

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA DYFUZJI WODY W BIOMASIE DRZEWNEJ ZALEŻNEGO OD ZAWARTOŚCI WODY I TEMPERATURY

Małgorzata Jaros, Krzysztof Król, Katarzyna Woźniak, Szymon Głowacki
Katedra Podstaw Inżynierii, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Streszczenie. Celem pracy była analiza metody wyznaczania i wartości współczynnika dyfuzji wody, występującego w modelach kinetyki konwekcyjnego suszenia ciał stałych, zidentyfikowanych dla procesu suszenia tzw. roślin energetycznych jak: topola, wierzba, akacja i róża. Zakres pracy obejmował wyznaczenie wartości współczynnika dyfuzji wody, aproksymację oraz dyskusję wykorzystanych modeli. Stwierdzono, że za pomocą matematycznego modelu jednokierunkowego suszenia ciała stałego możliwe jest modelowanie procesu konwekcyjnego suszenia różnych kształtów cząstek biomasy drzewnej.

Słowa kluczowe: kinetyka, suszenie, rośliny energetyczne, współczynnik dyfuzji wody

Wstęp

Zainteresowanie biomasą drzewną przeznaczoną na cele energetyczne skupia się na roślinach pozyskiwanych ze specjalnych upraw. Wartościowym paliwem staje się ona dzięki procesowi jej dosuszenia. Przewidywanie lub sterownie suszeniem wymaga znajomości matematycznego modelu tego procesu. W matematycznych modelach suszenia złóż ciał stałych zawsze występuje równanie kinetyki suszenia pojedynczego ciała lub cienkiej warstwy. Równanie to z kolei zawiera współczynnik, nazywany efektywnym współczynnikiem dyfuzji masy. Metody, które są obecnie stosowane do określania wartości współczynnika dyfuzji wody w drewnie nie dają jednoznacznych wyników. Odnosi się to zarówno do metod stanu ustalonego jak i do metod sorpcyjnych. Zastosowanie metody stanu ustalonego dla drewna szczegółowo opracował Siau [1995]. Natomiast Olek [2003] przedstawił szczegółową, krytyczną analizę założeń mających zastosowanie w metodach stanu ustalonego, z której wynika, że stosowanie w modelowaniu dyfuzji wartości współczynników wyznaczone metodami stanu ustalonego nie prowadzą do uzyskania prawidłowych wyników prognozowania. Metody sorpcyjne opierają się na zagadnieniach początkowo - brzegowych opisujących proces dyfuzji w przestrzeni jednowymiarowej. W tym przypadku, w celu rozwiązania równania różniczkowego dyfuzji dla potencjału procesu, określonego jako stężenie (c) wody obecnej w materiale:

$$\frac{dc}{d\tau} = \frac{d}{dx} \left(D \frac{dc}{dx} \right) \quad (1)$$

z warunkami granicznymi: $c = c_0$, gdy $-1 < x < 1$ i $\tau = 0$ oraz $c = c_\infty$ gdy $x = -1$ i $\tau \geq 0$, należy dokonać trzech założeń: 1) stałej początkowej zawartości wody, 2) szybkiego osiągnięcia równowagi higroskopijnej materiału z powietrzem, 3) stałej wartości współczynnika dyfuzji. W prezentowanej pracy przyjęto, że dwa, pierwsze warunki są spełnione bezwzględnie a warunek trzeci chwilowo - w dowolnie krótkich okresach czasu.

Celem pracy była analiza wartości współczynnika dyfuzji wody, występującego w modelach kinetyki konwekcyjnego suszenia masy drzewnej ciała stałego, zidentyfikowanych dla procesu suszenia roślin energetycznych takich jak: topola, wierzba, akacja i róża. Zakres pracy obejmował wyznaczenie wartości współczynnika dyfuzji wody oraz dyskusję postaci modeli, wykorzystanych do modelowania kinetyki suszenia badanych obiektów. Wyniki analizowanych pomiarów pochodziły z prac dyplomowych wykonywanych na Wydziale Inżynierii Produkcji SGGW.

Materiał badawczy stanowiły pędy wierzby wiciowej, o długości 0,05m i średnicy 0,03 m, suszone w konwekcji swobodnej, w temperaturach: 40, 50, 60, 70, 80°C, oraz wszystkie ww. rośliny suszone w temperaturze 80°C, w postaci pędów o długości 0,20m, zrębków i krążków – pędów o długości 0,01m. Wymiary wszystkich próbek były wyrównane ($\pm 0,001$ m) a temperatura czynnika suszącego była w czasie trwania każdego eksperymentu stała.

Metodyka obliczeń

W prezentowanej pracy przyjęto założenie, że transport wody w badanych obiektach jest jednokierunkowy a wymiana wody przez korę jest na tyle mała, że można ją pominąć, sformułowano hipotezę, że matematycznym modelem kinetyki konwekcyjnego ich suszenia jest rozwiązanie równania jednokierunkowego transportu wody w ciele stałym.

Wartości współczynnika dyfuzji wyznaczano, jako wartości empirycznego współczynnika, z uproszczonego rozwiązania II prawa Ficka, [Łytkow, 1987], w postaci:

$$U(\tau) = \frac{u(\tau) - u_r}{u_0 - u_r} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} Fo_m\right) \quad (2)$$

gdzie:

- U – zredukowana zawartość wody,
- u – zawartość wody w wilgotnym ciele, $g_{wody} \cdot g^{-1}$ suchej substancji
- u_r – równowagowa zawartość wody, $g_{wody} \cdot g^{-1}$ suchej substancji
- Fo_m – liczba Fouriera dla wymiany masy,
- τ – czas suszenia [min].

Występująca w tych rozwiązaniach liczba Fouriera jest liczbą kryterialną, określającą podobieństwo procesów wymiany masy w różnych obiektach, dla takich samych jej wartości. Zależność $Fo_m = f(U)$, wyznaczoną na podstawie modelu (2), w postaci czterech, sklejanych formuł empirycznych, przedstawił Król [2010].

Tabela 1. Funkcje aproksymujące wartości liczby Fouriera od zredukowanej zawartości wody
 Table 1. Approximating functions of Fourier number values from the reduced water content

| Przedział wartości U | Funkcja aproksymująca liczbę Fouriera | Max błąd bezwzględny |
|------------------------|---|----------------------|
| <0,000099; 0,000436> | $Fo_m = -0,4051\ln(U) - 0,0826$ | 0,0018 |
| (0,000436; 0,005829> | $Fo_m = -0,4051\ln(U) - 0,0831$ | 0,0006 |
| (0,005830; 0,499661> | $Fo_m = -0,4051\ln(U) - 0,0842$ | 0,0006 |
| (0,499662; 1> | $Fo_m = 0,7864 \cdot U^2 - 1,5727 \cdot U + 0,7863$ | 0,0002 |

Źródło: [Król 2010]

Znając z badań empirycznych zredukowaną zawartość wody można dla danego procesu wyznaczyć liczbę Fouriera, a dzięki temu, wyznaczyć kolejno wartość współczynnika a_m dyfuzji wody w interesującej nas chwili τ tego procesu:

$$a_m = \frac{Fo_m \cdot s^2}{\tau} \quad (3)$$

gdzie:

s – połowa charakterystycznego wymiaru ciała w kierunku wymiany [m].

Omówienie wyników

Skuteczność obliczenia efektywnego współczynnika dyfuzji masy, ze wzoru (3), prze-testowano na podstawie modelowania kinetyki suszenia pędów wierzby. Stwierdzono, że równanie jednokierunkowej wymiany masy może być podstawą tworzenia empirycznych modeli suszenia biomasy drzewnej. Obliczenia efektywnego współczynnika dyfuzji masy, ze wzoru (3), na podstawie pomiarów kinetyki suszenia pędów wierzby, w pięciu ustalonych temperaturach, w zależności od zredukowanej zawartości wody, wykazały jego zmienność, którą jednak, można aproksymować funkcją liniową – tabela 2.

Tabela 2. Zestawienie liniowych funkcji aproksymujących współczynnik dyfuzji wody w suszonych konwekcyjnie pędach wierzby o długości 0,05m
 Table 2. The list of linear functions approximating the water diffusion coefficient in willow sprouts of 0,05 m which were dried convectionally

| Temperatura suszenia, [°C] | Postać funkcji aproksymującej współczynnik a_m | Wartość współczynnika determinacji R^2 |
|----------------------------|--|--|
| 40 | $-0,0019U + 0,0019$ | 0,8210 |
| 50 | $-0,0027U + 0,0027$ | 0,4039 |
| 60 | $-0,0039U + 0,0039$ | 0,9603 |
| 70 | $-0,0056U + 0,0056$ | 0,8652 |
| 80 | $-0,0104U + 0,0104$ | 0,9077 |

Źródło: [Król 2010]

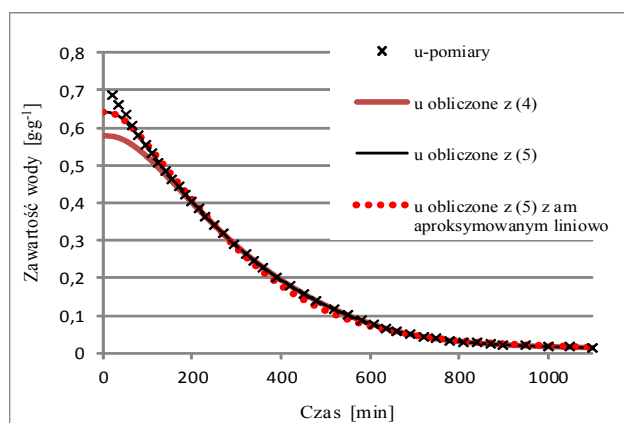
Uzyskane wyniki obliczeń współczynnika dyfuzji masy sprawdzono pośrednio, porównując wyniki pomiarów zawartości wody z wynikami obliczeń modelu teoretycznego (2) – zawierającego wyznaczony współczynnik, w dwóch uproszczonych postaciach, tzn. stosując jego uproszczenie do pierwszego wyrazu szeregu (2):

$$U(\tau) = \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} Fo_m\right) \quad (4)$$

oraz do dwóch pierwszych wyrazów:

$$U(\tau) = \frac{8}{\pi^2} \left[\exp\left(-\frac{\pi^2}{4} Fo_m\right) + \frac{1}{9} \exp\left(-\frac{9\pi^2}{4} Fo_m\right) \right] \quad (5)$$

Przykładowo, wyniki sprawdzenia dokładności obliczenia zawartości wody wg modeli uproszczonych do postaci (4) bądź (5), dla pomiarów suszenia pędów wierzby o długości 0,05m w temperaturze suszenia 80°C, pokazano na rysunku 1. Dodatkowo, na rysunku 1 pokazano wykres modelu (5), gdy do obliczenia liczby Fouriera wykorzystano wartości współczynnika a_m aproksymowane funkcją liniową.



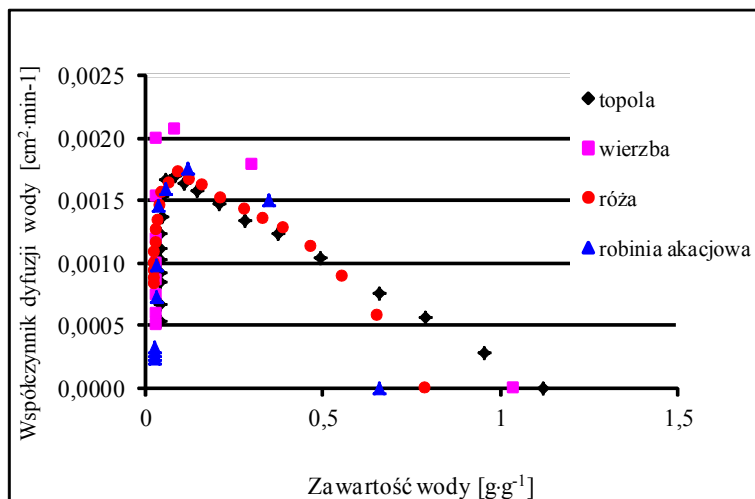
Źródło: obliczenia własne

Rys. 1. Sprawdzenie dokładności obliczeń zawartości wody w pędach wierzby, suszonej w temperaturze 80°C, na podstawie modeli (4) i (5), z obliczonym oraz aproksymowanym liniowo współczynnikiem a_m

Fig. 1. Checking the preciseness of calculations of water content in willow sprouts, dried in the temperature of 80°C, based on (4) and (5) models with a_m coefficient which was calculated and linearly approximated

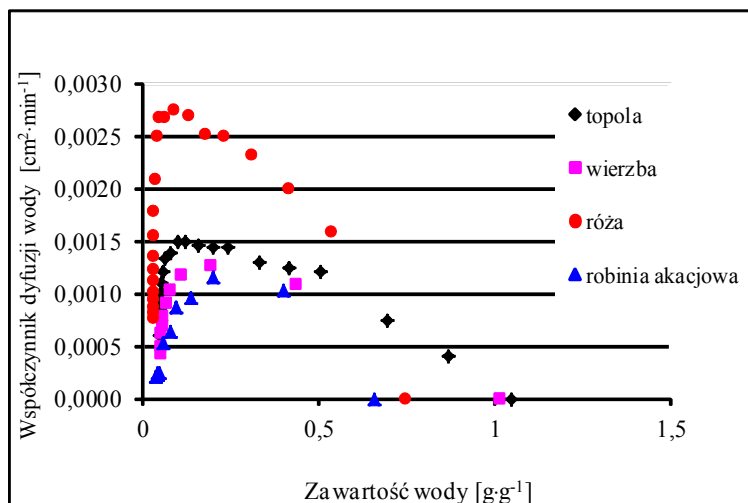
Pozytywne wyniki w modelowaniu kinetyki suszenia pędów wierzby wykorzystano do modelowania różnych postaci biomasy pozyskanej z wierzby, topoli, akacji i róży [Woźniak 2011]. Na rysunkach 2 i 3 pokazano graficznie przykładowe wyniki obliczeń wartości

efektywnego współczynnika a_m na podstawie modelu (2) dla krążków – pędów o długości 0,01m i zrębów czterech badanych roślin.



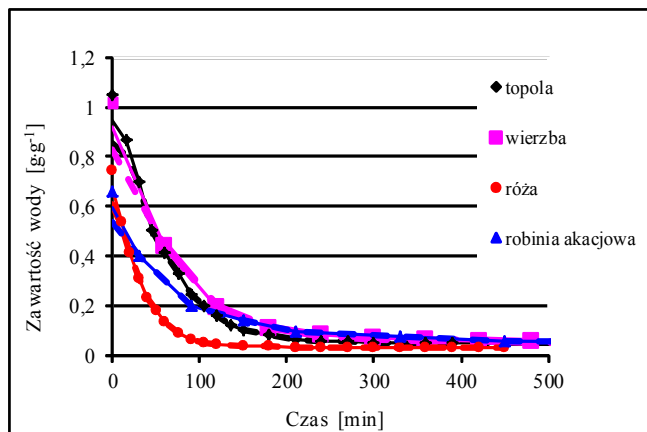
Źródło: obliczenia własne

Rys. 2. Wartości współczynnika dyfuzji wody w krążkach, suszonych w temperaturze 80°C
Fig. 2. Value of water diffusion coefficient in rollers dried in temperature of 80°C



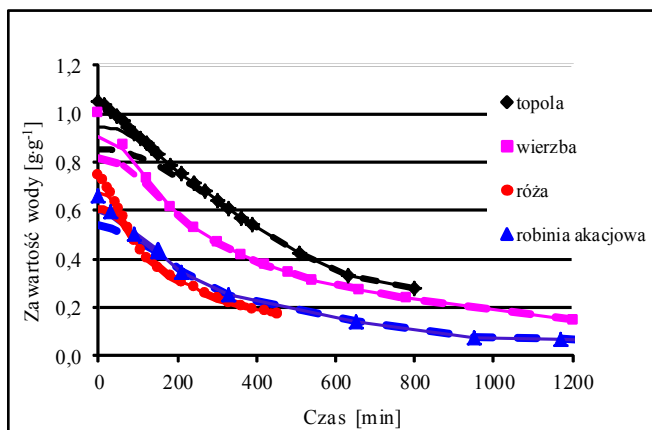
Źródło: obliczenia własne

Rys. 3. Wartości współczynnika dyfuzji wody w zrębkach, suszonych w temperaturze 80°C
Fig. 3. Value of water diffusion coefficient in wood chips dried in temperature of 80°C



Źródło: obliczenia własne

- Rys. 4. Sprawdzenie dokładności modeli zawartości u wody z obliczonym współczynnikiem dyfuzji dla zrębków. Oznaczenia: linia gruba kreskowa - u wyznaczone z modelu (4), linia cienka ciągła - u wyznaczone z modelu (5)
- Fig. 4. Checking the preciseness of u water content models with diffusion coefficient calculated for wood chips. Abbreviations: thick broken line - u determined out of the model (4), thin solid line - u determined out of model (5)



Źródło: obliczenia własne

- Rys. 5. Sprawdzenie dokładności modeli zawartości u wody z obliczonym współczynnikiem dyfuzji dla pędów. Oznaczenia: linia gruba kreskowa - u wyznaczone z modelu (4), linia cienka ciągła - u wyznaczone z modelu (5)
- Fig. 5. Checking preciseness of u water content models with diffusion coefficient calculated for sprouts. Abbreviations: thick broken line - u determined out of the model (4), thin solid line - u determined out of model (5)

Stwierdzono, że współczynnik wewnętrznej dyfuzji wody rośnie wraz ze zmniejszaniem się zawartości wody, aż do osiągnięcia przez nie zawartości wody ok. 0,3 w suszonych pędach, oraz 0,1 w zrębkach i krążkach, a następnie gwałtownie maleje.

Porównanie wyników obliczenia zawartości u wody z modeli (4) i (5) z wartościami pomiarowymi przedstawiono na rysunku 4 dla pędów a na rysunku 5 dla zrębków.

Jak można zauważyć, różnice pomiędzy wartościami empirycznymi a obliczonymi z równania (4), oraz podobnie z (5), obserwujemy tylko w początkowej fazie badanego procesu dla wszystkich badanych postaci biomasy. Jest to zapewne bezpośrednią konsekwencją przyjętego uproszczenia struktury modelu teoretycznego.

Wnioski

1. Otrzymane zależności współczynnika dyfuzji wody od zawartości wody i temperatury pozwalają na opisanie przebiegu procesu suszenia pędów wierzby modelem teoretycznym, ze średnim błędem globalnym nieprzekraczającym $0,027[\text{g}\cdot\text{g}^{-1}]$. Oznacza to, że za pomocą matematycznego modelu jednokierunkowego suszenia ciała stałego możliwe jest modelowanie procesu konwekcyjnego suszenia różnych kształtów cząstek biomasy drzewnej.
2. Wraz ze wzrostem temperatury czynnika suszącego rosną wartości współczynnika wewnętrznej dyfuzji wody. Oznacza to, że współczynnik a_m jest bezpośrednio zależny od temperatury.
3. Dzięki szybkiej zbieżności ciągu opisującego liczbę Fouriera, model złożony zaledwie z dwóch wyrazów ciągu po bardzo krótkim czasie wystarczająco dokładnie opisywał proces dyfuzji wody w badanych roślinach.
4. Pomimo słabej aproksymacji współczynnika wewnętrznej dyfuzji wody w pędach wierzby przy pomocy funkcji liniowych, modele sprawdzane z ich wykorzystaniem, wystarczająco dobrze opisywały badane zjawisko i do celów praktycznych nie ma potrzeby szukać lepiej aproksymujących funkcji i komplikowania modelu.
5. Wartość efektywnego współczynnika dyfuzji masy wyznaczona dla różnych kształtów suszonych cząstek wierzby nieliniowo maleje, wraz z większym rozdrobieniem tej rośliny.

Bibliografia

- Król K.** 2010. Analiza współczynnika wewnętrznej dyfuzji wody w biomacie drzewnej – wierzbie wiciowej. Praca magisterska. SGGW Warszawa. Maszynopis.
- Olek W.** 2003. Analysis of the cup method application for determination of the bound water diffusion coefficient in wood. *Fol. For. Pol., Ser. B. Drzewnictwo* 34. s 15-25.
- Siau J.F.** 1995. Wood: influence of moisture on physical properties. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg. 227 pgs. ISBN 0-9622181-0-3.
- Woźniak K.** 2010. Analiza współczynnika dyfuzji wody w modelach kinetyki suszenia biomasy drzewnej. Praca magisterska. SGGW Warszawa. Maszynopis.
- Protokół z Kioto do Ramowej konwencji Narodów Zjednoczonych w sprawie zmian klimatu, sporządzony w Kioto dnia 11 grudnia 1997 r. *Dziennik Ustaw* z 2005 r. Nr 203. Poz. 1684.

DETERMINATION OF WATER DIFFUSION COEFFICIENT IN WOOD BIOMASS DEPENDING ON WATER AND TEMPERATURE CONTENT

Abstract. The purpose of the work was to analyse determination method and water diffusion coefficient which occurs in the model of conventional drying kinetics of solids identified for the process of drying so-called energy plants, such as poplar, willow, locust tree and rose. The scope of the research covered determination of water diffusion coefficient value, approximation as well as dispersion of the models used. It was determined, that by the use of a mathematical model of one directional drying of a solid, it is possible to model the process of convectonal drying of wood biomass fractions of various shapes.

Key words: kinetics, drying, energy plants, water diffusion coefficient

Adres do korespondencji:

Małgorzata Jaros; e-mail: Małgorzata_Jaros@sggw.pl
Katedra Podstaw Inżynierii
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
ul. Nowoursynowska 164
02-787 Warszawa