Khachatur KYUREGHYAN
Wiesław PIEKARSKI

ANALIZA WYZNACZENIA ROZKŁADU CIŚNIENIA W ŁOŻYSKU KORBOWYM

ANALYSIS OF DETERMINING PRESSURE DISTRIBUTION IN CRANK BEARING

Praca przedstawia analityczną metodę wyznaczenia rozkładu ciśnienia oleju w łożysku korbowym, stanowiące rozwiązanie równania Reynoldsa. Odpowiednie warunki brzegowe rozważono adekwatnie do modelu klasycznego ślizgowego łożyska poprzecznego zgodnie z parametrami technicznymi, charakteryzującymi łożysko wału korbowego silników S-4002/4003 stosowanych w ciągnikach rolniczych. Celem pracy było przeprowadzenie analizy porównawczej teoretycznych parametrów charakteryzujących pracę łożyska ślizgowego, jako wartości parametrów sygnału diagnostycznego. Równanie Reynoldsa (przy stałym współczynniku lepkości dynamicznej) metodą rozdzielenia zmiennych, sprowadzono do układu równań różniczkowych zwyczajnych, ostateczne rozwiązanie zapisano w postaci ogólnej.

Słowa kluczowe: *łożysko poprzeczne ślizgowe, smarowanie hydrodynamiczne, równanie Reynoldsa, równanie Riccattiego, analiza diagnostyczna.*

The paper presents an analytical method of determining oil pressure distribution in a crank bearing, which makes a solution of the Reynold's equation. Proper boundary conditions were considered according to the classic model of a radial slide in agreement with technical parameters typical for the crankshaft bearing of S-4002/4003 engines used in agriculture tractors. The goal of this work was to conduct a comparative analysis of theoretical parameters characterizing the work of the slide bearing as the value of the diagnostic signal parameters. By using the method of seperation of variables, the Reynold's equation(with constant coefficient of dynamic viscosity) was brought to the system of ordinary differential equations, and the ultimate solution was written in general form.

Keywords: *radial slide bearing, hydrodynamic lubrication, the Reynold's equation, the Riccatti's equation, diagnostic analysis.*

1. Wprowadzenie

Diagnostyka techniczna oceny procesu zużycia mechanizmu korbowego przy dynamicznym obciążeniu łożyska, jest ścisłe związana z oceną stanu technicznego węzła czop-panewka. W procesie eksploatacji silnika spalinowego zwiększa się luz w łożysku korbowym, co powoduje stopniowe ubywanie cieczy smarującej, związanej bezpośrednio ze zmianą geometrii klina olejowego. Zmiany ekstremalnych wartości temperatury i momentów obrotowych sił tarcia wewnątrz łożyska, a stąd wynikający rozkład ciśnienia oleju w łożysku korbowym jest jednym z najważniejszych teoretycznych instrumentów służącym do wykrycia awaryjnych stanów pracy układu korbowego.

Rozkład ciśnienia oleju w łożysku korbowym (łożysko poprzeczne ślizgowe, można wyznaczyć jako rozwiązanie uogólnionego równania Reynoldsa.

$$\frac{\partial^2 P(x,z)}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 P(x,z)}{\partial x^2}+\frac{3e\sin x/R}{Rc\left(1-e\cos x/R\right)}\cdot\frac{\partial P(x,z)}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

Gdzie: c - luz promieniowy [mm], ε - mimośrodowość względna, R - promień czopa [mm].

Równanie (1) jest niejednorodnym równaniem różniczkowym o pochodnych cząstkowych, przy czym stopień jego złożoności zależy od wyboru warunków początkowych i brzegowych oraz od charakterystyki funkcji przedstawiających lepkość dynamiczną cieczy smarującej i wartości zużycia łożyska. Szczegółową analizę różnorodnych warunków brzegowych oraz analitycznych własności lepkości dynamicznej i funkcji zużycia łożyska, można znaleźć w [2, 7, 9]. W związku z powyższym, w zagadnieniach diagnostycznych najczęściej posługujemy się przybliżonymi rozwiązaniami (1) lub rozwiązaniami zakładającymi znane *a priori* właściwości funkcji zużycia łożyska [2, 6, 7, 9].

1. Introduction

Technical diagnostics of the process assessment of crank mechanism wear with dynamic bearing load is closely connected with the technical state assessment of pin-liner knot. During using a combustion engine, clearance in the crank bearing increases what results in gradual decreasing of liquid lubricant, directly associated with the change of oil wedge geometry. The changes of extreme temperature values & turning moments of friction force inside the bearing, and hence resulting the oil pressure distribution in crank bearing is one of the most important theoretical instruments used for detecting emergency states of the crank system work.

The oil pressure distribution in crank bearing (radial slide bearing, might be determined as a solution of generalized Reynold's equation

$$\frac{\partial^2 P(x,z)}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 P(x,z)}{\partial x^2}+\frac{3e\sin x/R}{Rc\left(1-e\cos x/R\right)}\cdot\frac{\partial P(x,z)}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

where: c - radial clearance [mm], ε - relative eccentricity, R - pin radius [mm].

The equation (1) is a composite differential equation with partial derivatives, where its complexity grade depends on choice of initial & boundary conditions and on function characteristics presenting absolute viscosity of liquid lubricant and value of bearing wear. The specific analysis of various boundary conditions and analytical qualities of absolute viscosity & bearing wear functions, one can find in [2,7,9]. That being so, in diagnostic issues most often we use approximate solutions (1) or solutions assuming known *a priori* of properties of bearing wear function [2,6,7,9].

W pracy przedstawiono analityczną metodę wyznaczania rozkładu ciśnienia oleju, przy klasycznych [1, 2, 7] początkowych warunkach brzegowych, zapisanych adekwatnie do modelu fizycznego łożyska korbowego zastosowanego w silnikach typu S-4002/4003 ciągników rolniczych. Analiza rozpatrywana jest przy założeniach modelowych przedstawionych w pracach [1, 2] oraz stałym współczynniku lepkości dynamicznej ($\eta=const$).

Zgodnie z powyższym, rozważamy równanie (1) przy następujących warunkach początkowych i brzegowych:

$$P = p_0 \quad \text{dla} \quad z = \pm\frac{L}{2} \tag{2}$$

$$P = p_w(x) \quad \text{dla } z = 0 \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial P(x,z)}{\partial z}\right)_w = -\frac{3\pi a^4 (p_z - p_w)}{4c^3 \eta L \left(1-\varepsilon \cos{x/R}\right)^3} \quad \text{dla } z = 0 \tag{4}$$

gdzie: p_0 - ciśnienie otoczenia [Pa], p_z - ciśnienie zasilania [Pa], p_w - ciśnienie oleju na wlocie do łożyska [Pa], a - średnica przewodu zasilającego [mm].

2. Rozkład zmian ciśnienia oleju w łożysku korbowym

W równaniu (1) podobnie, jak w [1, 2, 6] zastosujemy metodę rozdzielenia zmiennych

$$P(x,z) = A(x)B(z) \tag{5}$$

otrzymując następujący układ dwóch autonomicznych równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu :

$$\frac{B''(z)}{B(z)} = K^2 \tag{6}$$

$$\frac{A''(x)}{A(x)} + \frac{A'(x)}{A(x)} \cdot \frac{3\varepsilon \sin{x/R}}{R\left(1-\varepsilon \cos{x/R}\right)} + K^2 = 0 \tag{7}$$

gdzie równanie (6) posiada rozwiązanie o postaci:

$$B(z) = \begin{cases} C_1 z + C_2 & dla \;\; K^2 = 0 \\ C_1 e^{Kz} + C_2 e^{-Kz} & poza \end{cases}$$

natomiast równanie (7) przy zastosowaniu podstawienia

$$T(t) = \frac{A'(t)}{A(t)} \quad \text{gdzie} \quad t = tg\, {x/2R} \tag{8}$$

sprowadza się do równania typu Riccattiego o następującej postaci:

In the project the analytical method of determining oil pressure distribution was presented, with classic [1,2,7] initial boundary conditions, written according to the physical model of crank bearing used in the S-4002/4003 engines of farm tractors. The analysis is being examined on model assumptions presented in works [1, 2] and constant coefficient of absolute dynamic viscosity ($\eta=const$).

Therefore, we consider equation (1) with the following initial & boundary conditions:

$$P = p_0 \quad \text{dla} \quad z = \pm\frac{L}{2} \tag{2}$$

$$P = p_w(x) \quad \text{dla } z = 0 \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial P(x,z)}{\partial z}\right)_w = -\frac{3\pi a^4 (p_z - p_w)}{4c^3 \eta L \left(1-\varepsilon \cos{x/R}\right)^3} \quad \text{for } z = 0 \tag{4}$$

where: p_0 - ambient pressure [Pa], p_z - feed pressure [Pa], p_w - oil pressure in bearing inlet [Pa], a - power lead diameter [mm].

2. Distribution of oil pressure changes in crank bearing

In equation (1) just like in [1, 2, 6] we use the method of seperation of variables

$$P(x,z) = A(x)B(z) \tag{5}$$

receiving the following system of two autonomous 2[nd] order ordinary differential equations:

$$\frac{B''(z)}{B(z)} = K^2 \tag{6}$$

$$\frac{A''(x)}{A(x)} + \frac{A'(x)}{A(x)} \cdot \frac{3\varepsilon \sin{x/R}}{R\left(1-\varepsilon \cos{x/R}\right)} + K^2 = 0 \tag{7}$$

where equation (6) has a solution in the form of:

$$B(z) = \begin{cases} C_1 z + C_2 & dla \;\; K^2 = 0 \\ C_1 e^{Kz} + C_2 e^{-Kz} & poza \end{cases}$$

whereas equation(7) with the use of substitution

$$T(t) = \frac{A'(t)}{A(t)} \quad \text{where} \quad t = tg\, {x/2R} \tag{8}$$

comes down to equation of Riccatti's type in the following form:

$$T'(t) = -\frac{2R}{t^2+1}T^2(t) - \frac{12et}{c(1+\varepsilon)(t^2+1)\left(t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)}T(t) - \frac{2RK^2}{t^2+1} \tag{9}$$

Zauważmy, że podstawienie

$$T(t) = \left[\frac{t^2+1}{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right]^{\frac{3e}{\varepsilon}} U(t) \tag{10}$$

redukuje wyraz liniowy w równaniu (9) prowadząc do uproszczonego równania Riccattiego o postaci:

Let's notice that substitution

$$T(t) = \left[\frac{t^2+1}{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right]^{\frac{3e}{\varepsilon}} U(t) \tag{10}$$

reduces linear term in equation (9) leading to simplified Riccatti's equation in the form of:

$$U'(t) = -\frac{2R}{t^2+1}\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} U^2(t) - \frac{2RK^2}{t^2+1}\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{\frac{3e}{\varepsilon}} \tag{11}$$

Zgodnie z założeniem [3], zależność

$$U(t) = -\frac{g(t)}{f(t)} + f^{-2}(t)\left(C - \int \frac{f'(t)}{g(t)f^2(t)}dt\right)^{-1} \quad (12)$$

jest ogólną całką równania (11), gdzie funkcje $f(t)$ i $g(t)$ spełniają następujące warunki:

$$\frac{f'(t)}{g(t)} = -\frac{2R}{t^2+1}\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \quad (13)$$

$$\frac{g'(t)}{f(t)} = \frac{2RK^2}{t^2+1}\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{\frac{3e}{\varepsilon}} \quad (14)$$

powyższy układ równań za pomocą prostych przekształceń, można przedstawić w uproszczonej formie:

$$f'(t)g'(t) = -\frac{4R^2K^2}{\left(t^2+1\right)^2} f(t)g(t) \quad (15)$$

$$g'(t)g(t) = -K^2\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{\frac{6e}{\varepsilon}} f'(t)f(t) \quad (16)$$

Stąd rozwiązania układu spełniające równanie (11) można wybrać z rodziny funkcji

$$g(t) = \left(\frac{C_3}{t^2+1} + C_4\right)f(t) \quad (17)$$

$$f(t) = \left[\frac{C_5 t^2}{t^2+1}\right]^{R^2K^2-\frac{3e}{\varepsilon}} + C_6 \quad (18)$$

Po obliczeniu wartości stałych C_3 - C_6 i po wstawieniu funkcji (17) i (18) do równań układu (15), (16), otrzymujemy ogólne rozwiązanie równania (11) o postaci:

According to assumption [3], dependence

$$U(t) = -\frac{g(t)}{f(t)} + f^{-2}(t)\left(C - \int \frac{f'(t)}{g(t)f^2(t)}dt\right)^{-1} \quad (12)$$

is a general equation integral (11), where functions $f(t)$ & $g(t)$ meet the following conditions:

$$\frac{f'(t)}{g(t)} = -\frac{2R}{t^2+1}\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \quad (13)$$

$$\frac{g'(t)}{f(t)} = \frac{2RK^2}{t^2+1}\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{\frac{3e}{\varepsilon}} \quad (14)$$

above equation system with the use of simple transformations might be presented in a simplified form:

$$f'(t)g'(t) = -\frac{4R^2K^2}{\left(t^2+1\right)^2} f(t)g(t) \quad (15)$$

$$g'(t)g(t) = -K^2\left[\frac{t^2+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}{t^2+1}\right]^{\frac{6e}{\varepsilon}} f'(t)f(t) \quad (16)$$

Hence the system solutions realizing equation (11) can be chosen from the family of functions

$$g(t) = \left(\frac{C_3}{t^2+1} + C_4\right)f(t) \quad (17)$$

$$f(t) = \left[\frac{C_5 t^2}{t^2+1}\right]^{R^2K^2-\frac{3e}{\varepsilon}} + C_6 \quad (18)$$

After calculating constant values C_3 - C_6 & placing functions (17) & (18) in the system equations (15), (16), we receive general solution of the equation (11) in the form of:

$$U(t) = \left[\frac{t^2+1}{t^2}\right]^{R^2K^2-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot \left[-\frac{1}{t^2+1} + \left[\frac{t^2+1}{t^2}\right]^{R^2K^2}\left(C + R^2K^2\left(\sum_{i=1}^{R^2K^2}\binom{R^2K^2}{i}\frac{1}{it^{2i}} - \ln t^2\right)^{-1}\right)\right]$$

Ostatecznie rozwiązanie równania (8) stanowi funkcja

Ultimate solution of the equation (8) makes the function

$$T(x) = \left[\frac{tg^2 \frac{x}{2R}+1}{tg^2 \frac{x}{2R}+\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right]^{\frac{3e}{\varepsilon}}\left[\frac{tg^2 \frac{x}{2R}+1}{tg^2 \frac{x}{2R}}\right]^{R^2K^2} \cdot \left[-\frac{1}{tg^2 \frac{x}{2R}+1} + \left[\frac{tg^2 \frac{x}{2R}+1}{tg^2 \frac{x}{2R}}\right]^{R^2K^2}\left(C + R^2K^2\left(\sum_{i=1}^{R^2K^2}\binom{R^2K^2}{i}\frac{1}{itg^{2i}\frac{x}{2R}} - \ln tg^2 \frac{x}{2R}\right)^{-1}\right)\right]$$

Po przeprowadzeniu elementarnych uproszczeniach rozwiązanie równania (8) zapisujemy w następującej postaci:

After conducting elementary reductions the equation solution (8) we write in the following form:

$$T(x) = \left[\sin^2 \frac{x}{2R} + q\cos^2 \frac{x}{2R}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}}\left[\sin^2 \frac{x}{2R}\right]^{-R^2K^2}\left[-\cos^2 \frac{x}{2R} + \left[\sin^2 \frac{x}{2R}\right]^{R^2K^2}\Psi_{R.K}^{-1}\left(\frac{x}{2R}\right)\right] \quad (19)$$

gdzie: $q = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}$

$$\Psi_{R.K}\left(\frac{x}{2R}\right) = \left(C + R^2K^2\left(\sum_{i=1}^{R^2K^2}\binom{R^2K^2}{i}\frac{1}{itg^{2i}\frac{x}{2R}} - \ln tg^2 \frac{x}{2R}\right)\right) \quad (20)$$

where: $q = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}$

$$\Psi_{R.K}\left(\frac{x}{2R}\right) = \left(C + R^2K^2\left(\sum_{i=1}^{R^2K^2}\binom{R^2K^2}{i}\frac{1}{itg^{2i}\frac{x}{2R}} - \ln tg^2 \frac{x}{2R}\right)\right) \quad (20)$$

Rozwiązanie równania (7) na mocy zależności (19) zapisuje się następująco:

Solution of the equation (7) in virtue of dependence (19) is written in the following way

$$A(x) = C' exp\left\{\int T(x)dx\right\} \tag{21}$$

Wzory (19) i (20) można zapisać również w postaci:

Formulas (19) & (20) might be written also in the form of

$$T(x) = \left[\frac{1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot \left[-\frac{\sin^2 {}^{x}\!/_{R}}{4} \cdot \left(\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{2}\right)^{-\left(R^2K^2+1\right)} + \Psi_{RK}^{-1}\left({}^{x}\!/_{R}\right)\right] \tag{19a}$$

$$\Psi\left({}^{x}\!/_{R}\right) = C + R^2K^2\left[\sum_{i=1}^{R^2K^2}\binom{R^2K^2}{i}\frac{1}{i}\cdot\left(\frac{1+\cos {}^{x}\!/_{R}}{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}\right) - \ln\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\cos {}^{x}\!/_{R}}\right]^{i}$$

Ogólne rozwiązanie równania (1) otrzymujemy na mocy wzorów (21), (8), (7), (6):

General solution of the equation (1) we receive in virtue of formulas (21), (8), (7), (6):

$$P(x,z) = p_0 + C_1 z + C_2 + \left[\frac{1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \sum_{K=1}^{\infty}\left(C_{1K}e^{Kz} + C_{2K}e^{-Kz}\right)\cdot\left[-\frac{\sin^2 {}^{x}\!/_{R}}{4}\cdot\left(\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{2}\right)^{-\left(R^2K^2+1\right)} + \Psi_{RK}^{-1}\left({}^{x}\!/_{R}\right)\right] \tag{22}$$

gdzie stałe C_1, C_2, C_{1K} oraz C_{2K} można wyznaczyć z warunków brzegowych (2) - (4).

where constants C_1, C_2, C_{1K} and C_{2K} might be determined from boundary conditions (2) - (4).

3. Wyznaczenie stałych oraz konstrukcja rozwiązania

3. Determining constants & the structure of solution

Przy uprzednio przyjętych warunkach brzegowych (2) otrzymujemy zależności

$$C_1\frac{L}{2} + C_2 = 0$$

oraz

$$C_{2K} + C_{1K}e^{KL} = 0$$

stąd mamy

$$C_2 = -C_1\frac{L}{2} \qquad C_{2K} = -C_{1K}e^{KL}$$

stąd zależność (22) można zapisać następująco:

With former accepted boundary conditions (2) we receive dependences

$$C_1\frac{L}{2} + C_2 = 0$$

and

$$C_{2K} + C_{1K}e^{KL} = 0$$

therefore we have

$$C_2 = -C_1\frac{L}{2} \qquad C_{2K} = -C_{1K}e^{KL}$$

hence dependence (22) might be written like this:

$$P(x,z) = p_0 + C_1 z - \frac{C_1 L}{2} + \left[\frac{1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot \sum_{K=1}^{\infty} C_{1K}\left(e^{Kz} - e^{K(L-z)}\right)\cdot\left[-\frac{\sin^2 {}^{x}\!/_{R}}{4}\cdot\left(\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{2}\right)^{-\left(R^2K^2+1\right)} + \Psi_{RK}^{-1}\left({}^{x}\!/_{R}\right)\right] \tag{23}$$

Następnie zastosujemy warunek brzegowy (3) do rozwiązania (23) otrzymując

Next we use boundary condition (3) for solution (23) receiving

$$P_w = p_0 - C_1\frac{L}{2} + \left[\frac{1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot \sum_{K=1}^{\infty} C_{1K}\left(1 - e^{KL}\right)\cdot\left[-\frac{\sin^2 {}^{x}\!/_{R}}{4}\cdot\left(\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{2}\right)^{-\left(R^2K^2+1\right)} + \Psi_{RK}^{-1}\left({}^{x}\!/_{R}\right)\right] \tag{24}$$

Pochodna cząstkowa funkcji (23) względem zmiennej z oraz zależność (24) zastosowana do warunku brzegowego (4) pozwala otrzymać następującą tożsamość

Partial derivative of function (23) toward variable z and dependence (24) used to boundary condition (4) implicates the following identity

$$C_1 + \left[\frac{1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot \sum_{K=1}^{\infty} C_{1K}K\left(1 + e^{KL}\right)\cdot\left[-\frac{\sin^2 {}^{x}\!/_{R}}{4}\cdot\left(\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{2}\right)^{-\left(R^2K^2+1\right)} + \Psi_{RK}^{-1}\left({}^{x}\!/_{R}\right)\right] = -\frac{3\pi a^4\left(p_z - p_w\right)}{4c^3\eta L\left(1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}\right)^3} =$$

$$= -\frac{3\pi a^4}{4c^3\eta L\left(1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}\right)^3}\left\{p_z - p_0 + C_1\frac{L}{2} - \left[\frac{1-\varepsilon \cos {}^{x}\!/_{R}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot \sum_{K=1}^{\infty} C_{1K}\left(1 - e^{KL}\right)\cdot\left[-\frac{\sin^2 {}^{x}\!/_{R}}{4}\cdot\left(\frac{1-\cos {}^{x}\!/_{R}}{2}\right)^{-\left(R^2K^2+1\right)} + \Psi_{RK}^{-1}\left({}^{x}\!/_{R}\right)\right]\right\} \tag{25}$$

Stąd otrzymujemy

$$C_1 = -(p_z - p_0 + C_1 \frac{L}{2}) \frac{15\pi a^4}{2c^3 \eta L}, \quad C_1 = -\frac{\Delta_L}{1 + \frac{L}{2}\Delta_L}(p_z - p_0)$$

gdzie :

$$\Delta_L = \frac{15\pi a^4}{2c^3 \eta L}$$

Wykorzystując otrzymane wyrażenie dla stałej C_1 według równania (24), można wyznaczyć stałą C_{11} następująco:

$$C_{11} = -\frac{3\Delta_L \Gamma_L (p_z - p_0) C_1}{(1+\varepsilon)^{\frac{3e}{\varepsilon}} \left[1 + \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} C_1 e^L + \Gamma_L \frac{(1+3\varepsilon)^2}{1-\varepsilon^2} \left(\frac{4\Gamma_L - \varepsilon^2 \Delta_L}{3\Delta_L} \right) \cdot (e^L - 1) \right]} \tag{26}$$

gdzie w mianowniku wyrażenia (26) pominęliśmy składniki sumy o wartościach rzędu ε^4 oraz przyjęliśmy założenie

$$\Gamma_L = \frac{1-\varepsilon^2}{1+3\varepsilon} \Delta_L (e^L - 1) \tag{27}$$

Analogicznie można wyznaczyć wartości współczynników C_{12}, C_{13},..., C_{1K}, jednak należy zauważyć, iż wartości wymienionych współczynników są wielkościami powyżej rzędu ε^4.

4. Wykorzystanie analitycznego rozkładu zmiany ciśnienia oleju jako sygnału diagnostycznego

Analiza parametrów sygnału diagnostycznego łożysk wału korbowego podczas pracy silnika, wymaga przeprowadzenia niezbędnych pomiarów między innymi prędkości obrotowych, obciążenia wału korbowego oraz względnego spadku ciśnienia oleju. W. Piekarski [4,5] przedstawił przykład sporządzania pomiarów sygnału diagnostycznego względnego spadku ciśnienia oleju łożyska korbowego w aspekcie diagnostyki technicznej.

Wyniki badań parametrów sygnałów diagnostycznych (S_l) otrzymano drogą pomiarów względnego spadku ciśnienia oleju na urządzeniu pomiarowym ze zwężką pomiarową przy trzech prędkościach obrotowych silnika: 600, 1600, 2000 obr/min. dla 6 punktów pomiarowych wyznaczonych czasem pracy silnika dla (100, 500, 900, 1300, 1700, 2100 godzin pracy).

Szczegółowa ocena stanu podsystemu korbowego została dokonana przy zastosowaniu złożonego zestawu pomiarowego, wykorzystującego sygnał ciśnienia oleju P_N wewnątrz łożyska korbowego na płaszczyźnie symetrii panewki (płaszczyzna $z = 0$) w 6 charakterystycznych punkach (punkty $x = \frac{\pi RN}{3}$, gdzie $N = 0,1,2...5$) przy czym $P_0 = p_w$. Zatem parametr sygnału diagnostycznego przekazywanego z urządzenia pomiarowego opiera się na liczbowej wartości gradientu ciśnienia, którą można porównać z wartością teoretyczną otrzymaną z rozkładu ciśnienia (23) następująco:

Hence we receive

$$C_1 = -(p_z - p_0 + C_1 \frac{L}{2}) \frac{15\pi a^4}{2c^3 \eta L}, \quad C_1 = -\frac{\Delta_L}{1 + \frac{L}{2}\Delta_L}(p_z - p_0)$$

where :

$$\Delta_L = \frac{15\pi a^4}{2c^3 \eta L}$$

Using a received expression for constant C_1 according to equation (24), one can determine constant C_{11} in the following way:

where in the expression denominator (26) we omitted summands with values of type ε^4 and we accepted assumption:

$$\Gamma_L = \frac{1-\varepsilon^2}{1+3\varepsilon} \Delta_L (e^L - 1) \tag{27}$$

Analogically we can determine values of coefficients C_{12}, C_{13},..., C_{1K}, however it should be noticed that the values of mentioned coefficients are quantities above the order ε^4.

4. Using the analytical change distribution of oil pressure as a diagnostic signal

The analysis of diagnostic signal parameters of crankshaft bearings during engine work, needs carrying out necessary measurements such as rotational speed, crankshaft load and relative oil pressure drop. W. Piekarski [8, 11] presented an example of measuring diagnostic signal of relative oil pressure drop of crank bearing in the aspect of technical diagnostics. The research results of diagnostic signals parameters (S_l) were obtained by measurements of relative oil pressure drop in measuring device with inlet at 3 engine speeds: 600, 1600, 2000 rev/min. for 6 measuring points determined by time of engine work for (100, 500, 900, 1300, 1700, 2100 work hours).

Specific assessment of crank subsystem condition was carried out by applying a complex measuring set using the signal of oil pressure P_N inside crank bearing on the symmetry plane of bearing(plane $z = 0$) in six characteristic points (points $x = \frac{\pi RN}{3}$, where $N = 0,1,2...5$), with $P_0 = p_w$. Therefore the parameter of diagnostic signal transferred from the measuring device is based on numerical value of pressure gradient, which can be compared to the theoretical value obtained from pressure distribution (23) in that way:

$$\frac{\partial P}{\partial z}\left(\frac{\pi RN}{3}, 0\right) = C_1 + \left[\frac{1 - \varepsilon \cos\frac{\pi N}{3}}{1+\varepsilon}\right]^{-\frac{3e}{\varepsilon}} \cdot C_{11}\left(1 + e^{\frac{L}{R}}\right) \cdot \left[\Psi_{R1}^{-1}\left(\frac{\pi N}{3}\right) - \frac{\sin^2\left(\frac{\pi N}{3}\right)}{4} \left(\frac{1 - \cos\left(\frac{\pi N}{3}\right)}{1+\varepsilon}\right)^{-(R^2+1)}\right]$$

W szczególności na wlocie łożyska otrzymujemy wartość

Particularly at the bearing inlet we receive the value

$$\left[\frac{\partial P}{\partial z}(0,0)\right]_w = C_1 + \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^{-\frac{3e}{\varepsilon}} C_{11}\left(1 + e^{\frac{L}{R}}\right) \Psi_{R1}^{-1}(0) = C_1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon R^2}\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^{-\frac{3e}{\varepsilon}} C_{11}\left(1 + e^{\frac{L}{R}}\right)$$

5. Podsumowanie i wnioski

Wymagania odnośnie postępu eksploatacyjnego zaczynają być coraz częściej dostrzegane i formułowane. Stwierdzono bowiem, że efektywność gospodarowania obiektami technicznymi obniża w wielu przypadkach wysokie nakłady eksploatacyjne, przekraczające nieraz nakłady z tytułu projektowania i wytwarzania. Wysokie nakłady eksploatacyjne można zmniejszyć przez poprawę jakości obiektów technicznych, a także warunków ich użytkowania i obsługiwania. W tym celu niezbędne jest dążenie do racjonalnej, opartej na naukowych podstawach eksploatacji obiektów technicznych.

Warunki współpracy podsystemu funkcjonalnego tłok – pierścienie – cylinder oraz podsystemu korbowego czop – panewka decydują o niezawodnym działaniu silnika. Pogorszenie warunków współpracy tych podsystemów w wyniku procesów zużycia prowadzi do przedwczesnego zużycia silnika, a jeszcze przedtem do znacznego wzrostu zużycia paliwa i oleju oraz zwiększenia trudności w jego rozruchu.

Główne zagadnienie analizowane w pracy w związku z formułowaniem własnej metody postępowania w badaniach, było związane z możliwościami opisu fizycznych zjawisk zużycia zachodzących w podsystemie korbowym czop – panewka, wyznaczonych metodami oceny przebiegu zmian szczelności w podsystemach funkcjonalnych silnika. Dotychczasowy stan wiedzy o zagadnieniach procesów zużycia i związany z tym problem zmian szczelności podsystemu funkcjonalnego czop – panewka nie pozwalał na jednoznaczne i szczegółowe określenie zależności między cechami ich stanu a wartością parametrów sygnałów diagnostycznych.

5. Summing up & conclusions

Requirements concerning operational progress are becoming noticed and formulated more often. It has been stated that efficiency of managing technical objects in many cases decreases high operational costs exceeding often designing & manufacturing expenditures. High operational costs might be decreased by improving technical objects quality and also conditions of using & operating them. In order to do that it is necessary to pursue a rational, scientifically-based operation of technical objects.

Conditions of cooperation between the functional subsystem 'piston-rings- cylinder' and the crank subsystem 'pin-bearing' decide about a reliable engine work. Worsening of cooperation conditions of these subsystems as a result of wear processes leads to an early engine wear, and before that to a significant increase of fuel & oil consumption and bigger difficulties in its starting.

The main issue, analysed in the project concerning formulation of own conduct method in research, was connected with possibilities of describing physical wear effects proceeding in the crank subsystem 'pin-bearing'. They were determined by the assessment methods of change course of tightness in the engine functional subsystems. Current knowledge of the wear processes issues and the problem of tightness changes in the functional subsystem 'pin-bearing' have not allowed to determine a clear & detailed dependence between their state qualities and the value of diagnostic signals parameters.

6. References

[1] Bicadze A.W. Równania fizyki matematycznej, PWN Warszawa, 1984.
[2] Hebda M., Wachał A., Trybologia, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980.
[3] Kamke E. Gewöhnliche differentialgleichungen, Leipzig 1959.
[4] Kozłowiecki H., Przustek J.: Współczesne metody obliczania parametrów pracy łożysk mechanizmu korbowego silników spalinowych. Siln. Spalin., 2, 1975.
[5] Kyureghyan Kh. Theoretical calculation of the size on an oil slit In a transverse sliping Bering, Mathematical methods In agriculture 11, Wyd. AR, Lublin 2002.
[6] Kyurehghyan Kh., Kornacki A.,Piekarski W., Analityczna zależność do wyznaczenia ciśnienia w hydrostatycznym łożysku poprzecznym ślizgowym, Inżynieria Rolnicza 6(81), Kraków 2006.
[7] Lewicki J., Metody diagnostyczne stosowane do badań silników wysokoprężnych, Motoryzacja 7-8, 1976.
[8] Piekarski W., Diagnostyka pojazdów rolniczych, Wydawnictwo AR, Lublin 1988
[9] Piekarski W. Prognozowanie trwałości par trących na przykładzie łożysk wału korbowego silników S-4002/4003. Zeszyty naukowe Ar Szczecin, seria Technika Rolnicza, 1993.
[10] Piekarski W., Diagnostyka jako instrument utrzymania gotowości technicznej silnika ciągnikowego, Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, 1994
[11] Piekarski W., Wybrane problemy diagnostyki ciągników rolniczych w aspekcie doskonalenia ich eksploatacji, Wydawnictwo AR, Lublin 1994.

Dr Khachatur KYUREGHYAN
Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie, Wydział Inżynierii Produkcji
Katedra Zastosowań Matematyki i Informatyki
ul. Akademicka 13, 20-950 Lublin, e-mail: katedra.matematyki@up.lublin.pl

Prof. dr hab. inż. Wiesław PIEKARSKI
Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie, Wydział Inżynierii Produkcji
Katedra Energetyki i Pojazdów
ul. Głęboka 28, 20-612 Lublin, e-mail: keip@up.lublin.pl