# Norbert RADEK Centrum Laserowych Technologii Metali, Politechnika Świętokrzyska Tomasz OTMIANOWSKI Wyższa Szkoła Handlowa im. Bolesława Markowskiego w Kielcach

# MATEMATYCZNE MODELOWANIE I OPTYMALIZACJA WYBRANYCH WŁAŚCIWOŚCI EKSPLOATACYJNYCH POWŁOK ELEKTROISKROWYCH MODYFIKOWANYCH LASEROWO

#### Słowa kluczowe

Modelowanie matematyczne, optymalizacja, obróbka elektroiskrowa, obróbka laserowa.

# Streszczenie

W pracy badano wpływ obróbki laserowej na wybrane właściwości (mikrogeometria, mikrotwardość oraz strefa przetopu powłoki) powłok Mo nanoszonych elektroiskrowo. Do badań wykorzystano drut molibdenowy o średnicy  $\phi$ 1 mm jako materiał powłokowy nakładany elektroiskrowo na próbki ze stali C45, które następnie przetapiano wiązką laserową. W badaniach przeprowadzono eksperyment planowany w oparciu o program statyczny, zdeterminowany, wieloczynnikowy, rotatabilny z powtórzeniami PS/DS- $\lambda$ .

Otrzymane na podstawie analizy wyników badań, przeprowadzonych według eksperymentu planowanego, zależności statystyczne (*Ra, Rv, Rp, SPP* w funkcji parametrów obróbki laserowej) są znaczne, o wysokiej korelacji oraz pozwalają one na prognozowanie efektów obróbki laserowej. Wyjątkiem jest otrzymanie nieadekwatnego modelu matematycznego (korelacja umiarkowana) opisującego zależność mikrotwardości (HV0,04) z parametrami obróbki laserowej (tj. mocą wiązki – P i prędkością przesuwu próbki – V).

#### Wprowadzenie

W doświadczeniach laboratoryjnych i przemysłowych często zachodzi konieczność ustalania wartości optymalnych parametrów dla pracy urządzeń i różnych badanych procesów. Jeżeli znana jest postać matematyczna obiektu i występujące tam zależności, to wykorzystuje się modelowanie i symulacje, natomiast tam, gdzie nie jest to możliwe, stosuje się metody oparte na doświadczeniu i na statystyce matematycznej, w tym statystyczne metody planowania eksperymentu. Statystyczne metody planowania eksperymentu wymagają używania specjalnie zbudowanych planów eksperymentu, z których należy wymienić najczęściej stosowane plany ortogonalne i rotalne.

Rozważania autorów dotyczą ryzyka, jakie niesie za sobą przyjęcie nieadekwatnych modeli, prowadzące do konieczności realizacji dużej liczby eksperymentów, których wyniki odległe są od wyznaczonych celów badań. Prowadzi to do niepotrzebnych kosztów oraz straty czasu eksperymentatorów. W przeprowadzonych badaniach próbowano zastosować dwupoziomowe i trzypoziomowe programy eksperymentu. Po analizie badań wstępnych okazało się, że zaproponowane modele nie są adekwatne ze względu na słabą korelacje z eksperymentem wstępnym. Tym samym sięgnięto po model pięciopoziomowy.

Proces obróbki laserowej powłok otrzymywanych różnymi technologiami ma złożony charakter, w związku z czym nie jest możliwe wiarygodne prognozowanie jego efektów w oparciu tylko o modelowanie teoretyczne. Znacznie korzystniejsze rezultaty daje prognozowanie na podstawie modeli matematycznych opartych na wynikach planowanego eksperymentu [1, 2]. Modele matematyczne obiektu badań wykonuje się w celu opisu danego zjawiska za pomocą funkcji obiektu badań.

W literaturze szeroko jest opisane nagrzewanie materiałów za pomocą wiązki laserowej. W pracach [3–6] naukowcy zaproponowali wiele różnych modeli zmierzających do możliwie najdokładniejszego opisania cyklu laserowego nagrzewania i następującego po nim gwałtownego chłodzenia. Modele te uwzględniają zmienny rozkład energii w wiązce, jej kształt, czas, sposób oddziaływania na materiał i opisują kompleksowo cykl cieplny podczas naświetlania laserowego. Natomiast brak jest w większości modeli równoczesnego uwzględnienia takich zjawisk fizycznych, jak: krzepnięcie materiału i skurcz z nim związany, tworzenie tlenków na powierzchni, parowanie materiału, powstanie plazmy oraz przemian fazowych występujących w czasie obróbki laserowej. Jest to związane ze skomplikowanym opisem matematycznym tych zjawisk i uzyskaniem satysfakcjonujących rozwiązań w konkretnych przypadkach. Większość obliczeń w modelach matematycznych opisujących proces obróbki laserowej dotyczy określenia rozkładu pól temperatur w nagrzewanym materiale (na danej głębokości), szybkości nagrzewania i chłodzenia oraz zasięgu zmian strukturalnych. Wartości te wyprowadza się z równania różniczkowego, nieustalonego przewodzenia ciepła zwanego równaniem Fouriera-Kirchhoffa.

Otrzymanie rozwiązania tego równania w postaci analitycznej jest możliwe przy szczególnych założeniach. Pozwala to w sposób teoretyczny określać rozmiary strefy wpływu ciepła oraz rozkład pól temperatur w przyjętym materiale modelowym podczas cyklu nagrzewania wiązką laserową.

Badania eksperymentalne weryfikujące modele teoretyczne są zawodne ze względu na występowanie bardzo dużych prędkości procesu i wysokich temperatur. W przypadku badań doświadczalnych obserwuje się skutki procesów ex post i na ich podstawie identyfikuje zjawiska odgrywające dominującą rolę podczas topienia wiązką laserową. Tymi skutkami są między innymi zmiany mikrotwardości i głębokość strefy przetopu powłoki oraz struktura geometryczna powierzchni określana głównie parametrami mikrogeometrii.

Ta zawodność i przesunięcie w czasie analizy dokonywanej po zakończeniu pojedynczego eksperymentu stanowi o ryzyku ponoszonym przez badacza.

Dotychczas brak jest w pełni zweryfikowanego doświadczalnie modelu umożliwiającego ocenę wpływu parametrów obróbki na wybrane właściwości eksploatacyjne po naświetlaniu laserowym wiązką impulsową z uwzględnieniem ruchu próbki. Poznanie wpływu warunków obróbki jednocześnie na wybrane właściwości (mikrogeometria, mikrotwardość oraz strefa przetopu powłoki) pozwoli na ocenę celowości stosowania tej obróbki w praktyce. Z tych względów podjęto badania nad wyznaczeniem statystycznych zależności między podstawowymi parametrami obróbki a jej efektami.

#### 1. Opis eksperymentu

Badania wpływu obróbki laserowej na właściwości eksploatacyjnych warstw powierzchniowych z racji konieczności uwzględnienia dużej liczby czynników są bardzo pracochłonne, z tego względu badania te przeprowadza się w oparciu o teorię eksperymentu, która umożliwia minimalizację liczby doświadczeń [7, 8]. Wybór programu badań dokonano w oparciu o metody współczesnej teorii eksperymentu. Do komputerowego wspomagania planowania i analizy doświadczeń wykorzystano profesjonalny program Statistica 6.0. Program ten przeznaczony jest do planowania i analizy wyników badań wykonywanych przy użyciu najczęściej stosowanych planów statystycznych zdeterminowanych oraz planów definiowanych indywidualnie.

W badaniach wstępnych przeprowadzono eksperyment planowany w oparciu o program statyczny, zdeterminowany, wieloczynnikowy, rotatabilny z powtórzeniami  $PS/DS-\lambda$ . W oparciu o badania wstępne i wyznaczony obszar zmienności parametrów obróbki określono przedziały zmienności wielkości wejściowych, dla których przyjęto oznaczenia:

$$x_k; k = 1, 2, ..., i; x_k \in [x_{k \min}, x_{k\max}]$$

gdzie:

 $x_k$  – wielkość wejściowa,

i – liczba wielkości wejściowych, i = 2.

Przyjęto pięciopoziomowy program badań i przedział normowania  $[-\alpha, \alpha]$ ;  $\alpha = 1,414$ , odpowiadający ramionom gwiezdnym planu PS/DS- $\lambda$  oraz następujące oznaczenia wielkości kodowych zmiennych niezależnych:

$$x_k \equiv X_k \equiv Xk; \ x_k \equiv Xk \in [-\alpha, \alpha]$$

Obliczono odpowiadające im wartości parametrów wejściowych dla poszczególnych układów czynników według następujących zależności:

$$x_{k} = \exp\left[\frac{\ln x_{k\min} + \ln x_{k\max}}{2} + \frac{\ln x_{k\max} - \ln x_{k\min}}{2\alpha}\alpha_{k}\right]$$
(1)

gdzie:

 $\alpha_k = \{-1,414, -1, 0, 1, 1,414\}$  oznacza promień aktualnego ramienia przestrzeni badanej – wartość kodu.

Macierz planowania eksperymentu przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Macierz planowania eksperymentu  $PS/DS-\lambda$ 

Nr doświadczenia	Wartości kodowane			
п	<i>x</i> <sub>1</sub>	<i>x</i> <sub>2</sub>		
1	-1	-1		
2	+1	-1		
3	-1	+1		
4	+ 1	+1		
5	-1,414	0		
6	+1,414	0		
7	0	-1,414		
8	0	+1,414		
9	0	0		
10	0	0		
11	0	0		
12	0	0		
13	0	0		

Parametry obróbki laserowej zostały tak dobrane, aby obejmowały cały zakres parametrów, przy których zachodzi proces przetapiania bez występowania parowania materiału, który mógłby zmienić mechanizm fizyczny procesu. Ze względu na niewielką grubość powłok elektroiskrowych ( $8 \div 10 \ \mu m$ ), które poddano przetapianiu laserowemu, zakres zmienności parametrów był niewielki.

Przyjęte oznaczenia i wartości zmiennych niezależnych oraz przedziałów zmienności dla eksperymentu obróbki laserowej powłok Mo zamieszczono w tabeli 2.

Na podstawie literatury i prac własnych [9–12] przyjęto następujące zmienne niezależne:

- prędkość przesuwu próbki V,
- moc wiązki laserowej P.

i	Wielkości wejściowe	Jednostki	Oznaczenia	Przedział zmienności	
			zmiennych	$x_{k\min}$	$x_{kmax}$
1	Moc, P	W	$X_1$	16	25
2	Prędkość przesuwu, V	mm/min	$X_2$	208	300

Tabela 2. Oznaczenia i wartości przedziałów zmienności parametrów obróbki

Wartość zmiennych wejściowych eksperymentu obliczono według wzoru (1) dla przyjętych przedziałów zmienności parametrów wejściowych (P, V) dla obróbki laserowej powłok naniesionych elektroiskrowo z Mo na stal C45 (po hartowaniu) i przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3.	Wartości	zmiennych	niezależn	ych dla	powłoki	Mo obra	bianej laserowo
-----------	----------	-----------	-----------	---------	---------	---------	-----------------

	-1,414	-1	0	1	1,414
$X_1$	16	17	20	23	25
$X_2$	208	220	250	285	300

# 2. Badania statystyczne

Ze względu na to, że eksperyment dotyczył sposobu obróbki, dla którego nie został opracowany dotychczas model matematyczny, a elementarne procesy fizyczne determinujące efekty obróbki są złożone, obliczenia powtórzono dwukrotnie (za drugim razem po eliminacji składników nieistotnych) w celu zwiększenia wiarygodności modelu statystycznego.

Analiza statystyczna uzyskanych wyników badań eksperymentalnych obejmowała:

- aproksymację funkcji obiektu badań,
- statystyczną weryfikację adekwatności funkcji aproksymującej,
- statystyczną weryfikację istotności współczynników funkcji aproksymującej.

Z analizy procesu naświetlania laserowego wynika, że zależności wyrażające związki pomiędzy czynnikami badanymi i wynikowymi mogą być nieliniowe oraz że mogą wystąpić interakcje, czyli zależności o typie funkcji uwikłanych. Brak modelu teoretycznego obiektu badań oraz istnienie niedoskonałego modelu fizycznego spowodowało, że dokonano niezależnych prób aproksymacji przy pomocy wielomianu drugiego stopnia ze składnikami liniowymi i interakcjami oraz funkcją potęgową, opisaną poniższym wzorem:

$$Y_n = e^{A0} X_1^{A1} X_2^{A2} \dots X_i^{Aj}$$
(2)

gdzie:

X<sub>i</sub> – wielkości wejściowe,

n -liczba układów planu doświadczenia (n = 13),

*i* – liczba wielkości wejściowych,

j – liczba współczynników iloczynu potęgowego,

A0, A1, A2 - współczynniki iloczynu potęgowego.

Wyniki wstępnych obliczeń wykazały, że najlepsze dopasowanie równań regresji do wyników eksperymentu umożliwia model wykładniczy, dlatego też obliczone równania regresji metodą regresji krokowej przedstawiono w tej postaci. Analizy dopasowania poszczególnych równań regresji do wyników eksperymentu dokonano na podstawie współczynnika korelacji wielowymiarowej R oraz na podstawie wartości funkcji t-Studenta i wartości funkcji F-Snedecora. Przyjęto poziom istotności p = 0,05. Jeśli zostanie spełniony warunek  $p_{kr} \leq p$ , wówczas możemy wnioskować o istotności funkcji regresji  $(F_{kr} \leq F)$  oraz o istotności danego czynnika w równaniu regresji  $(t_{kr} \leq t)$ .

Korelację wyznaczono na podstawie wartości współczynnika korelacji, przyjmując kryteria przedstawione w tabeli 4.

W obliczeniach przyjęto następujące oznaczenia wielkości unormowanych:

$$x_1 = P, \qquad x_2 = V$$

Współczynnik korelacji R	Korelacja	Zależność		
poniżej 0,2	słaba	prawie nic nieznacząca		
0,20–0,40	niska	wyraźna lecz mała		
0,40–0,70	umiarkowana	istotna		
0,70–0,90	wysoka	znaczna		
0,90–100	bardzo wysoka	bardzo pewna		

Tabela 4. Ocena korelacji i istotności [8]

Wyniki badań powłoki Mo po obróbce laserowej przeprowadzone według eksperymentu planowanego przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 5. Parametry wejściowe oraz wyjściowe dla eksperymentu planowanego próbek z powłokami Mo obrobionych laserem

	Czynniki wejściowe		Czynniki wyjściowe							
Lp.	Moc [W]	Prędkość skanowania [mm/min]	<i>Ra</i> [μm]	<i>Rv</i> [μm]	<i>Rp</i> [μm]	SPP [µm]	$HV_{0,04}$			
		Kod								
	$x_1$	<i>x</i> <sub>2</sub>	<i>y</i> <sub>1</sub>	<i>y</i> <sub>2</sub>	<i>y</i> <sub>3</sub>	<i>y</i> <sub>4</sub>	<i>y</i> 5			
	Wartości									
1	17	220	12,04	25,48	30,34	23	1558			
2	23	220	7,34	22,59	19,47	30	1082			
3	17	285	9,42	23,91	23,37	26	1145			
4	23	285	8,16	21,51	31,6	25	1145			
5	16	250	11,83	24,2	28,4	27	1369			
6	25	250	9,79	29,34	32,26	29	1288			
7	20	208	10,03	26,12	25,47	30	1145			
8	20	300	9,64	27,14	24,83	45	1213			
9	20	250	6,05	15,27	18,55	37	1369			
10	20	250	5,89	14,86	17,49	40	1145			
11	20	250	6,88	20,76	17,84	39	1369			
12	20	250	6,62	18,24	16,8	40	1213			
13	20	250	6,01	13,92	15,61	37	1369			

#### 2.1. Wpływ parametrów obróbki na strefę przetopu powłoki

Strefa przetopu powłoki w zależności od zastosowanych parametrów obróbki zmienia się od wartości 23 µm dla: P = 17 W i V = 220 mm/min do wartości 45 µm przy zastosowaniu: P = 20 W i V = 300 mm/min. Średnia grubość *SPP* wyniosła  $g_{sr} = 32,9$  µm. Z analizy wyników badań wynika, że zakres zmian głębokości przetopu jest stosunkowo duży (różnica między minimalną głębokością przetopu a maksymalną jest prawie dwukrotna). Należy liczyć się z faktem, że przy małych wartościach mocy proces przetopu powłoki nie występuje, a przy znacznych wartościach mocy rozpoczyna się parowanie materiału. Zmienia się wówczas mechanizm procesu i nie można go opisać tymi samymi równaniami.

Postać unormowana równania regresji dla strefy przetopu powłoki (bez składników nieistotnych) opisuje zależność:

$$SPP = 38,6 - 6,99 P^2 + 2,4 V - 2,24 V^2$$
(3)

Model rzeczywisty określający związek SPP z parametrami obróbki ma postać:

$$SPP = 38,6 - 6,99 \cdot \left[ 2\alpha \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\min}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2 + 2,4 \cdot \left[ 2\alpha \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}} \right) \right] + (4)$$
$$-2,24 \cdot \left[ 2\alpha \left( \frac{\ln\frac{x_2}{x_{2\min}}}{\ln\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}} \right) - \alpha \right]^2$$

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej jest równa R = 0.82 (korelacja jest wysoka, a zależność znaczna).

Na przykładowych wykresach (rys. 1÷3) przedstawiono prezentację graficzną wpływu obróbki laserowej na grubość SPP powłoki Mo naniesionej elektroiskrowo. Wykres Pareto (rys. 1) przedstawia istotne współczynniki regresji (słupki znajdują się po prawej stronie linii pionowej określającej poziom istotności p = 0,05, czyli  $p_{kr} \le p$ ).



Rys. 1. Wykres istotności współczynników regresji (wykres Pareto) w równaniu regresji w postaci

Z wykresów (rys. 2 i rys. 3) można wnioskować, że maksymalne głębokości SPP można uzyskać przy mocy promieniowania P = 20 W i prędkości przesuwu w zakresie V = 250÷300 mm/min. Na uzyskane wartości *SPP* w eksperymencie planowanym miała wpływ zarówno moc wiązki, jak i prędkość posuwu.

Ponieważ  $p_{kr} \leq p$ , to opracowany model matematyczny jest adekwatny.



unormowancj

Rys. 2. Wpływ mocy promieniowania i prędkości posuwu na głębokość strefy przetopu (wykres 3D)



Rys. 3. Wykres warstwicowy funkcji SPP = F(P, V)

#### 2.2. Wpływ parametrów obróbki na mikrotwardość

Mikrotwardość TWP w zależności od zastosowanych parametrów obróbki zmienia się od wartości 1082 HV0,04 dla: P = 23 W i V = 220 mm/min do wartości 1558 HV<sub>0,04</sub> przy zastosowaniu: P = 17 W i V = 220 mm/min. Średnia mikrotwardość TWP wyniosła 1262 HV<sub>0,04</sub>. Analizując uzyskane wyniki mikrotwardości, można zauważyć, że zakres zmian poszczególnych wartości mikrotwardości nie jest duży (max. mikrotwardość jest prawie 50% większa od min. mikrotwardości). Maksymalną mikrotwardość (1558 HV<sub>0,04</sub>) uzyskano przy najmniejszej grubości *SPP* ( $g_{min} = 23 \,\mu$ m).

Postać unormowana równania regresji dla mikrotwardości TWP (bez składników najbardziej nieistotnych) opisuje zależność:

$$HV = 1262,8 - 73,83P + 119PV$$
(5)

Model rzeczywisty określający związek HV z parametrami obróbki ma postać:

$$HV = 1262, 8 - 73, 83 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\max}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right] + 119 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\max}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right] \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}\right)} \right) - \alpha \right] \right]$$
(6)

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej jest równa R = 0,66 (korelacja jest umiarkowana, a zależność istotna).

#### 2.3. Wpływ parametrów obróbki na parametry wysokościowe mikrogeometrii

Obróbka laserowa powłok elektroiskrowych spowodowała wzrost parametrów wysokościowych mikrogeometrii (Ra, Rv, Rp) w stosunku do powłok bez tej obróbki. Wartości parametrów mikrogeometrii zawierają się w przedziale 5,89÷32,26 µm. Najniższą chropowatość  $Ra_{min} = 5,89$  µm uzyskano przy parametrach: P = 20 W i V = 250 mm/min, natomiast najwyższą chropowatość  $Ra_{max} = 12,04$  µm uzyskano przy parametrach: P = 17 W i V = 220 mm/min. Średnia wartość średniego arytmetycznego odchylenia profilu wyniosła  $Ra_{sr} = 8,44$  µm. Natomiast średnia maksymalna głębokość wgłębienia profilu wynosiła  $Rv_{sr} = 21,79$  µm, zaś średnią maksymalną wysokość wzniesienia profilu otrzymano na poziomie  $Rp_{sr} = 23,23$  µm.

Najniższe chropowatości uzyskuje się przy małych mocach i dużych prędkościach przesuwu. Najwyższe chropowatości otrzymuje się przy dużych mocach i małych prędkościach przesuwu (duży czas oddziaływania wiązki na materiał). W przeprowadzonym eksperymencie na wartości uzyskanych parametrów wysokościowych mikrogeometrii miały wpływ nie tylko prędkość przesuwu próbki i moc wiązki laserowej, ale także inne czynniki, np. otoczenie procesu, rodzaj lasera, właściwości fizyczne obrabianego materiału itd. Postać unormowana równania regresji dla *Ra* (bez składników nieistotnych) opisuje zależność:

$$Ra = 6,29 - 1,11 P + 1,99 P^{2} + 1,5 V^{2} + 0,86 PV$$
(7)

Model rzeczywisty określający związek Ra z parametrami obróbki ma postać:

$$Ra = 6,29 - 1,11 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\min}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right] + 1,99 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\max}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2 + 1,5 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{2\min}}{x_{2\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2 + 0,86 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\max}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right] \cdot$$
(8)  
$$\cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}\right)} \right) - \alpha \right]$$

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej jest równa R = 0.95 (korelacja jest bardzo wysoka, a zależność bardzo pewna).

Postać unormowana równania regresji dla *Rv* (bez składników nieistotnych) opisuje zależność:

$$Rv = 16,61 + 4,25 P^2 + 4,18V^2$$
(9)

Model rzeczywisty określający związek Rv z parametrami obróbki ma postać:

$$Rv = 16,61 + 4,25 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\min}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2 + 4,18 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2$$
(10)

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej jest równa R = 0.86 (korelacja jest wysoka, a zależność znaczna).

Postać unormowana równania regresji dla Rp (bez składników nieistotnych) opisuje zależność:

$$Rp = 17,26 + 6,15 P^2 + 3,56 V^2 + 4,77 PV$$
(11)

Model rzeczywisty określający związek Rp z parametrami obróbki ma postać:

$$Rp = 17,26 + 6,15 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\max}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2 + 3,56 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}\right)} \right) - \alpha \right]^2 + 4,77 \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_{1\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{1\max}}{x_{1\min}}\right)} \right) - \alpha \right] \cdot \left[ 2\alpha \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_{2\min}}\right)}{\ln\left(\frac{x_{2\max}}{x_{2\min}}\right)} \right) - \alpha \right] \right]$$
(12)

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej jest równa R = 0.97 (korelacja jest bardzo wysoka, a zależność bardzo pewna).

# 3. Wnioski

Oceniając ogólną pracochłonność przeprowadzonych badań doświadczalnych, szacujemy, że około 30% czasu pracy badaczy zajęła weryfikacja zastosowanych modeli teoretycznych. To właśnie stanowi o ryzyku, a tym samym optymalizacji procesu badawczego. Zrozumiałe jest, że analiza wiedzy o procesach technologii laserowych i doświadczenie badaczy pozwala zmniejszyć to ryzyko.

Przeprowadzone weryfikacje adekwatności zaproponowanych modeli, ze względu na małą ich liczbę nie pozwalają ściślej określić dokładnej wartości wskaźników niezawodności procesu badawczego.

Zdaniem autorów podjęcie szerszej analizy popełnianych błędów dotyczy przyjmowania nieadekwatnych modeli i jest interesującym zagadnieniem w procesach działalności naukowej.

# Bibliografia

- 1. Radziejewska J.: Wpływ stopowania laserowego na strukturę geometryczną i stan warstwy wierzchniej. Rozprawa doktorska, IPPT PAN, Warszawa 1999.
- 2. Zielecki W.: Modyfikowanie właściwości technologicznych i użytkowych stali wiązką laserową i elektronową. Rozprawa doktorska, PRz, Rzeszów 1993.
- 3. Domański R.: Promieniowanie laserowe oddziaływanie na ciała stałe. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1990.
- Pakitny R., Winczek J., Jabreen H., Thiab S.M.: Pola temperatur w elementach stalowych poddanych działaniu ciągłego i impulsowego laserowego źródła ciepła. Obróbka Powierzchniowa – II Ogólnopolska Konferencja – Kule 1993.
- 5. Rybałko A.W., Griciuk D.T., Sahin O.: Eliektroiskrowoie liegirowaniie oscillirujuszczim po powierchnosti dietali obrabatywajuszczim eliektrodom. Elektronnaja Obrabotka Materiałow 5 (2001).
- 6. Stelmach M.: Lazery v technologii. Energia, Moskwa 1975.
- 7. Kukiełka L.: Podstawy badań inżynierskich. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2002.
- 8. Polański Z.: Metody optymalizacji w technologii maszyn. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1977.
- 9. Antoszewski B., Radek N.: Obróbka laserowa powłok tytanowych i molibdenowych nanoszonych elektroiskrowo. Wybrane zagadnienia obróbek skoncentrowaną wiązką energii, rozdział 3, Bydgoszcz 2003.
- 10. Radek N., Antoszewski B.: Laser treatment of electro-spark deposited coatings. Materials Engineering 4 (2005).
- 11. Radek N., Szalapko J.: Obróbka laserowa powłok molibdenowych nanoszonych obróbką elektroiskrową. Logistyka 2 (2010).
- 12. Zimny J.: Laserowa obróbka stali. Politechnika Częstochowska Rozprawy – nr 67, Częstochowa 1999.

Recenzent: Damian SŁOTA

# Mathematical modelling and optimisation of selected service properties of laser-modified electrospark coatings

# Key words

Mathematical modelling, optimisation, electro-spark deposition, laser machining.

# **Summary**

The study examined the impact of laser machining on selected parameters (microgeometry, microhardness and coating melt zone) of electro-spark deposited Mo coatings. In the investigations, molybdenum wire  $\phi$ l mm in diameter was used as the coating material that was deposited by electrospark on C45 steel specimens, which were subsequently melted with a laser beam. Investigations included an experiment based on the static, determined, multi-factor, and rotatable design with PS/DS- $\lambda$  repetitions.

Statistical dependencies (*Ra*, *Rv*, *Rp*, *SPP* as functions of laser machining parameters) obtained from the analysis of investigations performed in accordance with the designed experiment are significant and show a high correlation. They allow forecasting laser-machining effects. An exception is the inadequate mathematical model (moderate correlation) describing microhardness ( $HV_{0.04}$ ) as a dependence on laser machining parameters (i.e. beam power – *P* and the specimen movement rate – *V*).