

IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF THE SET THE VEHICLE-THE LIGHTWEIGHT SEMITRAILER GN2000 BY MEANS OF THE EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS METHOD

Summary

This paper presents results of experimental modal analysis of the set the vehicle - the lightweight semitrailer GN-2000. These method can be successfully used in the process of identification of resonant frequencies and visualization of modal shape of the set. Obtained experimental modal models can be used for updating FE models of agricultural machines.

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW AGREGATU POJAZD-LEKKA NACZEPA ROLNICZA GN2000 Z ZASTOSOWANIEM METODY EKSPERYMENTALNEJ ANALIZY MODALNEJ

Streszczenie

Przedstawiono wyniki identyfikacji agregatu pojazd-lekka naczepa rolnicza metodami eksperymentalnej analizy modalnej. Metody te pozwalają na identyfikację częstotliwości drgań własnych i wizualizację postaci drgań własnych agregatu. Uzyskane modele modalne mogą być stosowane do weryfikacji i walidacji modeli analitycznych, uzyskanych metodami elementów skończonych.

1. Wstęp

Prowadzone w Przemysłowym Instytucie Maszyn Rolniczych (PIMR) w Poznaniu prace badawczo-rozwojowe nad poprawą jakości i bezpieczeństwa transportu w sektorze rolniczym i leśnym pozwoliły na opracowanie koncepcji systemu transportowego, opartego na nowych sposobach sprzęgania zestawów pojazdów oraz zastosowaniu nowych bezpieczniejszych układów sterujących pracą hamulców w holowanych pojazdach. Najważniejszą z nich jest opcja pozwalająca przy użyciu sprzęgu kulowego sprzęgać samochód skrzyniowy z naczepą typu gęsia szyja. PIMR twórczo adaptował istniejące w świecie rozwiązania, bowiem opatentował własne konstrukcje wspornika, jak i mechanizmu blokującego/ryglującego sprzęg kulowy, a w naczepach typu gęsia szyja prowadzi prace nad wdrożeniem nowoczesnego układu hamulcowego, sterującego pracą hydraulicznych hamulców [3]. Przedstawiono wyniki badań, które prowadzono dla potrzeb badania bezpieczeństwa ruchu agregatu pojazd-naczepa rolnicza, na modelu rzeczywistym naczepy GN2000 metodami eksperymentalnej analizy modalnej.

2. Metoda eksperymentalnej analizy modalnej

Metody eksperymentalnej analizy modalnej dokonują identyfikacji parametrów modalnych układu na podstawie analizy zależności pomiędzy sygnałami wymuszenia (siła wymuszająca) i odpowiedzi układu na wymuszenie (np. przyspieszenie drgań mechanicznych) [1, 2].

Stosowalność metod analizy modalnej jest ograniczona do układów liniowych. Jednym z podstawowych wymagań, które musi spełnić układ, aby można do jego identyfikacji zastosować aparat eksperymentalnej analizy modalnej jest spełnienie zasady liniowości. Układ uważa się za liniowy, gdy spełnia następujące wymagania:

- amplituda odpowiedzi układu na wymuszenie jest proporcjonalna do amplitudy wymuszenia,

- funkcja transmitancji widmowej układu nie zależy od rodzaju i od amplitudy wymuszenia stosowanego w celu jej uzyskania (zasada superpozycji i homogeniczności),
- funkcja transmitancji widmowej, wyznaczona pomiędzy dwoma punktami układu, jest niezależna od tego, w którym punkcie było przyłożone wymuszenie i w którym punkcie wyznaczano odpowiedź (zasada wzajemności Maxwella).

Układy fizyczne są na ogół układami nieliniowymi. Można je jednak przybliżyć układem liniowym w pewnych zakresach częstotliwości lub dla pewnych zakresów amplitud sił wymuszających.

Zachowanie dynamiczne układu mechanicznego opisuje macierzowe równanie różniczkowe drugiego rzędu:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t), \quad (1)$$

gdzie:

M - macierz mas, C - macierz tłumienia, K - macierz sztywności,

F(t) - wektor sił wymuszających,

x, \dot{x} , \ddot{x} - odpowiednio: wektory przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń.

Rozwiązując jego zagadnienie własne uzyskamy równanie:

$$M \Psi \Lambda^2 + C \Psi \Lambda + K \Psi = 0, \quad (2)$$

gdzie:

Ψ - wektory własne, Λ - wartości własne.

Równanie (1) można transformować do równań pierwszego rzędu opisujących układ w przestrzeni stanów:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:

u(t) - wektor wymuszeń (m x 1),

y(t) - wektor odpowiedzi (l x 1) (mierzonych przez czujniki pomiarowe),

x(t) - wektor stanu (N x 1) (mogą to być, np. przemieszczenia i prędkości w punktach swobody układu).

Macierz A ($N \times N$) jest nazywana macierzą stanu, macierz B ($N \times m$) macierzą wymuszeń, macierz C ($l \times N$) macierzą wyjść, natomiast macierz D ($l \times m$) macierzą bezpośredniego wpływu wymuszeń na wyjście. Przeprowadzając transformację Laplace'a uzyskuje się zależności, opisujące funkcję transmitancji widmowej przy pomocy macierzy A, B, C, D :

$$y(s) = C(sI - A)^{-1} B u(s). \quad (4)$$

Eksperymentalnie wyznaczane są dyskretny wektor wymuszeń i odpowiedzi układu na wymuszenie. Ogólne równanie opisujące model układu w przestrzeni stanów dla dyskretnych wartości czasu można przedstawić w postaci [5]:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k), \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + v(k), \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

$w(k)$ oraz $v(k)$ – szumy zakłócające układ i szumy pomiarowe, traktowane są jako szum biały (średnia = 0).

Częstotliwości własne układu ω_k i tłumienia ξ_k mogą być wyznaczone na podstawie znajomości macierzy stanu A .

$$\omega_k = |\log(\lambda_k)| / f_s, \quad (6)$$

$$\xi_k = -\text{Re}(\log(\lambda_k)) / f_s / \omega_k, \quad (7)$$

gdzie: f_s - częstotliwość próbkowania,

$\lambda_k(A)$ - wartości własne macierzy stanu A .

Macierz tłumienia modalnego Ξ można wyrazić w postaci:

$$\Xi = \text{diag}(2\xi_i \omega_{ni}, i=1, \dots, n), \quad (8)$$

gdzie:

ξ_i - współczynnik tłumienia modalnego dla modu i (przyjmuje on wartości od 0% (dla przypadku drgań nie-tłumionych) do 100% (w przypadku całkowicie tłumionych drgań)).

Relacja między wejściem i wyjściem układu może być wyrażona w postaci macierzowej jako:

$$y(s) = H(s) u(s). \quad (9)$$

Równanie opisujące funkcję odpowiedzi częstotliwościowej (FRF - *Frequency Response Function*) można wyrazić w postaci:

$$Y(f) = H(f) U(f). \quad (10)$$

W eksperymencie modalnej w częstotliwości mierzona jest funkcja transmitancji widmowej pomiędzy wejściem a wyjściem układu. Analiza numeryczna wyznaczonych eksperymencie funkcji transmitancji widmowych pozwala wyznaczyć z nich parametry modalne układu. Transmitancję układu można również wyznaczyć na podstawie znajomości równania macierzowego:

$$H(s) = (s^2 M + sC + K)^{-1}, \quad (11)$$

gdzie: $s = i\omega$.

Transmitancję (FRF) widmową dowolnego układu mechanicznego można wyznaczyć na podstawie znajomości jego parametrów modalnych. Znając częstotliwości rezonansowe układu, tłumienia dla częstotliwości rezonansowych oraz macierz i masę modalną macierz transmitancji można wyznaczyć z zależności:

$$H_{i,j}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir} \phi_{jr} / m_r}{\sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_r \omega \omega_r)^2}}, \quad (12)$$

gdzie: ϕ_{ir} - postać modalna w punkcie i dla r -tej częstotliwości modalnej,

ξ_r - tłumienie dla r -tej częstotliwości modalnej,

m_r - masa modalna dla r -tej częstotliwości modalnej,

ω_r - r -ta częstotliwość modalna.

Danymi wejściowymi do obliczeń pełnej macierzy transmitancji mogą być wyniki identyfikacji uzyskane z eksperymencie modalnej, np. z systemu analizy modalnej. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej dla układu z jednym wejściem i jednym wyjściem przyjmuje postać:

$$X_p = H_{pq} F_q. \quad (13)$$

W zależności od zastosowanego algorytmu estymacji funkcji odpowiedzi częstotliwościowej wyznaczamy następujące estymaty $H_{XF}(\omega)$:

$$H_1(\omega) = \frac{G_{FX}(\omega)}{G_{FF}(\omega)} \quad H_2(\omega) = \frac{G_{XX}(\omega)}{G_{XF}(\omega)}. \quad (14)$$

Estymata $H_1(\omega)$ jest niewrażliwa na zakłócenia nieskorelowane z sygnałami na wyjściu układu, natomiast estymata transmitancji widmowej H_2 jest niewrażliwa na zakłócenia nieskorelowane z sygnałami na wejściu.

Funkcję odpowiedzi częstotliwościowej najczęściej przedstawia się w postaci:

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega), \quad (15)$$

gdzie:

$Y(\omega)$ widmo sygnału odpowiedzi przy wymuszeniu $X(\omega)$.

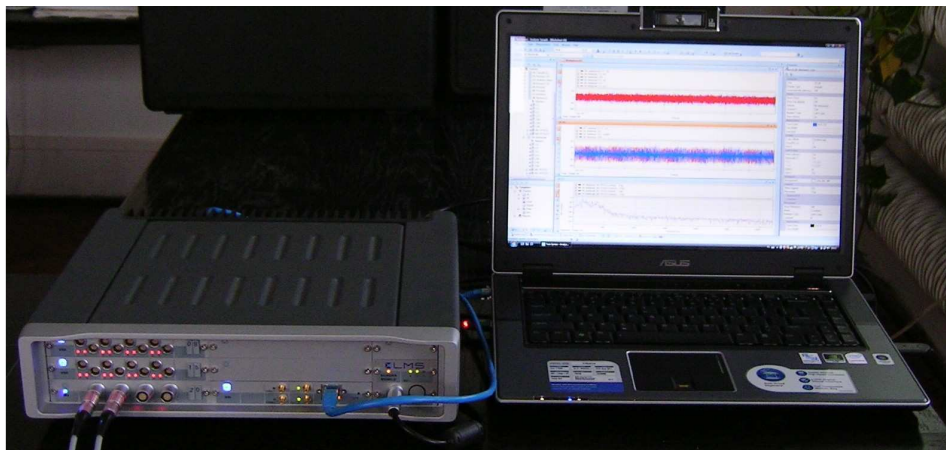
Rozróżnia się dwa rodzaje funkcji transmitancji w zależności od położenia punktu wymuszenia i punktu odbioru w maszynie. Jeżeli punkty wymuszenia i odbioru pokrywają się – jest to transmitancja własna (w punkcie). Gdy punkty wymuszenia i odbioru różnią się – mówi się o transmitancji wzajemnej. W układzie o wielu stopniach swobody ich charakterystykę stanowi wówczas macierz funkcji transmitancji.

3. Aparatura do identyfikacji parametrów modalnych naczone metodami eksperymencie modalnymi

W celu opracowania modelu modalnego przyczepy przeprowadzono badania eksperymencie modalne na stanowisku laboratoryjnym. Model obliczeniowy zbudowano w systemie LMS Test.Lab 8B firmy LMS International Leuven Belgia. Danymi wejściowymi do obliczeń były wyniki badań zarejestrowane w systemie LMS Test.Xpress.

Metody eksperymencie modalnej dokonują identyfikacji parametrów modalnych układu na podstawie analizy zależności pomiędzy sygnałami wymuszenia (siła wymuszająca) i odpowiedzi układu na wymuszenie (np. przyspieszenie drgań mechanicznych) zarejestrowanych jednocześnie w czasie pomiaru. Siłę wymuszającą zadawano młotkiem do badań modalnych firmy PCB Piezotronics z czujnikiem siły o zakresie pomiarowym mierzonej siły mierzonej $\pm 20\,000$ N. Odpowiedz na wymuszenie (przyspieszenia drgań) mierzono czujnikami piezoelektrycznymi PCB Piezotronics typ 356A02. Czujniki były podłączone rejestratora LMS SCADAS Mobile (rys. 1).

Wyznaczano przebiegi czasowe sygnałów wymuszenia i odpowiedzi stosując częstotliwość próbkowania 200 Hz, co pozwala na wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych do 100 Hz.



Rys. 1. Mikrokomputer z oprogramowaniem LMS Test.Lab i LMS Test.Xpress współpracujący z analizatorem SCADAS Mobile
 Fig. 1. Microcomputer with software LMS Test.Lab and LMS Test.Xpress connected with the SCADAS Mobile analyzer

4. Identyfikacja parametrów modalnych naczepy GN2000

Przeprowadzono identyfikację parametrów modalnych naczepy GN2000 agregowanej z samochodem. Na rys. 2 zamieszczono widok agregatu oraz zdjęcie agregatu podczas jazdy.

Identyfikację parametrów modalnych przeprowadzono metodami eksperymentalnej analizy modalnej podczas postoju agregatu.

Danymi wejściowymi do badań były sygnały wymuszenia (siła wymuszająca) i odpowiedzi (przyspieszenia drgań mechanicznych) zarejestrowane w wybranych punktach przyczepy. Rejestrowano jednocześnie siłę wymuszającą i przyspieszenia drgań mechanicznych powstałe w wyniku wymuszenia w wybranych punktach konstrukcji. Punkt wymuszenia zlokalizowany był w pobliżu zaczepu kulowego. Wyznaczono charakterystyki dynamiczne układu w postaci inertancji dynamicznych H_{ik} (punkt „k” przyłożenia siły wymuszającej, punkt „i” pomiaru odpowiedzi).

Punkty te zostały odwzorowane w modelu geometrycznym utworzonym dla potrzeb eksperymentalnej analizy modalnej.

Identyfikację parametrów modalnych maszyny metodami eksperymentalnej analizy modalnej przeprowadzono za pomocą systemu LMS Test.Lab. Wyznaczanie częstotliwości modalnych układu metodami eksploatacyjnej ana-

lizy modalnej odbywa się na podstawie znajomości diagramu stabilizacyjnego biegunów tego układu.

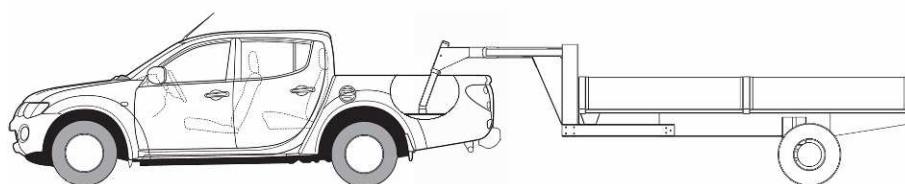
Diagram stabilizacyjny (*stabilization diagram*) umożliwia, bowiem wybór biegunów badanego układu. Na podstawie przedstawionych diagramów stabilizacyjnych (rys. 3, 4), można zauważyć, iż wyestymowane bieguny dla pewnych częstotliwości tworzą stabilne pionowe linie. Linie te występują przy częstotliwościach, dla których na charakterystyce częstotliwościowej pojawiają się maksima. Można przyjąć, że wyznaczony biegun jest rzeczywistym biegunem badanego układu, gdy [5]:

- jest stabilny ze względu na częstotliwość, współczynnik tłumienia i wektor modalny (na diagramie stabilizacyjnym oznaczone jest to symbolem s),
- występuje przy częstotliwości dla której na charakterystyce częstotliwościowej znajduje się maksimum.

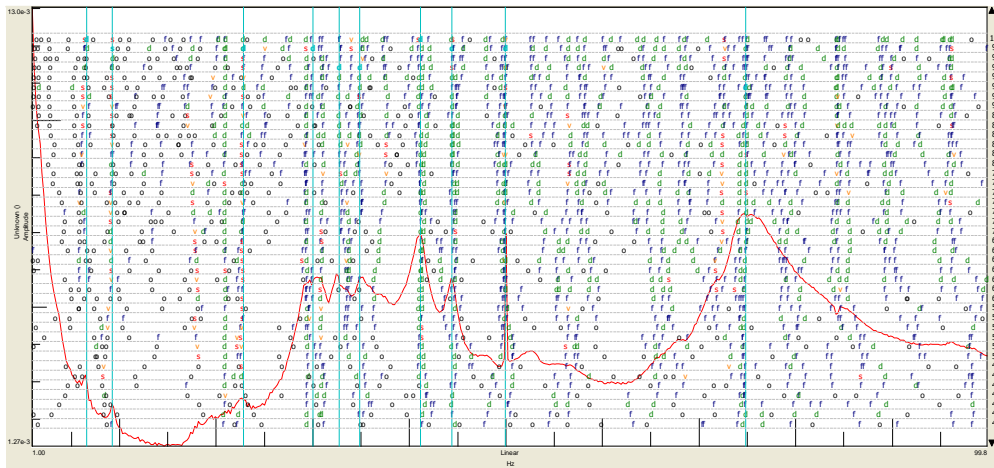
Znaczenie symboli na diagramie stabilizacyjnym jest następujące:

- s – biegun jest stabilny,
- v – ustabilizowana jest częstotliwość i wektor modalny,
- d – stabilna jest częstotliwość modalna i tłumienie,
- f – stabilna jest jedynie częstotliwość modalna,
- o – biegun jest niestabilny.

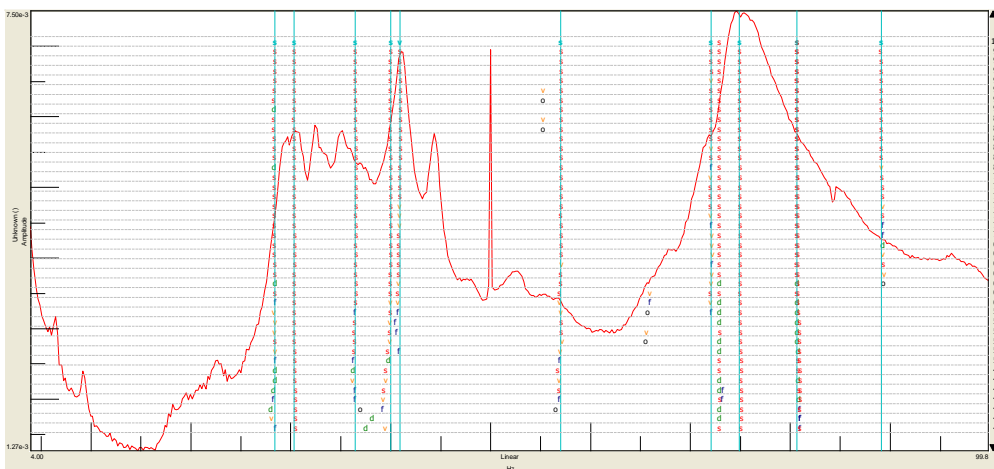
Po wybraniu symbolu dla biegunu następuje wprowadzenie jego parametrów do procedur obliczeniowych wyznaczających parametry modalne układu.



Rys. 2. Widok samochodu agregowanego z przyczepą
 Fig. 2. The view of the car – trailer combination



Rys. 3. Naczepa GN2000. Diagram stabilizacyjny uzyskany z systemu eksperymentalnej analizy modalnej
 Fig. 3. The semitrailer GN2000. Stabilization diagram obtained by applying classical experimental modal analysis



Rys. 4. Naczepa GN2000. Diagram stabilizacyjny uzyskany metodami PolyMAX
 Fig. 4. The semitrailer GN2000. Stabilization diagram obtained by applying the polyreference LSCF method (PolyMAX)

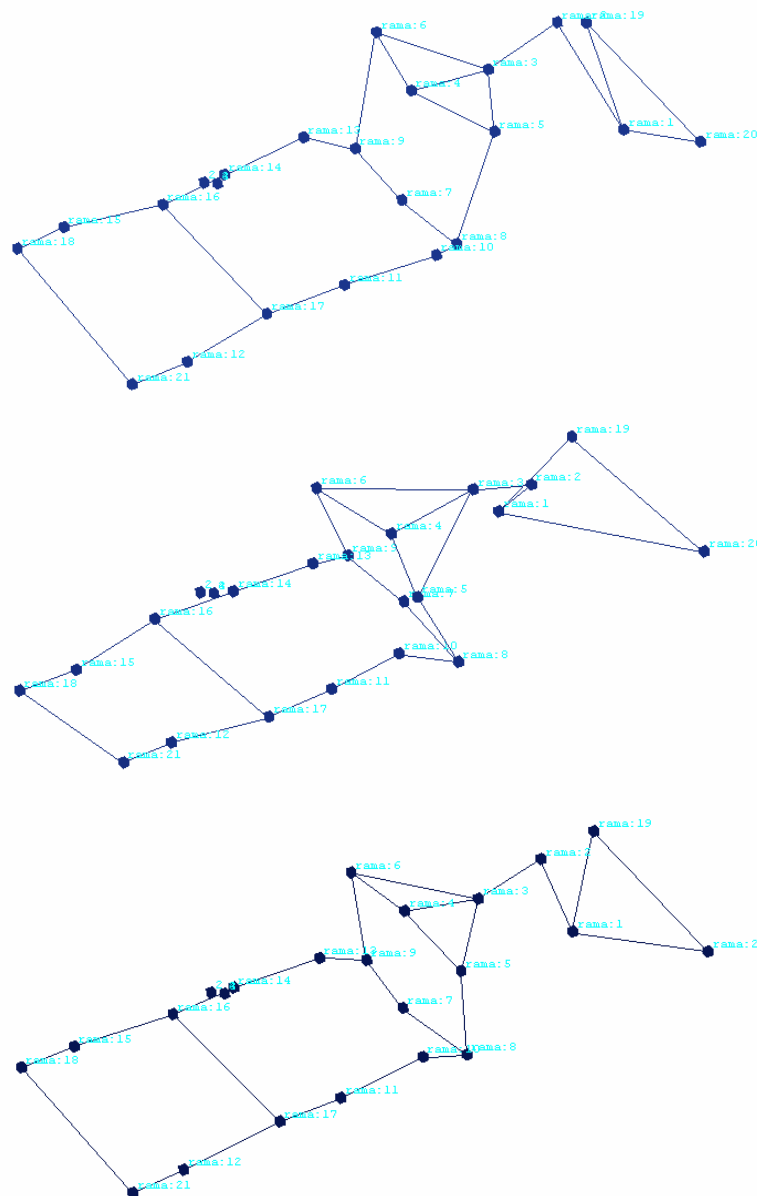
Na podstawie analizy przebiegu diagramu stabilizacyjnego wyznaczono częstotliwości modalne układu. Uzyskane częstotliwości własne i odpowiadające im tłumienia modalne zestawiono w tab. 1.

Postacie modalne i fazy dla częstotliwości modalnych i poszczególnych punktów pomiarowych znajdują się w bazie danych archiwum PIMR-DC/JK (jako przykład na rys. 5 przedstawiono postać modalną dla częstotliwości 9.263 Hz). Zebrane dane będą służyć w przyszłości dla potrzeb analiz porównawczych, np. prawidłowości wykonania

kolejnych modeli wirtualnych naczepy oraz do oceny stanu technicznego naczepy GN2000, w trakcie dalszego okresu jej użytkowania. Jest to tym bardziej ważne, że podwozie naczepy zostało przebudowane z podwozia przyczepy, które zakupiono w 1998 roku, sukcesywnie modernizowane i badane z różnymi wersjami wyposażenia – często też poddawane badaniom na stanowisku trwałościowym. Stąd też możliwość kontroli stanu ramy przy użyciu EAM daje szansę szybszego zdiagnozowania jej stanu technicznego i tym samym naprawy przed zaistnieniem większej awarii, np. pęknięcie ramy.

Tab. 1. Przyczepa GN2000 – częstotliwości własne i tłumienia wyznaczone z diagramu stabilizacyjnego
 Table 1. The trailer GN2000 – natural frequencies and damping appointed from the stabilization diagram

Lp.	Częstotliwości modalne [Hz]	Tłumienia dla częstotliwości modalnych [%]	Biegun część urojona	Biegun część rzeczywista
1.	6.574	12.12	41.3035	-5.0428
2.	9.243	3.52	58.0736	-2.04735
3.	22.834	7.75	143.47	-11.1528
4.	29.985	6.27	188.4	-11.8348
5.	32.772	3.68	205.914	-7.58357
6.	34.889	4.07	219.216	-8.92384
7.	41.163	4.33	258.634	-11.2027
8.	44.378	2.10	278.835	-5.86915
9.	49.964	0.24	313.932	-0.740101
10.	74.838	0.95	470.223	-4.46159



Rys. 5. Przykładowa postać modalna dla częstotliwości 9.263 Hz
 Fig. 5. Example of modal shape for the frequency 9.263 Hz

5. Wnioski

1. Uzyskane z badań częstotliwości drgań własnych mieszczą się w granicach dopuszczalnych dla pojazdów samochodowych poruszających się z prędkością do 90 km/godz. Są one poza pasmem częstotliwości niebezpiecznych dla pojazdów (4-8 Hz dla drgań w kierunku pionowym, 1.5-2 Hz dla drgań w kierunku poziomym).
2. Badania metodami EAM stanowią ważne narzędzie badawcze dla potrzeb diagnostyki konstrukcji i walidacji wirtualnych modeli.
3. Dane pomiarowe z badań modeli rzeczywistych naczep będą służyć na bieżąco do kontroli stanu technicznego tych pojazdów metodami EAM.

6. Literatura

- [1] Allemang R. J., Brown D. L.: A unified matrix polynomial approach to modal identification. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 211(3), s. 301-322.
- [2] Analysis and structural design. Materiały firmy LMS International.
- [3] Kromulski J., Dubowski A.: Badania charakterystyk dynamicznych zestawu: samochód „Lublin3”-lekka naczepa, metodami wibrometrii laserowej, *Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering*, 2001, Vol. 46(4), s. 27-31.
- [4] Kromulski J., Pawłowski T., Szczepaniak J.: Eksperymentalna identyfikacja parametrów modalnych niestacjonarnych układów mechanicznych z zastosowaniem eksploatacyjnej analizy modalnej. *Modelowanie Inżynierskie*, 2006, Tom 1, nr 32, Politechnika Śląska.
- [5] Uhl T., *Computerowo wspomaganą identyfikacją modeli konstrukcji mechanicznych*, Warszawa: WNT, 1997.