnośnie wymaganego czasu dostawy,
- poziomu niezawodności systemu rzeczywistego, (np. w aspekcie osiągniętych czasów pomiędzy uszkodzeniami systemu),
- procesu obsługiwanego systemu operacyjnego (np. w aspekcie oceny wymaganych czasów napraw),
- poziomu zapasu informacyjnego,
- doboru najlepszych parametrów rezerwy czasowej.

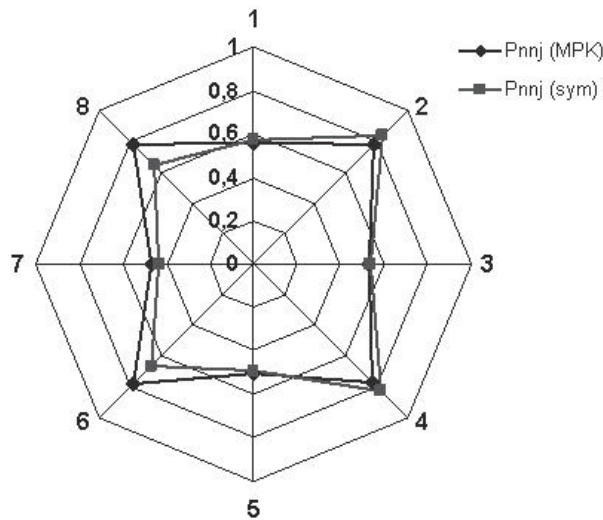
Jednocześnie należy pamiętać, iż model obliczeniowy korzystający z techniki Monte Carlo jest wymagający obliczeniowo, gdyż znaczna liczba próbek była konieczna do estymacji niezawodności na wysokim poziomie ufności. Ponadto, również wpływ czynnika ludzkiego na działanie nadzsystemu przyczynia się do poważnych trudności z zamodelowaniem rzeczywistego zachowania systemu tramwajowego. W celu potwierdzenia otrzymanych wyników, zbudowano drugi model w języku Sieci Petriego Wysokiego Poziomu (rys. 5), a następnie zasympulowano go dedykowanym narzędziem. Podstawowym celem drugiego podejścia było wyznaczenie funkcji gęstości prawdopodobieństwa niezdatności nadzsystemu. Drugim celem był pomiar prawdopodobieństwa warunkowego: zdarzenia awarii nadzsystemu pod warunkiem awarii tramwaju. Dla tramwaju  $i$ , którego czas naprawy jest dłuższy od czasu dostawy wyznacza się:

$$x_i = \tau(t_i) - \tau(t_0) \text{ if } \tau(t_i) > \tau(t_0).$$

Stąd  $x_i$  oznacza czas niezdatności nadzsystemu z powodu tramwaju  $i$ . Analizując kolejno awarie wszystkich tramwajów można wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa awarii nadzsystemu (rys. 9 i 10). Wyniki dotyczą przypadków 1 i 2 (tab. 3). Następnie przeprowadzono porównanie z funkcją gęstości systemu rzeczywistego. Nie ma powodów do odrzucenia hipotezy zgodności funkcji przy pomocy testu Kolmogorova-Smirnowa na poziomie zaufania 0.01. Wyniki dalszej analizy ilościowej dla przypadku 1 widoczne są na rys. 11 i 12.

Szukane prawdopodobieństwo warunkowe jest wyznaczone poprzez podzielenie liczby znaczników w miejscu  $p_9$  przez liczbę odpaleń przejścia  $t_0$ . Wyniki ilustruje rys. 13.

W celu uzyskania pełnego obrazu analizy, na rys. 14 przedstawiono porównanie niezdatności nadzsystemu dla wszystkich przypadków testowych.



Rys. 8. Porównanie empirycznego ( $Pnnj(MPK)$ ) i symulacyjnego ( $Pnnj(sym)$ ) prawdopodobieństwa niezdatności nadzsystemu dla analizowanych przypadków

Fig. 8. A comparison of empirical ( $Pnnj(MPK)$ ) and simulated ( $Pnnj(sym)$ ) system of system's failure probability when a tram is damaged

For example, the developed model can be used in analysis of the following aspects:

- selection of suppliers in terms of the required delivery time,
- reliability of operational system (e.g. in terms of achieved times between failures),
- maintainability of operational system (e.g. in terms of required repair times),
- minimal CIL quantity appraisalment,
- definition of minimal redundancy time.

However, presented model developed with the use of Monte Carlo simulation is time-consuming, because a large number of simulated samples have been needed to estimate the reliability parameters at a high level of confidence. Moreover, there is very difficult to simulate the real system behaviour – especially in the field of human factor influence on the obtained system of systems reliability characteristics. Thus, results from the Petri Net model have been obtained. A High Level Petri Net simulator was designed to collect data regarding execution of the net presented in the fig. 5. The Monte Carlo simulation's purpose is twofold. For one thing, to estimate a probability distribution function of the system of system's failure time caused by a damaged tram. Secondly, to measure a conditional probability that a failed tram will cause system of system's failure.

For the  $i$ th tram failure whose repair and lead time is longer than the resource time, the following calculation is made:

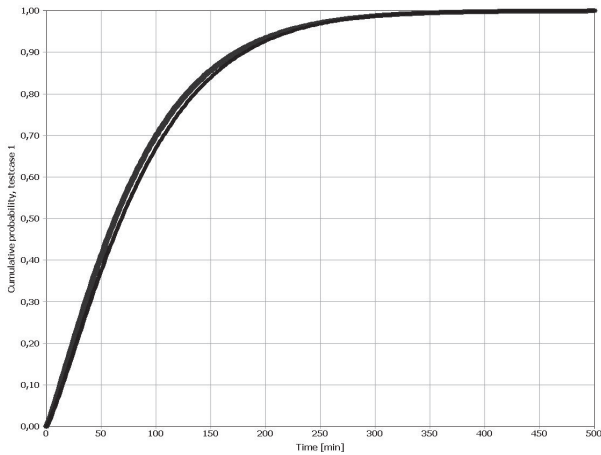
$$x_i = \tau(t_i) - \tau(t_0) \text{ if } \tau(t_i) > \tau(t_0).$$

Hence,  $x_i$  denotes system of system's failure time caused by the  $i$ th tram failure. Consequently, by means of the statistical analysis of each tram failure, probability distributions of estimated system of system's failure time are done with the outcome presented in fig. 9 and 10. The results concern the test cases no. 1 and 2 from table 3 respectively. A comparison with real system CDF is provided. There is no reason to reject the hypothesis of convergence using Kolmogorov-Smirnov test with confidence at 0.01 level.

Figures 11 and 12 refine quantitative analysis for test case 1.

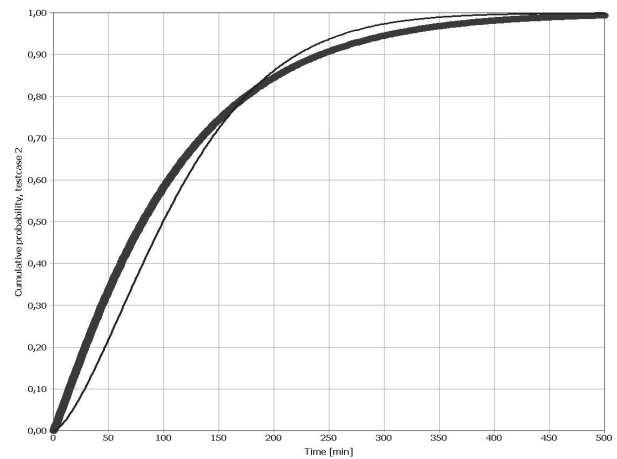
After the simulation has finished, the conditional probability is obtained through dividing a number of tokens in the place  $p_9$  by a number of transition  $t_0$  has fired. The fig. 13 displays the results.

For the sake of completeness, in the fig. 14 expected system of systems' failure time from all test cases are compared.



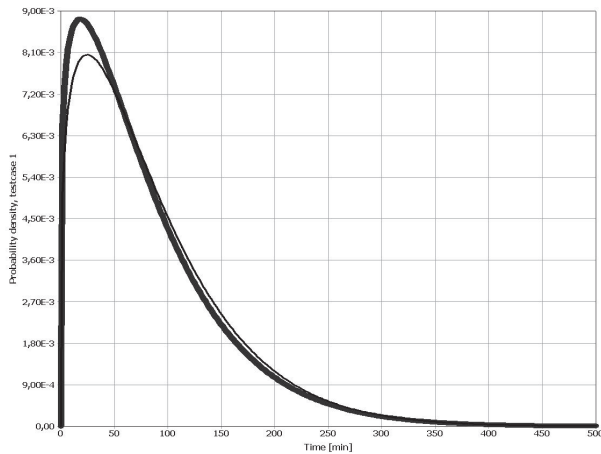
Rys. 9. Dystrybuanty czasu niezdatności nad systemu: na postawie sieci Petriego (linia gruba) i z rzeczywistego systemu (linia cienka) dla przypadku testowego nr 2

Fig. 9. Petri net model (thick line) and real system CDF (thin line) for the system of system's failure time - test case 1 from table 3



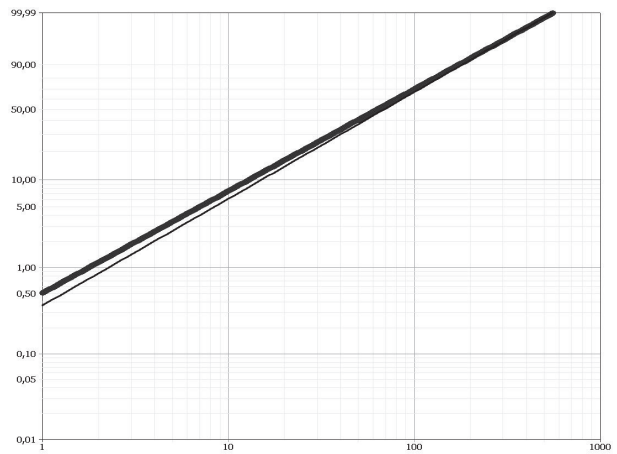
Rys. 10. Dystrybuanty czasu niezdatności nad systemu: na postawie sieci Petriego (linia gruba) i z rzeczywistego systemu (linia cienka) dla przypadku testowego nr 2

Fig. 10. Petri net model (thick line) and real system CDF (thin line) for the system of system's failure time - test case 2 from table 3



Rys. 11. Porównanie gęstości prawdopodobieństwa czasu niezdatności nadsystemu – przypadek 1 z tab 3.

Fig. 11. A PDF comparison for the system of system's failure time - test case 1 from table 3



Rys. 12. Wykresy dystrybuanty rozkładu Weibulla czasu niezdatności nadsystemu – przypadek 1 z tab. 3

Fig. 12. A Weibull probability plot comparison for the system of system's failure time - test case 1 from table 3

### 3. Podsumowanie

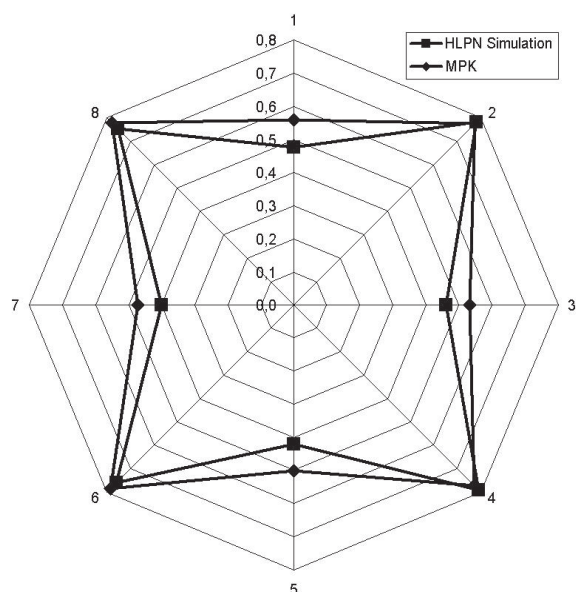
W niniejszej pracy omówiono podstawowe ograniczenia dotychczas zbadanych metod modelowania niezawodności i eksploatacji systemów. W wyniku tej analizy wybrano dwie metody do zbadania wydajności systemu komunikacji tramwajowej.

Wykorzystując języki: Sieci Petriego Wysokiego Poziomu oraz uogólnionych, stochastycznych sieci Petriego, zbudowano model opisujący działanie systemu komunikacji. Następnie przeprowadzono eksperyment numeryczny, w rezultacie którego potwierdzono zbieżność wyników obydwu modeli symulacyjnych. Uzyskane błędy względne  $e_{twzg}$  prawdopodobieństwa awarii nadsystemu  $P_{nmj}$  nie przekraczają 11% dla badanych przypadków testowych. Porównując wyniki z modelu sieci Petriego z rezultatami rzeczywistego systemu, błędy względne  $e_{twzg}$  awarii nadsystemu  $P_{nmj}$  nie przekraczają 16% dla badanych przypadków. Uzyskana dokładność odwzorowania wiąże się

### 3. Conclusions

In the presented paper, there have been discussed the main limitations of known modelling methods used in real-life system reliability and supportability analysis. As a result, two modelling techniques have been applied to describe the investigated tram network performance processes.

The Petri Net model has been developed as a combination of High-level Petri Net and general stochastic Petri Net techniques. Some numerical experiments have been carried out. Obtained results confirm the convergence between both presented simulation models. The relative errors  $e_{twzg}$  for the probability of system of systems downtime  $P_{nmj}$  do not exceed 11% for every analyzed case. When comparing Petri net model to results obtained from real system performance processes, relative errors  $e_{twzg}$  for the probability of system of systems downtime  $P_{nmj}$  do not exceed 16% for every analyzed case. The obtained modelling accuracy is related to the necessity of many simplified as-



Rys. 13. Porównanie prawdopodobieństwa niezdatności pod warunkiem uszkodzenia tramwaju dla badanych przypadków

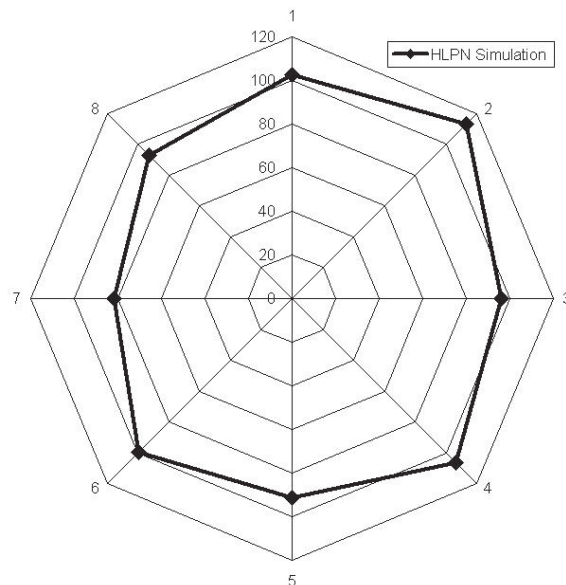
Fig. 13. A comparison of system of system's failure probability when a tram is damaged

z koniecznością przyjęcia wielu upraszczających założeń związanych z możliwością zastosowania modelu Petriego. Autorzy uważają, iż w tym przypadku osiągnięty poziom błędów odwzorowania jest do przyjęcia. W dalszych badaniach – odchodzenie od silnych założeń powinno pozwolić na osiągnięcie większej poprawności odwzorowania.

Niniejsza praca jest zatem punktem wyjścia do poszukiwania nowych analitycznych metod szacowania wydajności systemów przy pomocy sieci Petriego.

#### 4. References

1. Ajmone Marsan M., Balbo G., Conte G.: A class of generalized stochastic Petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems. *ACM Trans. Computer Systems*, Vol. 2 No 2, 1984, 93-122.
2. Bobbio A., Codetta D.: Parametric fault trees with dynamic gates and repair boxes, in: *Proc. Annual Symposium on Reliability and Maintainability*, 2004, 459-465.
3. Bobyr M., Yakhno B., Rusinski E., Harnatkiewicz P.: Damage in the complex low-cycle fatigue. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 2008, Vol. VIII, no. 3, 23-31.
4. Cho I.D., Parlar M.: A survey of maintenance models for multi-unit systems. *European Journal of Operational Research*, 1991, 51, 1-23.
5. Dugan J. B., Bavuso B., Boyd M.: Dynamic fault tree models for fault tolerant computer systems. *IEEE Trans. Reliability*, 1992, Vol. 41, 363-377.
6. Dugan J. B., Bavuso B., Boyd M.: Fault trees and Markov models for reliability analysis of fault tolerant systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 1993, Vol. 39, 291-307.
7. *Fault Tree Analysis*, International Technical Commission, IEC Standard, Publication 1025, 1990.
8. *ISO/IEC 15909-1, High-level Petri nets: Concepts, definitions and graphical notation*, 2004.
9. Jodejko A., Molecki B.: Methods of number of redundancies determination in the example of tram network (in Polish). *City and Regional Transportation*, 2008, No. 1.
10. Magott J., Nowakowski T., Skrobanek P., Werbińska S.: Logistic system modelling using Fault Trees with Time Dependencies – example of tram network. *European Safety and Reliability Association Conference, ESREL, 2009, Praha, Czech Republic, Leiden: Taylor and Francis, 2008, 2293-2300.*
11. Magott J., Nowakowski T., Skrobanek P., Werbińska S.: Analysis of possibilities of timing dependencies modelling – example of logistic support system. *European Safety and Reliability Association Conference, ESREL, 2008, Valencia, Spain, Leiden: Taylor and Francis, 2008, 1055-10.*



Rys. 14. Porównanie średniego czasu niezdatności nadsystemu dla badanych przypadków testowych

Fig. 14. A comparison of average system of system's failure time

assumptions of Petri net modelling taking. Authors deem, that in the investigated case obtained error level is to be accepted. In future research, better modelling accuracy can be achieved by changing the simplified assumptions.

Thus, the presented paper can be the starting point of consideration about searching new analytical ways of real-life system performance estimation with the use of Petri Nets.

12. Magott J., Nowakowski T., Skrobanek P., Werbińska S.: Analysis of logistic support system using Fault Trees with Time Dependencies. Archives of Transport, 2007, No. 4.
13. Magott, J., Skrobanek, P.: A method of analysis of fault trees with time dependencies. In Proc. SAFECOMP'2000, Rotterdam, The Netherlands, LNCS, Vol. 1943, Springer-Verlag, 2000, 176-186.
14. Montani S., Portinale L., Bobbio A., Codetta-Raiteri D.: RADYBAN: a tool for reliability analysis of dynamic fault trees through conversion into dynamic Bayesian networks. Reliability Engineering and System Safety, 2008, Vol. 93, 922-932.
15. Nakagawa T.: A summary of discrete replacement policies. European Journal of Operational Research, 1984, 17, 382-392.
16. Nicolai R.P., Dekker R.: Optimal maintenance of multicomponent systems: a review. Economic Institute Report 2006.
17. Nowakowski T., Werbińska S.: Maintenance modelling concepts – state of art. International Journal of Materials and Structural Reliability, 2008 vol. 6, nr 2, 229-254.
18. Nowakowski T., Werbińska-Wojciechowska S.: Models of logistic support systems (in prep.).
19. OPNAV Instruction 3000.12A.: Operational availability of equipments and weapons systems, Department of the Navy, Washington D.C. 2003.
20. Pham H., Wang H.: Imperfect maintenance. European Journal of Operational Research, 1996, 94, 425-438.
21. Pierskalla W.P., Voelker J. A.: A survey of maintenance models: the control and surveillance of deteriorating systems. Naval Research Logistics Quarterly, 1976, 23, 353-388.
22. Rusinski E., Harnatkiewicz P., Bobyr M., Yakhno B.: Caterpillar drive shaft damage causes analysis. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2008, Vol. VIII, no. 3, 117-129.
23. Sherif, Y.S.: Reliability analysis: Optimal inspection & maintenance schedules of failing equipment. Microelectronics and Reliability, 1982, Vol. 22, No. 1, 59-115.
24. Valdez-Flores C., Feldman, R.: A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. Naval Research Logistics, 1989 Vol. 36, 419-446.
25. Wang H.: A survey of maintenance policies of deteriorating systems. European Journal of Operational Research, 2002, 139, 469-489.
26. Werbińska S.: Model of logistic support for exploitation system of means of transport. PhD. Thesis, Technical University of Wrocław, Poland, report: PRE. 3/2008.
27. Werbińska S.: Model of logistic support system with time dependency. European Safety and Reliability Association Conference, ESREL, 2008, Valencia, Spain, Leiden: Taylor and Francis, 2008, 1851-1859.
28. Werbińska S.: Simulation-based approach for calculating the reliability of logistic support processes. Journal of KONBiN, 2008 vol. 4, nr 4, s. 239-248.

---

**Mgr inż. Marcin KOWALSKI**  
**Prof. dr hab. inż. Jan MAGOTT**  
**Dr hab. inż. Tomasz NOWAKOWSKI, Prof. Pwr.**  
**Dr inż. Sylwia WERBIŃSKA-WOJCIECHOWSKA**  
Politechnika Wrocławska  
Ul. Wybrzeże Wyspiańskiego nr 27  
51-370, Wrocław, Polska  
e-mail: sylwia.werbinska@pwr.wroc.pl

---