ZASTOSOWANIE MODELI PROGRAMOWANIA STOCHASTYCZNEGO DO OPTYMALIZACJI STRUKTURY PRODUKCJI W GOSPODARSTWACH ROLNYCH O RÓŻNEJ POWIERZCHNI

Jadwiga Zaród
Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Streszczenie. Wszystkie gospodarstwa rolne województwa zachodniopomorskiego w latach 2003-2006 podzielono na osiem grup areaowych (1-5 ha, >5-10 ha, >10-15 ha, >15-20 ha, >20-30 ha, >30-50 ha. >50-200 ha, >200 ha). Na podstawie rzeczywistych danych dla każdej grupy zbudowano dynamiczne modele optymalizacyjny ze stochastycznymi współczynnikami funkcji celu. Wyniki rozwiązań modeli są realizacją celu pracy i przedstawiają optymalną strukturę produkcji, opłacalne kierunki produkcji, największy dochód rolniczy, jaki można osiągnąć w danych warunkach oraz ryzyko realizacji zamierzeń w gospodarstwach o różnej powierzchni.

Słowa kluczowe: model optymalizacyjny, programowanie stochastyczne, dochód rolniczy, ryzyko

Wstęp

Gospodarstwa rolne województwa zachodniopomorskiego są bardzo zróżnicowane pod względem powierzchni użytków rolnych. Dominują gospodarstwa małe (42%) o powierzchni gruntów ornych do 10 ha. Tylko ponad 700 gospodarstw to przedsiębiorstwa rolne o powierzchni powyżej 200 ha.

Wielkość produkcji i uzyskiwany dochód rolniczy zależy od zajmowanego areału i szeregu czynników klimatycznych, glebowych, wodnych, pielęgnacyjnych, ekonomicznych i ukształtowania terenu. Wiele z tych czynników ma charakter losowy. Modele programowania stochastycznego pozwalają zoptymalizować produkcję, uwzględniając warunki losowe i umożliwiając podjęcie decyzji w sytuacjach ryzykownych. Badaniami nad optymalizacją produkcji rolniczej zajmowali się miedzy innymi Krawiec [19991], Jeleniewska [1993], Krupa [1995], Wąs [2005]. Celem tej pracy jest ustalenie optymalnej struktury produkcji w gospodarstwach o różnej powierzchni maksymalizującej dochód rolniczy i minimalizującej ryzyko osiągnięcia zamierzonego dochodu na przestrzeni kilku lat. Realizację tego zadania umożliwią dynamiczne modele optymalizacyjne z losową funkcją celu.

Materiał badawczy

Wszystkie gospodarstwa rolne województwa zachodniopomorskiego w latach 2003-2006 podzielono na 8 grup areałowych: 1-5 ha, >5-10 ha, >10-15 ha, >15-20 ha, >20-30 ha, >30-50 ha, >50-200 ha i >200 ha gruntów ornych. Dla każdej grupy zbudowano dynamiczny model optymalizacyjny [Zaród 2007] z losową funkcją celu. Dane do budowy modeli dotyczą powierzchni: gospodarstw, gruntów ornych, trwałych użytków zielonych i gruntów ugorowanych oraz struktury zasiewów, jednostkowych wydajności, cen i nakładów produkcyjnych. Pochodzą one z baz Głównego Urzędu Statystycznego, Agencji Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa oraz Zachodniopomorskiego Oddziału Doradztwa Rolniczego w latach 2003-2006. Ich wartości uśrednione będą stanowiły parametry techniczno-ekonomiczne i wyrazy wolne modeli. Współczynniki funkcji celu zostaną zastąpione macierzą wariancji i kowariancji dochodów rolniczych w 10 rejonach. Podział województwa na rejony dokonano metodą analizy dyskryminacyjnej [Zaród 2009], na podstawie danych INUR w Puławach [Stuczyński i in. 2000]. Informacje te dotyczyły: jakości gleb, agroklimatu, rzeźby terenu, uwodnienia oraz ogólnego wskaźnika jakości rolniczej przestrzeni produkcyjnej.

Metoda badawcza

Metodą badawczą pracy są modele programowania stochastycznego a dokładnie 3 jego wersje: E, V i VE [Krawiec 1991].

W modelu E rozwiązujemy zdeterminowany, dynamiczny problem liniowy o postaci:

$$Ax \leq (\geq)\ b \text{ warunki ograniczające (bilansowe)} \tag{1}$$

$$x \geq 0 \text{ warunek brzegowy} \tag{2}$$

$$F(x) = c^T x \rightarrow max \text{ funkcja celu} \tag{3}$$

gdzie:

A – parametry techniczno-ekonomiczne,
b – wyraz wolny,
x – zmienne decyzyjne,
c – współczynniki funkcji celu (w tym przypadku jednostkowy dochód rolniczy).

Warunki bilansowe dotyczą 4 lat. Wśród nich występują ograniczenia wewnętrzne dla danego roku oraz wiążące, budowane na zasadzie równań rekurencyjnych. Wszystkich warunków jest 47, a zmiennych decyzyjnych 44. Rozwiązaniem tego modelu jest wektor zmiennych decyzyjnych x_E oraz maksymalna wartość oczekiwana dochodu rolniczego d_E jaką można w danych warunkach osiągnąć. Losowość funkcji celu określa wariancja, która jest miarą ryzyka realizacji dochodu, wyrażona wzorem:

$$\sigma_E^2 = x_E^T S x_E \tag{4}$$

gdzie:

S – macierz wariancji i kowariancji dochodu rolniczego.

Warunki (1) i (2) w modelu V nie ulegają zmianie. Natomiast funkcja celu jest wariancją zmiennej losowej, którą należy minimalizować:

$$F(x) = x^T S\, x \rightarrow \min \tag{5}$$

Funkcja ta jest formą kwadratową, a więc rozwiązanie modelu V dokonuje się poprzez zastosowanie algorytmu programowania kwadratowego. Wynikiem rozwiązania jest wektor zmiennych decyzyjnych x_V i minimalne ryzyko σ_V^2 uzyskania dochodu przy uwzględnionych warunkach. Wartość dochodu obliczana jest na podstawie wzoru:

$$d_V = c^T x_V \tag{6}$$

W modelu VE do warunków (1) i (2) wprowadzono dodatkowe ograniczenie na wartość oczekiwaną dochodu o postaci:

$$c^T x \geq d_i \tag{7}$$

gdzie:

d_i przyjmuje wartości z przedziału $< d_V, d_E >$.

Pozwala to wyznaczyć zbiór rozwiązań, w którym wraz ze wzrostem dochodu wzrasta ryzyko jego realizacji. Funkcja celu i wartość dochodu w modelu VE są obliczane identycznie jak w modelu V.

Wyniki badań

Dla każdej grupy areałowej został rozwiązany dynamiczny model z losową funkcją celu typu E i V oraz sześć modeli VE (przedział o krańcach wyznaczonych przez wartości dochodów w modelach V i E został podzielony na 5 części). Obliczeń dokonano za pomocą pakietu MATLAB, do którego dopisano podprogramy umożliwiające rozwiązywanie stochastycznych modeli optymalizacyjnych programowania liniowego i kwadratowego. Łącznie uzyskano 64 optymalne rozwiązania. Wyniki każdego modelu zawierają dokładną powierzchnię poszczególnych upraw i gruntów ugorowanych, łączny dochód rolniczy osiągany w czterech analizowanych latach oraz ryzyko związane z jego realizacją. Zapewniają też prawidłowe zmianowanie roślin. Tabela 1 przedstawia następstwo upraw w latach 2003-2006 dla przykładowo wybranej grupy areałowej o powierzchni >20-30 ha gruntów ornych uzyskane za pomocą modelu E i V(ze względów technicznych nie da się przytoczyć wszystkich wyników badań).

Najbardziej opłacalne kierunki produkcji to uprawa pszenicy, buraków cukrowych i rzepaku. Areał pszenicy i buraków został w modelu ograniczony (odpowiednio: do 18% i 6% powierzchni gruntów ornych) ze względu na duże wymagania glebowe. W małych gospodarstwach do 15 ha buraki cukrowe zastąpiła uprawa ziemniaków. Udział roślin okopowych w ogólnej powierzchni gruntów ornych w żadnym rozwiązaniu nie przekracza 15% a wraz ze wzrostem powierzchni gospodarstw udział ten maleje na korzyść rzepaku i zbóż. Wysokość dochodów rolniczych (wartość oczekiwana) łącznie w czterech analizowanych latach oraz ryzyko ich osiągnięcia (odchylenie standardowe) w poszczególnych grupach areałowych przedstawia tabela 2.

Rozwiązanie modelu VE_1 jest identyczne jak modelu V ze względu na dolne ograniczenie dochodu oraz algorytm postępowania. Ryzyko realizacji celu w żadnym rozwiązaniu modeli V i VE nie przekracza 7,5% i wzrasta (od 4,3%) proporcjonalnie do wielkości dochodów (do 7,5%). Dochód rolniczy w modelu E jest najwyższy jaki można osiągnąć w danych warunkach, ale ryzyko jego osiągnięcia jest większe i waha się od 6,5% do 10,6%. Różnica między dochodami w modelach V i E jest nieznaczna, nie przekracza 5%.

Tabela 1. Zmianowanie roślin w rozwiązaniach optymalnych
Table 1. Crop rotation in optimal solutions

	Model E				
2003	Ziemniaki - Buraki 1,35ha Owies 2,26ha	Pszenica 2,26ha Jęczmień -	Rzepak 0,89ha Pszenżyto 1,3ha	Żyto 5,88ha Inne uprawy 2,06ha	Odłogi 6,91ha
2004	Pszenica 3,61ha Jęczmień -	Rzepak 0,9 ha Pszenżyto 1,3ha	Żyto - Inne uprawy 2,19ha	Ziemniaki 0,79 Buraki 0,27ha Owies 6,88ha	Odłogi 6,6ha
2005	Rzepak 1,07ha Pszenżyto 2,54ha	Żyto - Inne uprawy 2,2ha	Ziemniaki - Buraki 1,12ha Owies 1,07ha	Pszenica 3,52ha Jęczmień 4,42	Odłogi 7,5ha
2006	Żyto 1,57 Inne uprawy 2,04ha	Ziemniaki - Buraki 1,35ha Owies 0,74ha	Pszenica 2,19ha Jęczmień -	Rzepak 0,9ha Pszenżyto 7,04ha	Odłogi 6,78ha
	Model V				
2003	Ziemniaki 1,03 Buraki 0,32ha Owies -	Pszenica 2,04ha Jęczmień -	Rzepak 0,89ha Pszenżyto 9,65ha	Żyto - Inne uprawy 2,06ha	Odłogi 6,91ha
2004	Pszenica 1ha Jęczmień 0,35ha	Rzepak 0,9ha Pszenżyto 1,14ha	Żyto 8,35ha Inne uprawy 2,19ha	Ziemniaki - Buraki 1,06ha Owies 0,95ha	Odłogi 6,6ha
2005	Rzepak 1,07ha Pszenżyto 0,28ha	Żyto - Inne uprawy 2,04ha	Ziemniaki - Buraki 1,28ha Owies 9,26ha	Pszenica 2,0ha Jęczmień -	Odłogi 7,5ha
2006	Żyto - Inne uprawy 1,35ha	Ziemniaki - Buraki 2,04ha Owies -	Pszenica 2,04ha Jęczmień 8,5	Rzepak 0,9ha Pszenżyto 0,99ha	Odłogi 6,91ha

Źródło: obliczenia własne autora

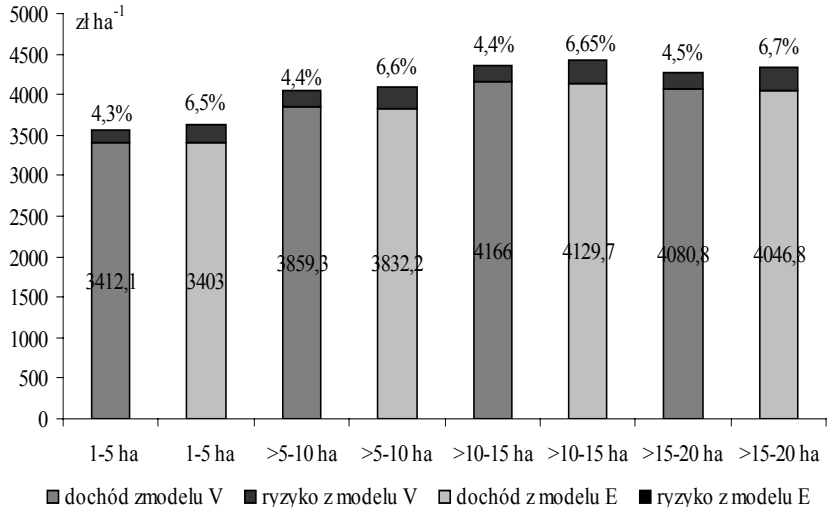
Tabela 2. Wartość funkcji celu i odchylenie standardowe w rozwiązaniach optymalnych
Table 2. The value of goal function and standard deviation in optimal solutions

Modele / Grupy areałowe	$V=VE_1$ (PLN)	VE_2 (PLN)	VE_3 (PLN)	VE_4 (PLN)	VE_5 (PLN)	VE_6 (PLN)	E (PLN)
1-5 ha							
dochód	8987,4	9023,9	9060,5	9097,1	9133,7	9170,2	9170,2
ryzyko	388,8	392,8	396,8	401,0	407,8	420,5	594,7
>5-10 ha							
dochód	28470,9	28561,6	28652,3	28743,1	28833,8	28924,6	28924,6
ryzyko	1262,6	1272,6	1287,6	1293,2	1317,3	1348,9	1907,7
>10-15ha							
dochód	51185,0	51335,6	51486,3	51636,9	51787,5	51938,2	51937,2
ryzyko	2277,1	2294,6	2315,5	2343,1	2391,0	2443,4	3455,5
>15-20ha							
dochód	70518,1	70733,9	70949,8	71165,7	71381,6	71597,5	71597,5
ryzyko	3143,8	3168,9	3202,1	3241,6	3308,3	3383,4	4784,9
>20-30ha							
dochód	96602,6	97273,6	97944,7	98615,8	99286,9	99958,0	99958,0
ryzyko	4258,9	4332,0	4405,2	4479,5	4557,6	4734,5	6695,6
>30-50ha							
dochód	156860,8	158195,6	159330,4	160865,2	162200,1	163534,8	163534,8
ryzyko	7048,7	7194,1	7339,5	7488,4	7644,1	8002,3	11316,9
>50-200ha							
dochód	338040,0	339903,1	341766,3	343629,4	345492,6	347355,7	347355,7
ryzyko	16882,23	17101,5	17405,4	17749,3	18214,1	18875,7	26694,2
>200ha							
dochód	1514870,9	1519509,4	1524148,1	1528786,7	1533425,4	1538064,1	1538064,1
ryzyko	108176,4	109061,0	110647,1	112288,0	113934,6	115586,8	163464,4

Źródło: obliczenia własne autora za pomocą pakietu MATLAB

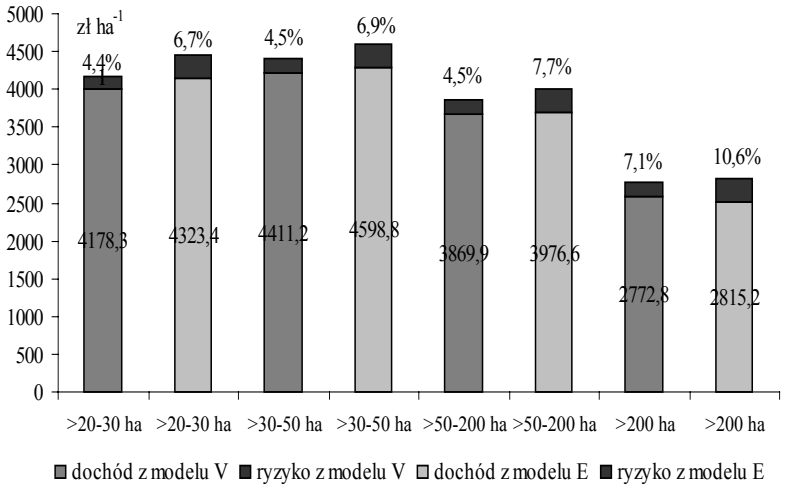
W celach porównawczych przeliczono dochody rolnicze i ryzyko na 1 hektar gruntów ornych. Ich analizę przedstawia rys.1 i 2.

Jednostkowy dochód rolniczy wraz ze wzrostem powierzchni gruntów ornych do 15 ha wzrasta. Powyżej 15 ha zachodzi zależność odwrotnie proporcjonalna za wyjątkiem grupy areałowej 30-50 ha. W tej grupie areałowej dochód rolniczy jest nawet wyższy niż w grupie 10-15 ha. Sugeruje to, że najbardziej optymalna powierzchnia gruntów ornych w gospodarstwach rolnych województwa zachodniopomorskiego powinna się mieścić w przedziale od 30 do 50 ha. Ryzyko realizacji dochodów wzrasta odpowiednio do wzrostu powierzchni gospodarstw. W modelach typu V ryzyko jest niższe i nie przekracza 7,1%. Natomiast w modelach E waha się od 6,5- 10,6%. Dochody rolnicze pomniejszone o ryzyko w obu typach modeli dla każdej grupy areałowej są porównywalne.



Źródło: obliczenia własne autora

Rys. 1. Jednostkowe dochody w gospodarstwach do 20 ha gruntów ornych
Fig. 1. Unit income in farms having less than 20 ha of arable land



Źródło: obliczenia własne autora

Rys. 2. Jednostkowe dochody w gospodarstwach powyżej 20 ha gruntów ornych
Fig. 2. Unit income in farms having more than 20 ha of arable land

Wnioski

1. Programowanie stochastyczne można wykorzystać do ustalania optymalnej struktury produkcji i opłacalnych jej kierunków.
2. Najwyższy jednostkowy dochód rolniczy uzyskano w gospodarstwach rolnych o powierzchni od 30 do 50 ha gruntów ornych.
3. Ryzyko realizacji dochodów rolniczych rośnie wraz z ich wzrostem, ale w żadnym modelu nie przekracza 11%.
4. Dochody rolnicze, wyznaczone za pomocą kilku typów modeli dla tych samych grup areałowych, pomniejszone o ryzyko różnią się nieznacznie.

Bibliografia

Jeleniewska E. 1993. Próba określenia reakcji przedsiębiorstwa rolniczego na zmieniające się warunki gospodarowania przy wykorzystaniu metody programowania liniowo-dynamicznego. SGGW. Warszawa. (Rozprawa doktorska). Maszynopis.

Krawiec B. 1991. Metody optymalizacji w rolnictwie. PWN. Łódź. s. 41-76.

Krupa A. 1995. Próba zastosowania parametrycznego programowania liniowego do stymulacyjnego badania wpływu cen na strukturę organizacji gospodarstwa rolniczego. SGGW. Warszawa. (Rozprawa doktorska).

Stuczyński T. i in. 2000. Waloryzacja rolniczej przestrzeni produkcyjnej Polski. Biuletyn Informacyjny nr12 (I-II kw). IUNG Puławy.

Wąs A. 2005. Model optymalizacyjny rolnictwa (na przykładzie gminy Kobylnica). SGGW. Warszawa. (Rozprawa doktorska). Maszynopis.

Zaród J. 2008. Programowanie liniowo-dynamiczne jako narzędzie analizujące zmiany w funkcjonowaniu gospodarstw rolnych. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego. s. 429-435.

Zaród J. 2009. Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej do podziału województwa zachodniopomorskiego na rejony przydatności rolniczej. Journal of Agribusiness and Rural Development 3(13). Poznań. s. 345-354.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy.

THE USE OF STOCHASTIC PROGRAMMING MODELS FOR OPTIMIZING THE STRUCTURE OF PRODUCTION IN FARMS OF VARIOUS SIZE

Abstract. All farms in the Zachodniopomorskie region in Poland between 2003 and 2006 were divided into eight size groups (1-5 ha, >5-10 ha, >10-15 ha, >15-20 ha, >20-30 ha, >30-50 ha. >50-200 ha, >200 ha). On the basis of actual data a dynamic optimization models with stochastic coefficients of the goal function were built for each of the groups. The results of the model solutions are the implementation of the goal of the work and present optimal structure of production, profitable directions of production, the highest farm income possible in given conditions and the risk of plans implementation in farms of various size.

Key words: optimization model, stochastic programming, farm income, risk

Adres do korespondencji:
Jadwiga Zaród; e-mail: jzarod@zut.edu.pl
Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny
ul. Janickiego 31
71-270 Szczecin