

OCENA DYNAMIKI ZMIAN ŚREDNIEJ ZAWARTOŚCI CUKRU W ZIARNIE KUKURYDZY CUKROWEJ WIELOZMIENNĄ METODĄ KRZYWYCH WZROSTU

Monika Różańska-Boczula, Mirosława Wesołowska-Janczarek
Katedra Zastosowań Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie

Mariusz Szymanek
Katedra Maszynoznawstwa Rolniczego, Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie

Streszczenie. W pracy oceniano dynamikę zmian średniej zawartości cukru w ziarnie kukurydzy cukrowej w zależności od terminu zbioru. Badania przeprowadzono dla trzech odmian kukurydzy cukrowej (Bonus, Boston, Jubilee). Dynamikę zmian średniej zawartości cukru analizowano na podstawie oszacowanych funkcji regresji. Z uwagi na to, że pomiary uzyskane dla poszczególnych terminów zbioru kukurydzy nie spełniały założeń wymaganych w zwykłej regresji, do wyznaczenia i porównania zależności regresyjnych wykorzystano wielozmienną metodę krzywych wzrostu wskazując odmianę najbardziej pożądaną z punktu widzenia konsumenta.

Słowa kluczowe: kukurydza cukrowa, cukry, krzywe wzrostu

Wstęp

Kukurydza cukrowa ze względu na walory dietetyczne i odżywcze cieszy się w kraju coraz większą popularnością. Dojrzałość konsumpcyjną osiąga, gdy ziarno jest w stadium dojrzałości mleczno-woskowej i zawiera 70-80% wody. W tym okresie charakteryzuje się wysoką zawartością cukrów (6-12%) co jest istotnym czynnikiem wpływającym na jego słodkość. Przemysł przetwórczy coraz bardziej zainteresowany jest stosowaniem odmian o wysokiej zawartości cukrów, a przez to otrzymywaniem produktu o naturalnej słodkości, bez dodawania do zalewy cukru lub innych substancji słodzących. Czynnikiem bardzo silnie wpływającym na poziom cukrów jest dojrzałość ziarniaków. Ziarno zebrane w nie właściwym terminie zbioru ma obniżoną wartość żywieniową i nieakceptowane przez konsumenta właściwości sensoryczne. W okresie dojrzałości skład chemiczny ziarna kukurydzy nie jest stabilny i bardzo szybko zmienia się w czasie. Ważne więc by uchwycić taki okres zbioru, w którym ziarno ma możliwie największą zawartość cukrów. Spadek zawartości cukrów w ziarnie wpływa bowiem na spadek jego jakości co stanowi problem zwłaszcza dla przemysłu przetwórczego [Szymanek 2007]. Mając powyższe na uwadze, podjęto więc próbę porównania dynamiki zmian średniej zawartości cukru w ziarnie kukurydzy cukrowej w zależności od terminu zbioru.

Materiał i metody badań

Materiał do badań pochodził z doświadczenia przeprowadzonego w Katedrze Maszynoznawstwa Rolniczego Uniwersytetu Przyrodniczego w Lublinie. Stanowiły go kolby kukurydzy cukrowej odmiany Boston, Bonus, i Jubilee [Szymanek i in. 2005], które zbierano ręcznie w czterech terminach, co dwa dni. Pierwszy zbiór kolb rozpoczęto od momentu osiągnięcia optymalnej dojrzałości przetwórczej (mlecznej), określonej na podstawie wilgotności i konsystencji miąższu ziarna. Materiał do badań pobierano w sposób losowy z różnych miejsc plantacji. Charakterystykę badanego materiału określono na podstawie 100 kolb. Wilgotność ziarna kukurydzy cukrowej oznaczono na podstawie metody suszarkowo-wagowej zgodnie z normą PN-ISO 6540. Do pomiaru masy kolb i ziarna użyto wagi laboratoryjnej WPE 2000p o dokładności odczytu 0,1 g, a do ustalenia wymiarów liniowych kolb i ziarna suwmiarki o dokładności 0,1 mm. Cukry ogółem określano w CLA w Lublinie metodą HPLC. Procentową zawartość cukrów ogółem oznaczano na próbkach o masie 200 g w 6 powtórzeniach. Powtórzenia dla poszczególnych terminów zbioru x_i ($i = 1, \dots, 4$) realizowano na różnych (niezależnych) jednostkach, co wskazuje, że dane eksperymentalne mają charakter replikowanych obserwacji [Różańska-Boczula 2010; Wesołowska-Janczarek i in. 2001].

Cel pracy

Celem badań było porównanie dynamiki zmian średniej zawartości cukru w zależności od terminu zbioru dla badanych odmian kukurydzy. Konieczne okazało się więc określenie związku funkcyjnego między zawartością cukru a terminem zbioru dla każdej odmiany. Porównanie otrzymanych zależności regresyjnych pozwoliło ostatecznie wyróżnić odmianę najlepszą z punktu widzenia konsumenta.

Analiza danych

Standardowe postępowanie polega na wyznaczeniu regresji w oparciu o pary obserwacji zestawiające kolejne terminy zbioru kolb oraz średnie z replikacji dla poszczególnych terminów zbioru kukurydzy. Powszechna metoda najmniejszych kwadratów pozwala oszacować współczynniki równania regresji tylko wówczas, gdy dla kolejnych punktów pomiaru x_i macierze kowariancji wektorów obserwacji są takie same. Test Hartleya nie odrzuca hipotezy zerowej $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$ o równości wariancji w kolejnych terminach zbioru tylko w przypadku odmiany Jubilee. Z tego względu oszacowane metodą najmniejszych kwadratów równanie regresji oraz współczynnik determinacji dla tej odmiany są następujące

$$\text{Jubilee} \quad \bar{y} = 0,048x^2 - 0,469x + 6,004, \quad R^2 = 0,9033. \quad (1)$$

Analiza wariancji dla regresji (1) wykonana przy użyciu oprogramowania SAS 9.1 dała następujące wyniki (tabele 1, 2).

Tabela 1. Analiza regresji dla kukurydzy odmiany Jubilee

Table 1. Regression analysis for Jubilee sweet corn cultivar

Źródło	Stopnie swobody	Suma kwadratów	Średnia kwadratów	Wartość F	Pr > F
Model	2	1,66	0,83	98,05	< 0,0001
Błąd	21	0,18	0,01		
Razem	23	1,84			

Tabela 2. Oceny parametrów dla kukurydzy odmiany Jubilee

Table 2. Parameter estimation for Jubilee corn cultivar

Zmienna	Stopnie swobody	Ocena parametru	Błąd standardowy	Wartość t	Pr > t
Wyraz wolny	1	6,004	0,10	57,43	< 0,0001
x	1	-0,469	0,09	-4,92	< 0,0001
x^2	1	0,048	0,02	2,53	0,0195

Małe wartości prawdopodobieństwa Pr (tabela 1, 2) świadczą, że model jest poprawnie dopasowany do danych liczbowych. Równanie regresji (1) można zatem wykorzystać do prognozowania o wartości średniej zawartości cukru w ziarnie kukurydzy cukrowej odmiany Jubilee. Należy jednak pamiętać, że wartości prognozowane nie powinny wykraczać poza zakres zmiennej niezależnej wykorzystanej do szacowania parametrów tego równania. Może się bowiem okazać, że poza tym zakresem oszacowany związek nie znajduje potwierdzenia.

Regresja z replikacjami – heteroscedastyczność

W przypadku odmian Bonus i Boston zostało wykazane, iż założenie o jednorodności wariancji wektorów obserwacji nie jest spełnione. W tej sytuacji estymatory współczynników regresji nie mogą być otrzymane zwykłą metodą najmniejszych kwadratów. W pracy Różańskiej-Boczuli [2010] pokazano jak za pomocą programu SAS 9.1 otrzymać estymatory współczynników regresji metodą ważonych najmniejszych kwadratów. Alternatywną możliwością daje wielozmienna metoda krzywych wzrostu (metoda Potthoffa-Roy'a [Kshirsagar i in. 1995; Potthoff i in. 1964; Wesołowska-Janczarek 1996]), która ma tę zaletę, iż umożliwia uzyskanie oszacowań współczynników regresji jednocześnie dla wszystkich badanych odmian kukurydzy. Wiąże się to z następującą formułą [Kshirsagar i in. 1995; Potthoff i in. 1964]:

$$\hat{B} = (A'A)^{-1} A'YS^{-1}T'(TS^{-1}T')^{-1} \quad (2)$$

gdzie wykorzystuje się pełną macierz obserwacji Y , $A = \begin{bmatrix} 1_6 & 0 & 0 \\ 0 & 1_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1_6 \end{bmatrix}$,

$S = \text{diag}(\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2, \hat{\sigma}_3^2, \hat{\sigma}_4^2)$ oraz każda wariancja $\hat{\sigma}_i^2$ ($i = 1, \dots, 4$) jest szacowana na podstawie wszystkich (w tym wypadku 18-u) replikowanych obserwacji odpowiednio w punkcie x_i ,

zaś $T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \end{bmatrix}$. Różańska-Boczula [2010] zaprezentowała przykładową proce-

durę, która pozwala oszacować współczynniki regresji metodą Potthoffa-Roy'a. Wynikiem działania tej procedury jest macierz B postaci

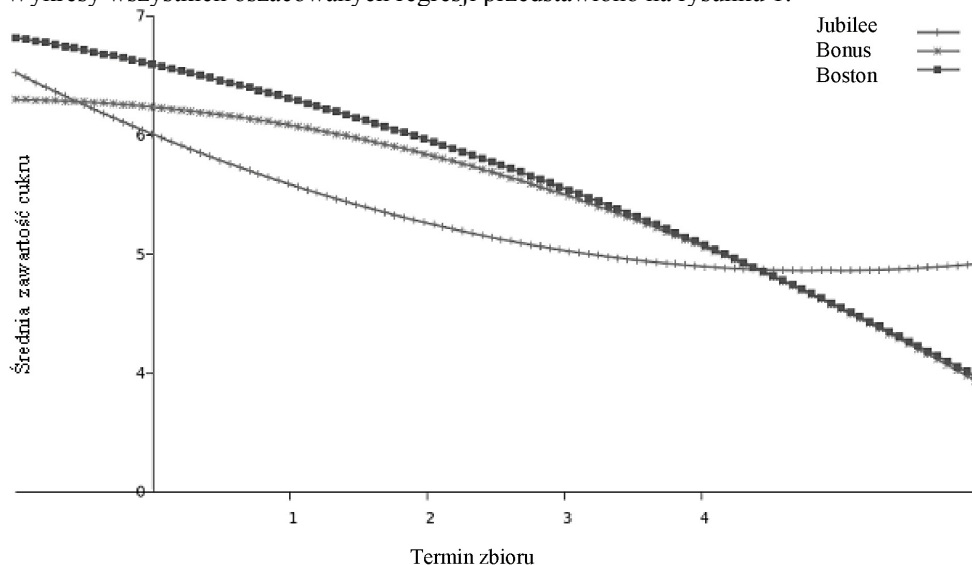
$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 6,64 & -0,28 & -0,03 \\ 6,18 & -0,103 & -0,07 \\ 6,00 & -0,47 & 0,049 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Jej pierwszy wiersz odpowiada współczynnikom równania regresji dla odmiany Boston, drugi odmianie Bonus. Ostatni wiersz macierzy (3) odnosi się do odmiany Jubilee i jest identyczny z wartościami parametrów uzyskanymi wcześniej zwykłą metodą najmniejszych kwadratów. Równania regresji i współczynniki determinacji dla pozostałych odmian są więc następujące:

$$\text{Bonus} \quad \bar{y} = -0,07x^2 - 0,103x + 6,18, \quad R^2 = 0,9656 \quad (4)$$

$$\text{Boston} \quad \bar{y} = -0,03x^2 - 0,28x + 6,64, \quad R^2 = 0,9900. \quad (5)$$

Wykresy wszystkich oszacowanych regresji przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Wykresy oszacowanych krzywych regresji opisujących zależności średniej zawartości cukru \bar{y} od terminu zbioru x ziarna kukurydzy cukrowej dla trzech badanych grup

Fig. 1. Graphs of the estimated regression curves describing dependencies between average sugar content \bar{y} and harvest date x for sweet corn kernels of the three examined groups

Porównanie dynamiki zmian średniej zawartości cukru badanych odmian kukurydzy

Dążeniem eksperymentatora jest sprawdzenie, czy odmiana kukurydzy cukrowej ma wpływ na dynamikę zmian średniej zawartości cukru w ziarnach kukurydzy cukrowej w zależności od terminu zbioru, a więc czy oszacowane funkcje regresji różnią się istotnie. Wykresy na rysunku 2 wskazują, że zasadne może być testowanie hipotezy o identyczności funkcji regresji dla odmian Bonus i Boston.

Ze względu na diagonalne postaci macierzy kowariancji, które opisują zbiory tych danych, nie można wykorzystać tutaj testów zalecanych zwykle w literaturze statystycznej [Srivastava 2002; Szczepanik 2006]. Rozsądnym wyjściem wydaje się więc ponowne wykorzystanie metody krzywych wzrostu, która umożliwia testowanie hipotez związanych z porównywaniem wielomianowych zależności regresyjnych z replikowanymi obserwacjami niezależnie od postaci macierzy kowariancji. Różańska-Boczula [2010] zaproponowała procedurę pozwalającą porównać oszacowane funkcje regresji tą wielozmienną metodą. Wynik działania tej procedury prezentuje tabela 3. Wartości statystyki F_0 oraz F_{tab} pozwalają stwierdzić, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej zakładającej równość odpowiednich współczynników regresji przy porównaniu odmian Boston i Bonus. Można więc uznać (na poziomie istotności $\alpha = 0,05$), że dla tych dwóch odmian średnia zmiana zawartości cukru w zależności od terminu zbioru kukurydzy przebiega z jednakową dynamiką. W przypadku pozostałych porównań hipoteza zerowa jest odrzucana, a zatem dynamika zmian zawartości cukru w ziarniakach odmiany Jubilee istotnie różni się od pozostałych odmian kukurydzy uwzględnionych w badaniu.

Tabela 3. Wynik testowania hipotezy o równości odpowiednich współczynników regresji w zależności od wybranych odmian kukurydzy

Table 3. Result of testing the hypothesis of equality of the respective regression coefficients depending on the selected cultivars of corn

Porównywane odmiany	F_0	F_{tab}	Wniosek
Bonus-Boston	2,94	3,49	$F_0 < F_{tab}$ - nie ma podstaw do odrzucenia H_0
Jubilee-Bonus	56,37		$F_0 > F_{tab}$ - odrzucamy H_0 stwierdzając, że badane funkcje regresji różnią się istotnie
Jubilee-Boston	71,44		$F_0 > F_{tab}$ - odrzucamy H_0 stwierdzając, że badane funkcje regresji różnią się istotnie

Wnioski

1. Replikowane obserwacje w poszczególnych terminach zbioru kukurydzy odmiany Jubilee miały równe wariancje, zatem do oszacowania równania regresji można było wykorzystać zwykłą metodę najmniejszych kwadratów lub wielozmienną metodę krzywych wzrostu.
2. W przypadku odmian Boston oraz Bonus, gdzie zachodziła heteroscedastyczność, do wyznaczenia ocen współczynników regresji kwadratowej wykorzystano wielozmienną

metodę krzywych wzrostu, otrzymując wynik tożsamy z uzyskanym metodą ważonych najmniejszych kwadratów [Różańska-Boczula 2010].

3. Analiza parabolicznych zależności średniej zawartości cukru w ziarnie kukurydzy cukrowej od terminu zbioru pozwoliła wyodrębnić różnice i podobieństwa w zmianie zawartości cukru dla badanych odmian. Weryfikując odpowiednią hipotezę wykazano, że odmiany Boston i Bonus charakteryzuje bardzo zbliżona dynamika zmian średniej zawartości cukru. Można się zatem spodziewać, że są one jednakowo pożądanymi w przemyśle przetwórczym.
4. Porównując oszacowaną funkcję regresji dla odmiany Jubilee z dwoma pozostałymi regresjami wykazano istotne statystyczne różnice. Uzyskane równania funkcji regresji wskazują, iż zawartość cukru w ziarnach kukurydzy cukrowej jest mniejsza dla odmiany Jubilee. Można jej zatem przypisać nieco gorszą jakość konsumpcyjną.

Bibliografia

- Kshirsagar A.M., Smith W.B.** 1995. Growth curves. Marcel Dekker, Inc. New York. ISBN 0-8247-9341-2.
- Potthoff R.F., Roy S.N.** 1964. A generalized multivariate analysis of variance model useful especially for growth curve problems. *Biometrika*, 51. s. 313-326.
- Różańska-Boczula M.** 2010. Nowe ujęcie analizy regresji wielomianowej z replikacjami i jej zastosowanie do analizy doświadczeń z inżynierii rolniczej. Rozprawa doktorska. UP Lublin. Maszynopis.
- Srivastava M.S.** 2002. Methods of multivariate statistics. Wiley & Sons. New York. ISBN 0-471-22381-6.
- Szczepanik M.** 2006. Metody porównywania zależności regresyjnych w inżynierii rolniczej. Rozprawa doktorska. AR Lublin. Maszynopis.
- Szymanek M., Dobrzański jr, B., Niedziółka, I., Rybczyński, R.** 2005. Kukurydza cukrowa, technologia zbioru, fizyczne właściwości i jakość. Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN w Lublinie. ISBN 8389969459 (IA).
- Szymanek M.** 2007. Próba zastosowania refraktometru do określenia dojrzałości przetwórczej ziarna kukurydzy cukrowej. *Inżynieria Rolnicza*. Nr 3(91). s. 179-185.
- Wesołowska-Janczarek M.** 1996. Zastosowanie krzywych wzrostu w rolnictwie. *Fragmenta Agromica*. 3(51). s. 1-53.
- Wesołowska-Janczarek M., Różańska M.** 2001. Regresja z powtarzanymi obserwacjami przy różnych wariancjach. *Colloquium Biometryczne*. 31. s. 137-143.

EVALUATION OF THE DYNAMICS OF CHANGES IN AVERAGE SUGAR CONTENT IN SWEET CORN KERNELS BY MULTIVARIATE GROWTH CURVES METHOD

Abstract. The paper contains the evaluation of the dynamics of changes in average sugar content in grain corn, depending on harvest date. The research was carried out for three cultivars of grain corn (Bonus, Boston, Jubilee). The dynamics of changes in average sugar content in grain corn has been analysed on the basis of estimated regression functions. Due to the fact that the measurements obtained for each harvest date did not meet the assumptions required for ordinary regression, the multivariate growth curves method was used to determine and compare regression dependences, showing the most desirable corn variety from consumer's point of view.

Key words: sweet corn, sucrose, growth curve

Adres do korespondencji:

Monika Różańska-Boczula; e-mail: monika.boczula@up.lublin.pl
Katedra Zastosowań Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie
ul. Akademicka 13
20- 950 Lublin