

METODA OCENY TRWAŁOŚCI RESZTKOWEJ WYBRANYCH URZĄDZEŃ SYSTEMU AWIONICZNEGO

THE METHOD FOR ASSESSING RESIDUAL DURABILITY OF SELECTED DEVICES IN AVIONICS SYSTEM

Proces rozwój techniki lotniczej można podzielić na dwa, wzajemnie zależne, obszary: pierwszy związany z systemami technicznymi zabudowanymi na pokładzie statków powietrznych, drugi natomiast związanym z procesami eksploatacyjnymi statków powietrznych, a w szczególności modyfikacją metod i sposobów ich realizacji. Jedną z prób rozwoju w drugim z przytoczonych obszarów jest niniejsze opracowanie. W artykule przedstawiono metodę oceny trwałości resztkowej wybranego systemu awionicznego w oparciu o funkcję rozkładu czasu przekroczenia stanu granicznego przez wartości parametrów diagnostycznych urządzenia w trakcie trwania procesu eksploatacyjnego.

Słowa kluczowe: system awioniczny, niezawodność, trwałość, stan dopuszczalny (graniczny).

The development of aeronautical engineering can be divided into two interdependent fields: the first one is connected with technical systems which are built on board of aircrafts, the second one concerns aircraft operation processes, especially the modification of methods and ways of their realization. This study attempts to develop the latter field. The article presents the method for assessing residual durability of a selected avionics system which is based on the function of the distribution of time of the exceedance of limit state by the values of diagnostic parameters of a device during the operation process.

Keywords: avionics system, reliability, durability, an acceptable state (limit state)

1. Wprowadzenie

Jednym z obszarów techniki wyznaczającym nowe kierunki rozwoju jest lotnictwo. Wiele osiągnięć zdobytych na tym polu znajduje zastosowanie w życiu codziennym. Najznakomitszym przykładem jest system ABS zaprojektowany na potrzeby lotnictwa a później zaimplementowanym do techniki motoryzacyjnej.

Prace w obszarze techniki lotniczej, w ogólnym ujęciu, można podzielić na dwie grupy związane z:

- 1) projektowaniem i konstruowaniem nowych rozwiązań (urządzeń, systemów);
- 2) ulepszeniem/poprawieniem zarówno elementów wchodzących w skład systemu lotniczego jak i modyfikacją/usprawnieniem procesu eksploatacyjnego [4,5,7,10].

Poddając analizie katalog zadań realizowanych w lotnictwie można stwierdzić, że podstawowym zadaniem jest realizacja lotu pomiędzy określonymi punktami terytorialnymi. To ogólne przedstawienie powyższego zagadnienia można rozbić na bardziej szczegółowy zakres zróżnicowany zarówno dla lotnictwa cywilnego jak i dla lotnictwa wojskowego. Z uwagi na tematykę niniejszego artykułu w dalszej części opracowania skupiono się na lotnictwie wojskowym i wojskowych statkach powietrznych.

Realizacja zadania w przypadku wojskowego statku powietrznego (WSP) uwarunkowana jest rodzajem rozpatrywanego lotnictwa (statki powietrzne transportowe, statki powietrzne wsparcia pola walki, statki powietrzne wielozadaniowe, śmigłowce itp.). Szczegółowa specyfikacja konstrukcji technicznej dla każdego z tych rodzajów jest inna, niemniej jednak istnieją określone obszary wspólne obejmujące m.in. elementy wymienione na rys. 1.

1. Introduction

Aviation is a field of engineering which determines new directions for development. Many achievements concerning this field are used in daily life. The greatest example is the ABS system which was originally designed for the needs of aviation, and later it was implemented into automotive engineering.

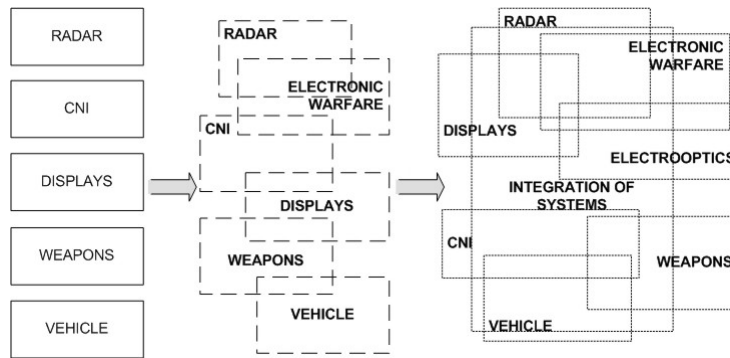
Works concerning aviation engineering can be generally divided into two groups connected with:

- 1) designing and constructing new solutions (devices, systems);
- 2) improving both elements of aeronautical system and the operation process [4,5,7,10].

Analyzing tasks which are performed in aviation, we can state that the main task concerns the performance of a flight between particular territorial points. This general description of the aforementioned issue can be presented in more details both for aviation and air force.

Due to the subject matter of this article, the further part of this study focuses on air force and military aircrafts.

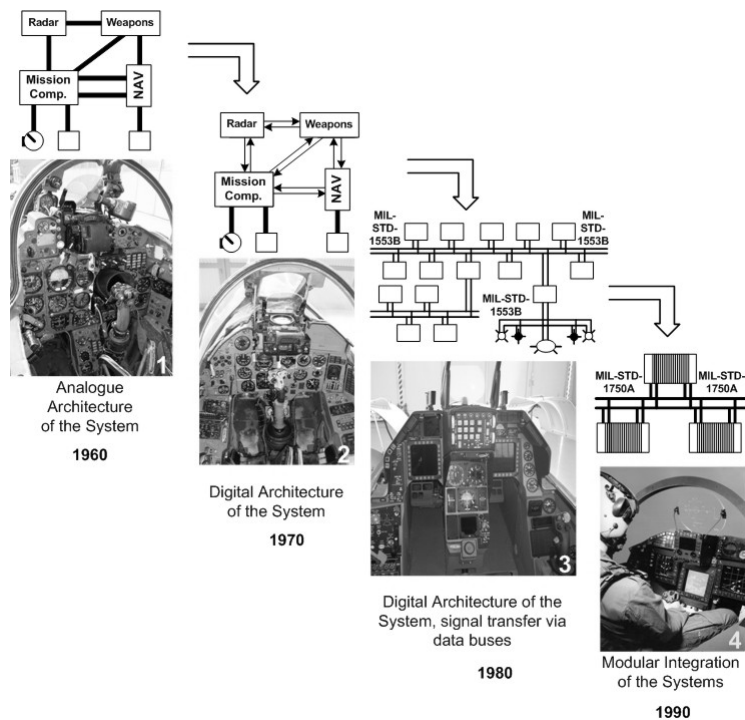
In the case of a military aircraft (MA), the performance of the task depends on the type of air force (cargo aircrafts, battlefield-support aircrafts, multi-role aircrafts, helicopters, etc.). A detailed technical specification for each of the above-mentioned types is different, however there are specified common areas including, among other things, the elements which are presented in Figure 1.



Rys. 1. Ogólna struktura rozwoju systemu uzbrojenia lotniczego
 Fig. 1. General structure of the development of aircraft weapons

Wraz z postępowaniem technicznym następowała zmiana w konstrukcji poszczególnych elementów oraz wzajemnej zależności między nimi. Zmiany te w głównej mierze podyktowane były poprawą osiągnięć jakie uzyskiwały WSP. Nowe i doskonalsze sensory, wielofunkcyjne radary znacznie podniosły zdolności bojowego zastosowania WSP i poszerzyły zarazem możliwości realizacji misji bojowych. Rozwój ten pociągnął za sobą również zmianę architektury szeroko rozumianej awioniki samolotu. Na rys. 2 przedstawiono ścieżkę rozwoju awioniki w okresie ostatnich dziesięcioleci [3].

Along with technology development, the construction and interdependencies between the above-mentioned elements were changing. The changes aimed at the improvement of MA performance. New and better sensors, multifunctional radars improved combat efficiency of military aircrafts, which increased possibilities of fulfilling combat missions. Moreover, this development resulted in the change of the architecture of aircraft avionics. Figure 2 presents the development path of avionics in the last decades [3].



Rys. 2. Rozwój systemów awionicznych (zdjęcie 4 – [3])
 Fig. 2. Development of avionics systems (picture 4 – [3])

Do lat 60-tych XX wieku technika lotnicza oparta była na rozwiązaniach które funkcjonowały w czasie II wojny światowej. Awionika zbudowana była na systemach wykonanych w technice analogowej. Istotne zmiany zostały zapoczątkowane w latach sześćdziesiątych wraz z nadejściem cyfrowej technologii, która urzeczywistniła się w konstrukcji wojskowych

Till the 60's of the 20th century, aviation engineering was based on solutions which had been functioning during the Second World War. Avionics was based on analogue systems. Significant changes appeared in the 60's along with the appearance of digital technology which was implemented into military aircrafts in the 70's. Digital computers which could be used in

statków powietrznych w latach 70-tych. Dostępność komputerów cyfrowych, które mogły zostać zaadoptowane do trudnych warunków pracy (związanych m.in. ze zmianą temperatury, ciśnienia, oddziaływaniem przeciążeń) dały możliwości wykorzystania dużej mocy obliczeniowej oraz dokładności pracy komputerów pokładowych, które nie były dostępne w czasie ery analogowej.

Rozwój w dziedzinie mikroelektroniki i pierwsze układy scalone umożliwiły połączenie wielu systemów przy pomocy jednej szyny informacyjnej, zapewniającej szybką komunikację oraz transfer danych. Z kolei architektura lat 90-tych oparta była na wzajemnej integracji określonych systemów WSP, stosowaniu doskonalszych sensorów i algorytmów obliczeniowych oraz w sposób istotny poprawiono transmisję danych.

Oprócz przedstawionego powyżej rozwoju technologicznego, jako nieodłączny element rozwoju systemów awionicznych należy wymienić procesy związane z doskonaleniem ich procesu eksploatacji. Proces eksploatacji systemów awionicznych, w sposób ogólny, można podzielić na dwa obszary związane z użytkowaniem systemu oraz realizacją określonych prac obsługowych. Pierwszy z tych obszarów związany jest bezpośrednio z „konsumpcją” korzyści wypracowanych przez system. Drugi z kolei odnosi się do przygotowania systemu do czerpania korzyści, tj. zasilenia w produkty niezbędne do realizacji określonych zadań (np. azot, tlen), sprawdzenia sprawności i prawidłowości funkcjonowania elementów systemu, przygotowania określonej konfiguracji systemu, itp. przedsięwzięć.

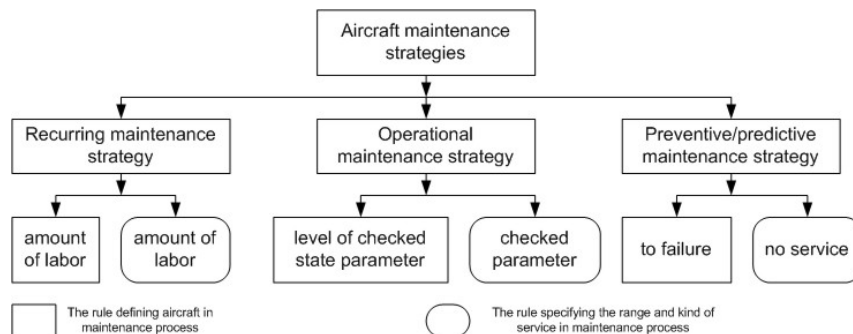
W praktyce istnieją obecnie trzy sposoby eksploatacji statków powietrznych: z planowanymi pracami profilaktycznymi, „według stanu”, „według warunku niezawodności” (rys. 3) [6].

difficult work conditions (connected with the changes of temperature, and air-pressure, the influence of G-forces, etc.) enabled people to exploit high computing power and accuracy of board computers which were unavailable during the Analogue Era.

The development of microelectronics and the appearance of the first integrated circuits enabled the connection of many systems with the help of one information bus which guarantees fast communication and transfer of data. The architecture of the 90's was based on mutual integration of MA systems, the use of better sensors and calculation algorithms, and an improved transfer of data.

Apart from the above-mentioned development of technology, the development of avionics systems included processes concerning the improvement of their operation processes. Generally, the process of avionics system operation can be divided into two areas which are connected with the use of a system and the realization of particular service works. The first concerns “consumption” of benefits which are worked out by a system. The second area concerns system preparations for deriving benefits, i.e. supplying with products which are necessary for the fulfilment of particular tasks (e.g. nitrogen, oxygen), checking the performance of system elements, preparing particular system configuration, etc.

In practice, there are three ways of aircraft operation: according to planned maintenance works, “according to a technical condition”, “according to the reliability condition” (Figure 3) [6].



Rys. 3. Sposoby eksploatacji wojskowych statków powietrznych

Fig. 3. Ways of aircraft operation

Z uwagi na warunki w jakich następuje wykorzystanie WSP zarówno proces użytkowania jak i proces obsługi posiadają swoją określoną specyfikę. Rezultat uzyskany w trakcie realizacji zadania bojowego zdeteminowany jest, w ogólnym ujęciu, trzema czynnikami.

Pierwszy – techniczny – odnosi się do sprawności systemów zabudowanych na pokładzie WSP. Drugi – środowiskowy – powiązany jest z parametrami opisującymi właściwości ośrodka w którym realizowane jest zadanie bojowe. Trzeci – tzw. czynnik ludzki – obnosi się do poziomu wyszkolenia zarówno pilota jak i personelu realizującego prace obsługowe. W dalszej części opracowania skupimy się na pierwszym z wymienionych czynników, tj. czynnikiem technicznym.

Both the operating and handling have their fixed specification depending on conditions in which a military aircraft is used. The result of performing a combat task is determined by three factors.

The first factor – a technical one – concerns the efficiency of systems which are mounted on a military aircraft board. The second factor – an environmental one – is connected with parameters which describe properties of the environment in which a combat task is realized. The third factor – “human factor” – concerns the level of qualifications of both a pilot and people

2. Metoda oceny trwałości resztkowej wybranych urządzeń systemu awionicznego z wykorzystaniem rozkładu czasu przekroczenia stanu granicznego (dopuszczalnego)

W trakcie procesu eksploatacji WSP w sposób wyraźny można zaobserwować zmianę parametrów technicznych wybranych urządzeń wraz z okresem ich użytkowania. Zmiana ta powoduje pogorszenie warunków pracy systemu i utratę wartości nominalnych parametrów technicznych. Do grupy czynników które mają destrukcyjny wpływ na jakość pracy urządzeń i wpływają na powyższe zmiany zaliczyć możemy m.in.:

- zmiany temperatury i ciśnienia,
- przeciążenia,
- wibracje,
- procesy starzeniowe, itp. czynniki.

Konstrukcja systemów technicznych opiera się na założeniu, że urządzenie spełnia swoją rolę jeżeli jego parametry użytkowe/diagnostyczne mieszczą się w ramach przyjętego dopuszczalnego błędu. Założenie to uwarunkowane jest dokładnością pracy poszczególnych elementów wchodzących w skład systemu. Zatem w celu zapewnienia prawidłowego funkcjonowania WSP należy nie dopuścić do przekroczenia przez parametry użytkowe urządzenia/systemu wartości dopuszczalnego błędu. Można to zrealizować na dwa sposoby: poprzez częste kontrole wartości parametrów użytkowych urządzenia/systemu i wyłączeniu go z eksploatacji w momencie zbliżenia się do ustalonej granicy, lub poprzez określenie czasu po upływie którego nastąpi przekroczenie przez parametry użytkowe wartości dopuszczalnego błędu.

Pierwszy z przytoczonych sposobów jest uciążliwy pod względem organizacyjnym oraz jest czasowo- i kosztochłonny. Poza tym na czas wykonywania sprawdzeń wyklucza WSP z możliwości użycia do realizacji zadania bojowego, a co za tym idzie występuje czasowe obniżenie potencjału bojowego powietrznych sił zbrojnych.

Drugi sposób opiera się na wykorzystaniu określonego aparatu matematycznego umożliwiającego opisanie procesu zmian wartości parametrów użytkowych urządzenia/systemu oraz oszacowanie czasu przebywania urządzenia/systemu w stanie zdadności do użycia. Wątek ten stanowić będzie dalszą część opracowania [2, 4, 5, 7].

Stwierdzono powyżej, że wraz z upływem czasu eksploatacji wartości parametrów użytkowych określonych urządzeń wchodzących w skład systemu awionicznego WSP ulegają zmianom. Zmiany te powodują zbliżanie się wartości parametrów użytkowych do granicy ustalonej jako wartość dopuszczalna. W momencie zrównania się z tą granicą lub jej przekroczenia należy dokonać regulacji mającej na celu przywrócenie nominalnych warunków pracy urządzenia/systemu lub też zaprzestać eksploatację. Teoretyczny przebieg zmian wartości parametrów diagnostycznych możemy przedstawić przy pomocy rysunku 4.

Na rysunku wartość bieżącą parametru zaznaczono jako „ z ”. Gdy $z < z_d$ to element nadaje się do użycia, w przeciwnym przypadku gdy $z \geq z_d$ element traci przydatności do użycia. Z uwagi na specyfikę związaną z przebiegiem procesu eksploatacyjnego WSP i działanie procesów destrukcyjnych zmiana wartości parametrów diagnostycznych będzie miało charakter losowy. Rozpatrzmy więc „zużywanie urządzenia” systemu awionicznego jako proces losowy występujący w procesie eksploatacji statku powietrznego. Podobną analizę przeprowadzono w pracy [8]

performing service works. Later, in this study, we will focus on the first factor, i.e. a technical one.

2. The method for assessing residual durability of selected devices in avionics system with the use of the distribution of time of the exceedance of limit state

During the operation process of a military aircraft we can observe the change of technical parameters of selected devices along with the time of their operation. This change causes the deterioration of working conditions of a system and the loss of rated values of technical parameters. Factors influencing the above-mentioned changes include:

- changes of temperature and air-pressure,
- g-forces,
- vibrations,
- ageing process, etc.

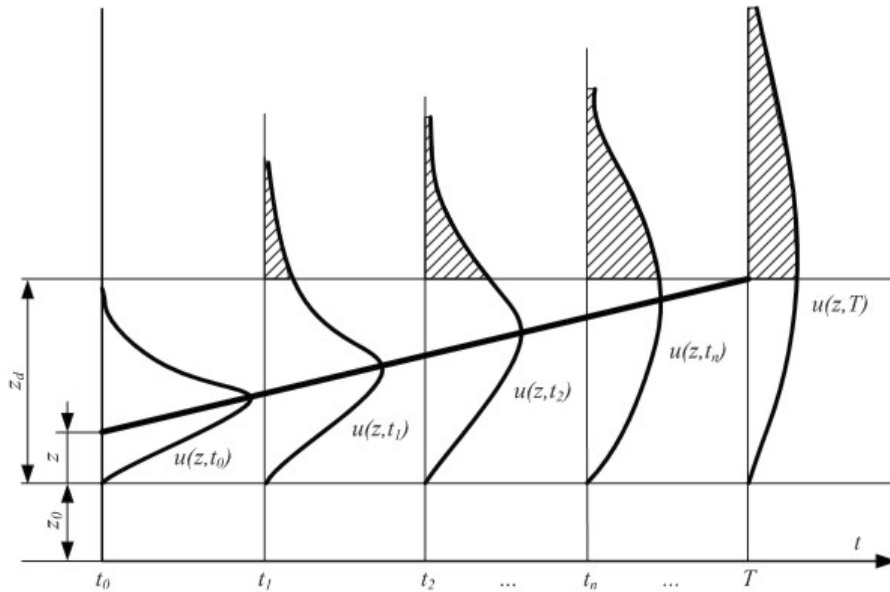
The construction of technical systems is based on the assumption that a device fulfils its role when its operational/diagnostic parameters are within acceptable error limits. This assumption depends on the accuracy of work of particular system elements. Thus, in order to assure a faultless functioning of a military aircraft, we cannot allow operational parameters to exceed the acceptable error limits, which can be done in two ways: by frequent checks of operational parameter values of a device/system and its switch off when parameters are close to the fixed limit, or by determining the time after which operational parameters exceed values of the acceptable error.

The first way is onerous with regard to its organization and it is also time consuming and money consuming. Besides, the time spent on checking excludes a military aircraft from its use in a combat task, which consequently leads to a temporal decrease of the fighting efficiency of the air forces.

The second way is based on the use of a particular mathematical method enabling the description of value changes of operational parameters of a device/system and the evaluation of time in which a device/system is in operational state. This issue will be discussed later in this study [2, 4, 5, 7].

It is stated above that military aircrafts undergo changes during the exploitation of operational parameter values of particular devices in avionics system. The changes cause that operational parameter values approximate to the fixed acceptable limit. When parameter values equate with the limit value or exceed it, an adjustment must be done in order to restore nominal conditions of a device/system operation or the operation must be stopped. Figure 4 presents a theoretical course of changes of diagnostic parameter values.

In the figure, current value of a parameter is marked as “ z ”. If $z < z_d$ then an element is fit for use, but if $z \geq z_d$ the elements losses its operational state. The change of diagnostic parameter values will be of a random character because of a specific character of MA operation process and the influence of destructive processes. So, let's consider “the wear of a device” of avionics system as a random process occurring during the operation of an aircraft. A similar analysis was conducted in study [8] which concerns the course of the wear of an aircraft tire.



Rys. 4. Schemat zmian wartości parametru diagnostycznego: z_0 – wartość nominalna parametru, z – wartość bieżąca parametru, z_d – granica dopuszczalnych zmian wartości parametru

Fig. 4. Diagram of changes of diagnostic parameter values: z_0 – nominal value of a parameter, z – current value of a parameter, z_d – the limit of acceptable changes of parameter values

odnosząc rozważania do przebiegu procesu zużycia opony lotniczej.

Przystępując do analitycznego opisu schematu przedstawionego na rys. 4 i wyznaczeniu funkcji gęstości charakteryzującej narastające zmiany wartości parametru diagnostycznego urządzenia przyjęto następujące założenia:

1. Stan techniczny elementu określa się jednym parametrem diagnostycznym oznaczonym przez „ z ”.
2. Zmiana wartości parametru „ z ” następuje tylko w czasie pracy urządzenia, czyli podczas lotu statku powietrznego.
3. Parametr „ z ” jest niemalejący.
4. Zmianę parametru diagnostycznego „ z ” opisuje równanie

$$\frac{dz}{dN} = c \quad (1)$$

gdzie: c – zmienna losowa zależna od warunków pracy elementu; N – liczba lotów statku powietrznego.

Jeżeli $z \in [0, z_d]$, to element jest zdalny do pracy, w przeciwnym przypadku element będzie uznany jako niezdatny.

Intensywność lotów statku powietrznego określa zależność:

$$\lambda = \frac{P}{\Delta t} \quad (2)$$

gdzie: Δt – przedział czasu, w którym może odbyć się lot statku powietrznego z prawdopodobieństwem P , P – prawdopodobieństwo odbycia lotu statku powietrznego w przedziale czasu o długości Δt .

Przedział czasu o długości Δt powinien być tak dobrany aby spełniona była nierówność:

$$\lambda \Delta t \leq 1 \quad (3)$$

Wprowadzone pojęcie intensywności lotów λ pozwala wyznaczyć liczbę lotów statków do chwili t ze wzoru:

$$N = \lambda t \quad (4)$$

Getting down to the analytical description of the diagram in Figure 4 and the determination of the density function of the changes of a diagnostic parameter values, the following assumptions were accepted:

1. The technical condition of an element is described by one diagnostic parameter which is marked as „ z ”.
2. The change of the value of the parameter „ z ” happens only during the operation of a device, i.e. during the flight of an aircraft.
3. The parameter „ z ” is non-decreasing.
4. The change of the diagnostic parameter „ z ” is described by the following equation

$$\frac{dz}{dN} = c \quad (1)$$

where: c – random variable which depends on operational conditions of an element; N – the number of flights of an aircraft.

If $z \in [0, z_d]$ then an element is fit for use, in other case the element is considered as unfit for use.

The intensity of flights of an aircraft is described by the following dependence:

$$\lambda = \frac{P}{\Delta t} \quad (2)$$

where: Δt – the range of time in which the flight of an aircraft can be performed with the probability P , P – the probability of the flight performance within the time interval with length Δt .

The time interval with length Δt shall be selected in such a way as to fulfil the following inequality:

$$\lambda \Delta t \leq 1 \quad (3)$$

The intensity of flights λ enables the determination of the number of flights of an aircraft up to the moment t from the following formula:

$$N = \lambda t \quad (4)$$

Wykorzystując wzór (4) równanie (1) można napisać w postaci:

$$\frac{dz}{dt} = \lambda c \quad (5)$$

Dla przyjętych założeń dynamikę zmian parametru diagnostycznego opiszemy równaniem różnicowym następującej postaci:

$$U_{z,t+\Delta t} = (1 - \lambda\Delta t) U_{z,t} + \lambda\Delta t U_{z-\Delta z,t} \quad (6)$$

gdzie: $U_{z,t}$ – prawdopodobieństwo tego, że w chwili t wartość parametru diagnostycznego będzie wynosiła z ; Δz – przyrost parametru diagnostycznego z w czasie jednego lotu statku.

Równanie (6) w zapisie funkcyjnym przyjmuje postać:

$$u(z, t + \Delta t) = (1 - \lambda\Delta t) u(z, t) + \lambda\Delta t u(z - \Delta z, t) \quad (7)$$

gdzie: $u(z, t)$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa wartości parametru diagnostycznego z w chwili t ; $(1 - \Delta t)$ – prawdopodobieństwo tego, że w przedziale czasu o długości Δt lotu nie będzie; $\lambda\Delta t$ – prawdopodobieństwo odbycia lotu statku w przedziale czasu o długości Δt .

Dokonując przekształcenia równania (7) wyprowadzono równanie różniczkowe cząstkowe następującej postaci [1]:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = -\lambda \Delta z \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} \lambda (\Delta z)^2 \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \quad (8)$$

gdzie: $\Delta z = c$.

Z uwagi na to, że c jest zmienną losową wprowadzono wartość średnią równą:

$$E[c] = \int_{c_g}^{c_u} c f(c) dc \quad (9)$$

gdzie: $f(c)$ – funkcja gęstości zmiennej losowej c ; c_g, c_u – granice zmienności wartości c .

Uwzględniając zależność (9) równanie różniczkowe (8) można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \Delta t = -\lambda E[c] \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} \lambda (E[c])^2 \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \quad (10)$$

gdzie: $\lambda E[c]$ – średni przyrost wartości parametru na jednostkę czasu; $\lambda(E[c])^2$ – średni kwadrat przyrostu wartości parametru diagnostycznego na jednostkę czasu.

Rozwiązanie równania (10) jest poszukiwaną funkcją gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej z następującej postaci:

$$u(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} A(t)} e^{-\frac{(z-B(t))^2}{2A(t)}} \quad (11)$$

gdzie:

$$B(t) = \int_0^t \lambda E[c] dt = \lambda E[c] t$$

$$A(t) = \int_0^t \lambda (E[c])^2 dt = \lambda E[c]^2 t$$

Przyjmując oznaczenie, że:

$$b = \lambda E[c] \quad a = \lambda(E[c])^2$$

funkcja gęstości (11) przyjmuje następującą postać:

Using the formula (4), the equation (1) can be written in the following form:

$$\frac{dz}{dt} = \lambda c \quad (5)$$

The dynamics of the changes of a diagnostic parameter can be described by the following difference equation:

$$U_{z,t+\Delta t} = (1 - \lambda\Delta t) U_{z,t} + \lambda\Delta t U_{z-\Delta z,t} \quad (6)$$

where: $U_{z,t}$ – the probability that in the moment t the value of a diagnostic parameter will be z ; Δz – the increment of the diagnostic parameter z during one flight of an aircraft.

The functional notation of the equation (6) has the following form:

$$u(z, t + \Delta t) = (1 - \lambda\Delta t) u(z, t) + \lambda\Delta t u(z - \Delta z, t) \quad (7)$$

where: $u(z, t)$ – the density function of the probability of the diagnostic parameter value z in the moment t ; $(1 - \Delta t)$ – the probability that in the time interval with length Δt the flight will not be performed; $\lambda\Delta t$ – the probability of the flight performance in the time interval with length Δt .

The equation (7) was transformed by substituting the following differential equation [1]:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = -\lambda \Delta z \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} \lambda (\Delta z)^2 \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \quad (8)$$

where: $\Delta z = c$.

Due to the fact that c is a random variable, the following mean value was introduced:

$$E[c] = \int_{c_g}^{c_u} c f(c) dc \quad (9)$$

where: $f(c)$ – the density function of the random variable c ; c_g, c_u – the limits of variation of c .

Taking into consideration the dependence (9), the differential equation (8) can be written in the following form:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \Delta t = -\lambda E[c] \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} \lambda (E[c])^2 \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \quad (10)$$

where: $\lambda E[c]$ – the mean increment of the parameter value per time unit; $\lambda(E[c])^2$ – the mean square increment of the value of the diagnostic parameter per time unit.

The solution of the equation (10) is the unknown density function of the probability of the random variable z in the following form:

$$u(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} A(t)} e^{-\frac{(z-B(t))^2}{2A(t)}} \quad (11)$$

where:

$$B(t) = \int_0^t \lambda E[c] dt = \lambda E[c] t$$

$$A(t) = \int_0^t \lambda (E[c])^2 dt = \lambda E[c]^2 t$$

Assuming that:

$$b = \lambda E[c] \quad a = \lambda(E[c])^2$$

the density function (11) has the following form:

$$u(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} \quad (12)$$

Zależność (12) jest charakterystyką probabilistyczną narastania zużywania w funkcji nalotu statku. Niemniej jednak istotną informacją jest znajomość rozkładu czasu (nalotu) przekroczenia dopuszczalnej wartości błędu parametru z .

Prawdopodobieństwo przekroczenia wartości dopuszczalnej przez bieżącą wartość parametru diagnostycznego „ z ” można zapisać w następującej postaci [1]:

$$Q(t; z_d) = \int_{z_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz \quad (14)$$

Funkcja gęstości rozkładu czasu przejścia przez stan dopuszczalny z_d przyjmie postać:

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} Q(t; z_d) \quad (15)$$

Stąd

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz \quad (16)$$

$$f(t) = \int_{z_d}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} \right] \right\} dz \quad (17)$$

Po obliczeniu pochodnej otrzymujemy:

$$f(t)_{z_d} = \int_{z_d}^{\infty} \left[u(z, t) \left(\frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2 at^2} \right) \right] dz \quad (18)$$

Funkcja pierwotna względem funkcji podcałkowej zależności (18) ma postać:

$$w(z, t) = u(z, t) \left(-\frac{z+bt}{2t} \right) \quad (19)$$

Obliczmy całkę (18):

$$f(t)_{z_d} = u(z, t) \left(-\frac{z+bt}{2t} \right) \Big|_{z_d}^{\infty} = \frac{z_d+bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z_d-bt)^2}{2at}} \quad (20)$$

W ten sposób zależność (20) określa funkcję gęstości czasu pierwszego przejścia bieżącej wartości parametru „ z ” przez stan dopuszczalny.

Dysponując powyższymi danymi można wyznaczyć trwałość urządzenia ze względu na zmianę wartości parametru z . W tym celu możemy zapisać, że wzór na niezawodność urządzenia przyjmuje postać:

$$f(t)_{z_d} = u(z, t) \left(-\frac{z+bt}{2t} \right) \Big|_{z_d}^{\infty} = \frac{z_d+bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z_d-bt)^2}{2at}} \quad (21)$$

gdzie funkcja gęstości $f(t)_{z_d}$ określona jest wzorem (20).

Z kolei zawodność urządzenia można wyznaczyć z zależności (22):

$$Q(t) = \int_0^t \frac{z_d+bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z_d-bt)^2}{2at}} dt \quad (22)$$

Całkę (22) należy sprowadzić do prostszej postaci. Można zauważyć, że funkcja podcałkowa daje się zapisać w postaci:

$$u(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} \quad (12)$$

The dependence (12) is the probabilistic characterisation of the increase of the wear in the function of the flying time. However, it is important to know the distribution of the time (the flying time) of the exceedance of the acceptable error value of the parameter z .

The probability of the exceedance of the acceptable value by the current value of the diagnostic parameter „ z ” can be written in the following form [1]:

$$Q(t; z_d) = \int_{z_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz \quad (14)$$

The density function of the time distribution of the exceedance of the acceptable state z_d has the following form:

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} Q(t; z_d) \quad (15)$$

Thus

$$f(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} dz \quad (16)$$

$$f(t) = \int_{z_d}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z-bt)^2}{2at}} \right] \right\} dz \quad (17)$$

After calculating the derivative, we obtain:

$$f(t)_{z_d} = \int_{z_d}^{\infty} \left[u(z, t) \left(\frac{z^2 - b^2 t^2 - at}{2 at^2} \right) \right] dz \quad (18)$$

The original function with regard to the integrand of the dependence (18) has the following form:

$$w(z, t) = u(z, t) \left(-\frac{z+bt}{2t} \right) \quad (19)$$

We calculate the integral (18):

$$f(t)_{z_d} = u(z, t) \left(-\frac{z+bt}{2t} \right) \Big|_{z_d}^{\infty} = \frac{z_d+bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z_d-bt)^2}{2at}} \quad (20)$$

Thus, the dependence (20) determines the density function of the time of the first transition of the current value of the parameter „ z ” through the acceptable state.

Having the above-mentioned data, we can determine the durability of a device with respect to the change of the value of the parameter z . For this purpose, we can write down that the formula for the reliability of a device has the following form:

$$f(t)_{z_d} = u(z, t) \left(-\frac{z+bt}{2t} \right) \Big|_{z_d}^{\infty} = \frac{z_d+bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z_d-bt)^2}{2at}} \quad (21)$$

where the density function $f(t)_{z_d}$ is determined by the formula (20).

The unreliability of a device can be determined from the dependence (22):

$$Q(t) = \int_0^t \frac{z_d+bt}{2t} \frac{1}{\sqrt{2\pi a t}} e^{-\frac{(z_d-bt)^2}{2at}} dt \quad (22)$$

The integral (22) has to be simplified. It can be observed that the integrand can be written in the following form:

$$\frac{z_d + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_d - bt)^2}{2at}} = \frac{z_d + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(bt - z_d)^2}{2at}}$$

i problem sprowadzić do rozwiązania nieoznaczonej całki

$$\int \frac{(z_d + bt)}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(bt - z_d)^2}{2at}} dt \quad (23)$$

Dokonyjemy w powyższej całce podstawienia:

$$\frac{(bt - z_d)^2}{2at} = u$$

Stąd

$$\frac{du}{dt} = \frac{bt + z_d}{2at^2} (bt - z_d)$$

$$dt = \frac{2at^2}{(bt + z_d)(bt - z_d)} du$$

Po podstawieniu całka (23) przyjmuje postać:

$$\int \frac{z_d + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-u} \cdot \frac{2at^2}{(bt + z_d)(bt - z_d)} du = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{\sqrt{u}} e^{-u} du \quad (24)$$

Dalej należy dokonać drugiego podstawienia:

$$\sqrt{u} = w \quad \frac{dw}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$$

$$\frac{du}{dw} = 2w \quad du = 2w dw$$

Uwzględniając powyższe zależności całkę (24) możemy zapisać w następującej postaci:

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{w} e^{-w^2} 2w dw = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int e^{-w^2} dw \quad (25)$$

Dokonyjemy jeszcze jednego podstawienia:

$$w^2 = \frac{y^2}{2} \quad 2w dw = y dy$$

$$dw = \frac{y}{2w} dy \quad dw = \frac{y}{\sqrt{2}}$$

Stąd otrzymujemy całkę postaci:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (26)$$

gdzie:

$$y = \frac{bt - z_d}{\sqrt{at}}$$

Wprowadzając otrzymane wyniki do wzoru (21) i pamiętając o odpowiednim zapisie granic całkowania otrzymujemy wzór na niezawodność:

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{bt - z_d}{\sqrt{at}}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (27)$$

Dystrybuanta rozkładu normalnego standaryzowanego przyjmuje postać:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$\frac{z_d + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(z_d - bt)^2}{2at}} = \frac{z_d + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(bt - z_d)^2}{2at}}$$

and now we have to solve the indefinite integral

$$\int \frac{(z_d + bt)}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(bt - z_d)^2}{2at}} dt \quad (23)$$

We make the substitution in the above-mentioned integral:

$$\frac{(bt - z_d)^2}{2at} = u$$

Thus

$$\frac{du}{dt} = \frac{bt + z_d}{2at^2} (bt - z_d)$$

$$dt = \frac{2at^2}{(bt + z_d)(bt - z_d)} du$$

After the substitution, the integral (23) has the following form:

$$\int \frac{z_d + bt}{2t} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi at}} e^{-u} \cdot \frac{2at^2}{(bt + z_d)(bt - z_d)} du = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{\sqrt{u}} e^{-u} du \quad (24)$$

Then, we make the second substitution:

$$\sqrt{u} = w \quad \frac{dw}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$$

$$\frac{du}{dw} = 2w \quad du = 2w dw$$

Taking into consideration the above-mentioned dependencies, the integral (24) can be written in the following form:

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{w} e^{-w^2} 2w dw = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int e^{-w^2} dw \quad (25)$$

We make one more substitution:

$$w^2 = \frac{y^2}{2} \quad 2w dw = y dy$$

$$dw = \frac{y}{2w} dy \quad dw = \frac{y}{\sqrt{2}}$$

Thus, we obtain the integral in the following form:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (26)$$

where:

$$y = \frac{bt - z_d}{\sqrt{at}}$$

Substituting the results into the formula (21) and remembering the appropriate notation of the integration limits, we obtain the formula for the reliability:

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{bt - z_d}{\sqrt{at}}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (27)$$

The distribution function for the standard normal distribution has the following form:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

Uwzględniając powyższe, ostatecznie wzór na niezawodność elementu konstrukcji wyrazi się zależnością:

$$R^*(t) = 1 - \Phi\left(\frac{b^*t - z_d}{\sqrt{a^*t}}\right) \quad (28)$$

gdzie b^* i a^* są współczynnikami po oszacowaniu na podstawie danych otrzymanych z eksploatacji statków powietrznych.

A zatem ryzyko uszkodzenia urządzenia można wyznaczyć z poniższej zależności:

$$Q^* = 1 - R^*(t) = \Phi(\gamma) \quad (29)$$

gdzie:

$$\gamma = \frac{b^*t - z_d}{\sqrt{a^*t}} \quad (30)$$

Przyjmując określony poziom ryzyka uszkodzenia urządzenia znajdujemy γ (poprzez odczyt wartości z tablic rozkładu normalnego standaryzowanego). Z kolei znając wartość γ możemy wyznaczyć trwałość (czyli t) z zależności (30). W tym celu zależność (30) przekształcono do równania kwadratowego w postaci:

$$b^{*2}t^2 - (\gamma^2 a^* + 2b^* z_d)t + z_d^2 = 0$$

Stąd trwałość:

$$T = \frac{(\gamma^2 a^* + 2b^* z_d) - \sqrt{(2b^* z_d + \gamma^2 a^*)^2 - 4b^{*2} z_d^2}}{2b^{*2}} \quad (31)$$

3. Przykład liczbowy i uwagi końcowe

Sprawność systemu awionicznego określana jest przy pomocy parametrów diagnostycznych charakteryzujących stan techniczny poszczególnych urządzeń wchodzących w jego skład. Jednym z istotnych urządzeń tego systemu jest głowica celownicza wchodząca w skład systemu nawigacyjno-celowniczego. Jej stan techniczny opisują dwa parametry diagnostyczne ε i β charakteryzujące współrzędne położenia znacznika celowniczego.

Na podstawie analizy wyników sprawdzeń określonej populacji głowic celowniczych ustalono, że wraz z upływem czasu eksploatacji, w wyniku oddziaływania czynników destrukcyjnych, wartości tychże parametrów ulegają zmianie [9]. Przykładowy przebieg zmian wartości parametrów diagnostycznych ε i β zarejestrowanych w trakcie trwania procesu eksploatacyjnego przedstawiono w tabeli 1.

Posiadając zatem dane opisujące wartości odchyłki parametru diagnostycznego w postaci $[(z_0, t_0), (z_1, t_1), (z_2, t_2), \dots, (z_n, t_n)]$ w oparciu o poniższe wzory

$$b^* = \frac{z_n}{t_n} \quad a^* = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{[(z_{k+1} - z_k) - b^*(t_{k+1} - t_k)]^2}{(t_{k+1} - t_k)} \quad (32)$$

wyznaczono wartości współczynników funkcji gęstości dla obu parametrów diagnostycznych:

$$a_\varepsilon^* = 0,002; \quad b_\varepsilon^* = 0,0063; \quad a_\beta^* = 0,0003; \quad b_\beta^* = 0,0051. \quad (33)$$

Przyjmując poziom niezawodności $R^*(t)=0,99$ odczytano z tablic rozkładu normalnego wartość parametru $\gamma=2,32$. Z kolei parametr z_d określono posiłkując się dokumentacją techniczną wykorzystywaną do realizacji prac obsługowych, w której zamieszczono informację o wartości dopuszczalnych odchyłek parametrów diagnostycznych.

Finally, the formula for the reliability of an element of a construction has the form of the following dependence:

$$R^*(t) = 1 - \Phi\left(\frac{b^*t - z_d}{\sqrt{a^*t}}\right) \quad (28)$$

where b^* and a^* are coefficients after the estimation on the basis of data obtained from the exploitation of aircrafts.

Thus, the risk of a device damage can be determined from the following dependence:

$$Q^* = 1 - R^*(t) = \Phi(\gamma) \quad (29)$$

where:

$$\gamma = \frac{b^*t - z_d}{\sqrt{a^*t}} \quad (30)$$

Assuming a specified level of damage risk, we can find γ (by reading values on the tables of the normal distribution). Knowing the value of γ , we can determine the durability (i.e. t) from the dependence (30). For this purpose, the dependence (30) was transformed into the following square equation:

$$b^{*2}t^2 - (\gamma^2 a^* + 2b^* z_d)t + z_d^2 = 0$$

Thus, the durability:

$$T = \frac{(\gamma^2 a^* + 2b^* z_d) - \sqrt{(2b^* z_d + \gamma^2 a^*)^2 - 4b^{*2} z_d^2}}{2b^{*2}} \quad (31)$$

3. Numerical examples and final notes

The efficiency of avionics system is determined with the help of diagnostic parameters describing the technical condition of particular devices of the system. An aiming head (a navigation and aiming device) is an important device of avionics system. Its technical condition is described by two diagnostic parameters: ε and β which describe the coordinates of position of sight marker.

On the basis of analyzing results of checks of a particular population of aiming heads it was established that as the time of operation goes by and as a result of the influence of destructive factors, the values of these parameters undergo changes [9]. Table 1 presents an exemplary course of changes of values of the diagnostic parameters ε and β during an operation process.

Having data describing the values of deviation of a diagnostic parameter in the following form $[(z_0, t_0), (z_1, t_1), (z_2, t_2), \dots, (z_n, t_n)]$, and basing on the following formulas,

$$b^* = \frac{z_n}{t_n} \quad a^* = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{[(z_{k+1} - z_k) - b^*(t_{k+1} - t_k)]^2}{(t_{k+1} - t_k)} \quad (32)$$

the values of the density function coefficients for both diagnostic parameters were determined:

$$a_\varepsilon^* = 0,002; \quad b_\varepsilon^* = 0,0063; \quad a_\beta^* = 0,0003; \quad b_\beta^* = 0,0051. \quad (33)$$

Assuming the following level of reliability $R^*(t)=0,99$, the value of the parameter $\gamma=2,32$ was read on the tables of normal distribution. The parameter z_d was determined on the basis of a technical documentation which is used for service works and includes information on the acceptable values of deviations of the diagnostic parameters.

Tab. 1. Zmiany wartości parametrów diagnostycznych głowicy celowniczej w trakcie trwania procesu eksploatacyjnego.
Tab. 1. Changes of diagnostic parameter values in an aiming head during an operation process.

T [months]	0	27	40	57	83	94	102	110	116
ϵ	0	0,01	0,01	0,01	0,07	0,48	0,48	0,54	0,73
β	0	0,23	0,26	0,26	0,39	0,50	0,53	0,56	0,59

Disponując zatem wartościami parametrów a , b , γ , z_d podstawiono je do równania (31) obliczając czas po upływie którego wartości odchyłki parametrów diagnostycznych przekroczą stan graniczny. Dla analizowanego przypadku czas ten wynosi odpowiednio:

$$T_\epsilon = 5 \text{ [miesiące]} \quad T_\beta = 33 \text{ [miesiące]} \quad (34)$$

od ostatniej kontroli parametrów diagnostycznych. Otrzymane wartości (34) można wykorzystać w obsłudze technicznej w zależności od przyjętej strategii obsługi.

Reasumując można stwierdzić, że przedstawiona metoda wydaje się być poprawna i słuszną i pozwala na przeprowadzenie analizy stanu technicznego urządzenia/systemu ze względu na charakter zmian wartości parametrów diagnostycznych. Przedstawiony przykład obliczeniowy pozwolił na przeprowadzenie weryfikacji opracowanego modelu oraz uwypuklił aplikacyjne walory opracowanej metody. Metoda ta może być przydatna w dalszych pracach nad usprawnieniem zarówno procesu eksploatacyjnego jak i sposobu wykorzystania statków powietrznych z użyciem systemów awionicznych pozwalając na określenie czasu przebywania urządzenia w stanie zdatności.

Ponadto z uwagi na swój uniwersalny charakter przedstawiona metoda, może z powodzeniem być zastosowana do określania trwałości resztkowej dowolnego obiektu technicznego, którego stan techniczny określany jest na podstawie analizy wartości parametrów diagnostycznych.

4. References

- Dudar Z. Zastosowanie rozkładu czasu przekraczania stanu granicznego do wyznaczania trwałości wybranych elementów urządzenia lotniczego. Warszawa: Praca magisterska, WAT 2006.
- Łuczak A., Machel M., Mazur T. Trybologia – zużycie i badania trybologiczne elementów maszyn. Warszawa: WAT, 1979.
- Moir I., Seabridge A. Military Avionics System. Chichester, England: Wiley, 2006.
- Tomaszek H.; Szczepanik R. Zarys metody oceny niezawodności i trwałości urządzeń lotniczych z uwzględnieniem stanów granicznych. Radom: Problemy eksploatacji 3/2005, 2005.
- Tomaszek H.; Żurek J.; Lorocho L. Zarys metody oceny niezawodności i trwałości elementów konstrukcji lotniczych na podstawie opisu procesów destrukcyjnych. Radom: ZEM, Zeszyt 3(139) 2004.
- Tomaszek H.; Wróblewski H. Podstawy oceny efektywności eksploatacji systemów uzbrojenia lotniczego. Warszawa: Dom Wydawniczy „Bellona”, 2001.
- Tomaszek H.; Żurek J.; Jaształ M. Prognozowanie uszkodzeń zagrażających bezpieczeństwu lotów statku powietrznego. Radom: Wydawnictwo Naukowe JTE, 2008.
- Tomaszek H.; Ważny M. Zarys metody oceny trwałości na zużycie powierzchniowe elementu konstrukcji z wykorzystaniem rozkładu czasu przekroczenia stanu granicznego (dopuszczalnego). Radom: ZEM, Zeszyt 3(155) 2008.
- Ważny M. Ocena wpływu procesów destrukcyjnych występujących podczas eksploatacji systemów nawigacyjno-celowniczych na skuteczność ich zastosowania - sprawozdanie z realizacji pracy badawczej. Warszawa, WAT, 2008.
- Ważny M., Wojtowicz K. Analiza systemu eksploatacji wojskowego statku powietrznego w aspekcie jego modernizacji. Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability 2008; 3(39); 4-11.

The values of the parameters a , b , γ , z_d were substituted into the equation (31), and the time after which the values of the diagnostic parameter deviations exceed the limit state was calculated. In this case, the time comes to:

$$T_\epsilon = 5 \text{ [months]} \quad T_\beta = 33 \text{ [months]} \quad (34)$$

since the last check of the diagnostic parameters. The values (34) can be used in technical service depending on the adopted service strategy.

Summing up, we can state that the above-presented method seems to be correct and enables the analysis of a device/system technical condition with respect to the character of changes of values of the diagnostic parameters. The above-presented calculation example enabled the verification of the developed model and showed application qualities of the method. This method can be useful in future work on the improvement of both the operation process and the way of use of aircrafts with avionics system because it enables the determination of time during which a device is fit for use.

Moreover, due to its universal character, the method can be used to determine the residual life of any technical object whose technical condition is determined by analyzing values of the diagnostic parameters.

Dr inż. Mariusz WAŻNY

Wydział Mechatroniki

Wojskowa Akademia Techniczna

ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa 49, Polska

e-mail: mariusz.wazny@wat.edu.pl