

Zbigniew Stropek, Krzysztof Gołacki
Zakład Teorii Maszyn i Automatyki
Akademia Rolnicza w Lublinie

METODA PORÓWNANIA PRZEBIEGÓW KRZYWYCH RELAKSACJI NAPRĘŻEŃ RÓŻNYCH MATERIAŁÓW ROŚLINNYCH

Streszczenie

W pracy przedstawiono praktyczne użycie metody porównania przebiegów krzywych relaksacji naprężeń kilku warzyw i owoców. Przebiegi relaksacji naprężeń w walcowych próbkach jabłka, marchwi i ziemniaka przy różnych prędkościach deformacji wstępnej były normalizowane, a następnie aproksymowane równaniem $[F_0 - F(t)]/F_0 = abt/(1+bt)$. Powyższe równanie zawiera dwie stałe mające ścisły związek z cechami kształtu krzywej relaksacji.

Słowa kluczowe: test relaksacji naprężeń, prędkość deformacji, owoce i warzywa

Wykaz oznaczeń

$F(t)$ – siła reakcji próbki w teście relaksacji naprężeń po czasie t , [N],
 A_i, B_i – stałe równania wykładniczego,
 F_0 – początkowa siła reakcji, [N],
 $Y(t)$ – zmienny w czasie współczynnik zaniku siły w teście relaksacji naprężeń,
 a, b – stałe.

Wprowadzenie

Eksperyment ściskania i relaksacji naprężeń jest powszechnie stosowany w celu wyznaczenia właściwości lepkosprężystych owoców i warzyw [Chen 1986; Gołacki 1996; Gołacki 1998; Konstankiewicz 1996]. Uzyskane w wyniku takiego eksperymentu krzywe przebiegu siły relaksacji w czasie mogą być aproksymowane równaniem wykładniczym stanowiącym rozwiązanie modelu Maxwella:

$$F(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot e^{-B_i \cdot t} \quad (1)$$

Zależność siła-odkształcenie dla obciążanych owoców i warzyw wykazuje jednak pewne cechy nieliniowości, stąd też aby zwiększyć dokładność aproksymacji często zwiększa się liczbę składników równania (1), a wielkości stałe uzależnia się od przebiegu i wartości przemieszczenia. Zwykle liczba składników potrzebna do dokładnego odwzorowania przebiegu eksperymentalnego wynosi od 2 do 3, co wymaga od 4 do 6 stałych. Porównanie krzywych staje się wówczas trudne, gdyż wszystkie stałe mogą zmieniać się niezależnie.

Ogólnie wiadomo, że idealne matematyczne odwzorowanie określonego zjawiska fizycznego powinno zawierać minimalną liczbę stałych posiadających sensowną interpretację fizyczną. Matematyczna postać równania musi być możliwie prosta oraz wrażliwa na zmiany parametrów fizycznych i niewrażliwa na zmiany innych przypadkowych parametrów eksperymentu.

Aby polepszyć dotychczasowe metody opisu zjawiska relaksacji naprężeń zastosowano procedurę matematyczną polegającą na normalizacji krzywych poprzez wprowadzenie następującego współczynnika [Peleg 1980]:

$$Y(t) = \frac{F_0 - F(t)}{F_0} \quad (2)$$

Podczas relaksacji naprężeń wartość odkształcenia utrzymywana jest na stałym poziomie. Pominięcie zmiany pola przekroju poprzecznego próbki podczas jej odkształcenia umożliwia zobrazowanie przez wielkość $Y(t)$ zarówno przebiegu zaniku w czasie siły jak i naprężenia. Jako wielkość bezwymiarowa jest ona również niezależna od całkowitego poziomu naprężeń. Przebieg funkcji $Y(t)$ względem czasu można przedstawić za pomocą następującego wzoru [Mickley 1957]:

$$Y(t) = \frac{a \cdot b \cdot t}{1 + b \cdot t} \quad (3)$$

Fizyczna interpretacja stałej a wyraża się poziomem, do którego zanikają naprężenia podczas relaksacji. Jeżeli $a = 0$ nie występuje relaksacja naprężeń (ciało idealnie sprężyste). Jeśli $a = 1$ poziom naprężeń osiąga ostatecznie wartość równą zero (np. w cieczach). Dla $0 < a < 1$ występują asymptotyczne skończone wartości $Y(t)$ w nieskończoności. Stała b związana jest z prędkością zaniku naprężeń ($1/b$ oznacza czas konieczny do osiągnięcia poziomu naprężenia $a/2$). Jeśli $b = 0$ mamy do czynienia z ciałem idealnie sprężystym, w którym nie występuje relaksacja naprężeń. Dla ciał lepkosprężystych wyższa wartość b wyraża szybszy spadek krzywej

relaksacji w kierunku wartości skończonej odpowiadającej czasowi dążącemu do nieskończoności.

Wzór (3) można przedstawić w wygodniejszej postaci liniowej:

$$\frac{t}{Y(t)} = \frac{t}{a} + \frac{1}{a \cdot b} \quad (4)$$

Badania eksperymentalne

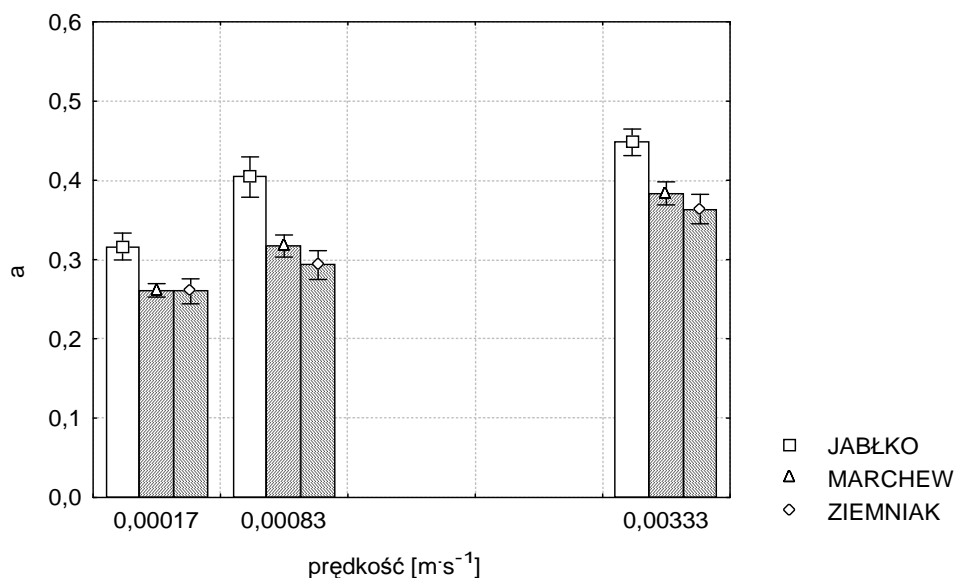
Przedmiotem badań były jabłka odmiany Rubin, ziemniaki odmiany Irga oraz marchew odmiany Perfekcja. Z badanych materiałów wycinano walcowe próbki o średnicy i wysokości 20 mm, które poddawano testowi relaksacji naprężeń ścisnąjąc wstępnie wzdłuż osi o wartość 1,7 mm w przypadku jabłka i 1 mm w przypadku ziemniaka i marchwi. Próbki odkształcano między dwoma równoległymi płytkami w warunkach jednoosiowego naprężenia.

Testy relaksacji przeprowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej INSTRON 6022 dla trzech różnych prędkości przemieszczenia: 3,333 mm·s⁻¹, 0,833 mm·s⁻¹, 0,166 mm·s⁻¹. Próbki poddawano deformacji, a następnie utrzymywano stałe odkształcenie rejestrując wartość siły reakcji w czasie 120 sekund. Badania przeprowadzono wykonując 10 powtórzeń dla każdej prędkości przemieszczenia.

Wyniki i dyskusja

Zarejestrowane wartości siły reakcji w wybranych 7 punktach czasowych (1s; 3s; 7s; 15s; 30s; 60s; 120s) były normalizowane według równania (2), a następnie aproksymowane równaniem (4), co umożliwiło wyznaczenie wartości stałych a i b . Dla wszystkich badanych materiałów stwierdzono wzrost wartości parametrów a i b wraz z prędkością deformacji. Różnice w wartościach parametru a są widoczne pomiędzy jabłkiem, a marchwią i ziemniakiem (rys. 1).

Parametr a reprezentuje poziom naprężeń na końcu testu relaksacji, można więc stwierdzić, że ziemniak i marchew posiadające niższą wartość a wykazują bardziej właściwości ciała stałego niż jabłko o wyższej wartości a . Im wyższa prędkość deformacji tym bardziej owoce i warzywa nabierają cech ciała sztywnego wykazując większą wytrzymałość na obciążenia.

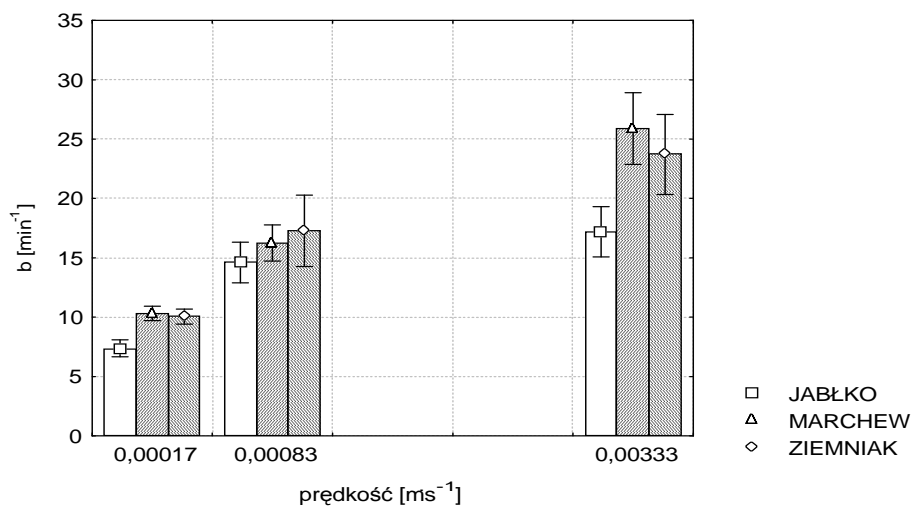


Rys. 1. Zależność parametru a od prędkości deformacji dla próbek jabłka, marchwi i ziemniaka

Fig. 1. Relation between parameter a and distortion rate for apple, carrot and potato samples

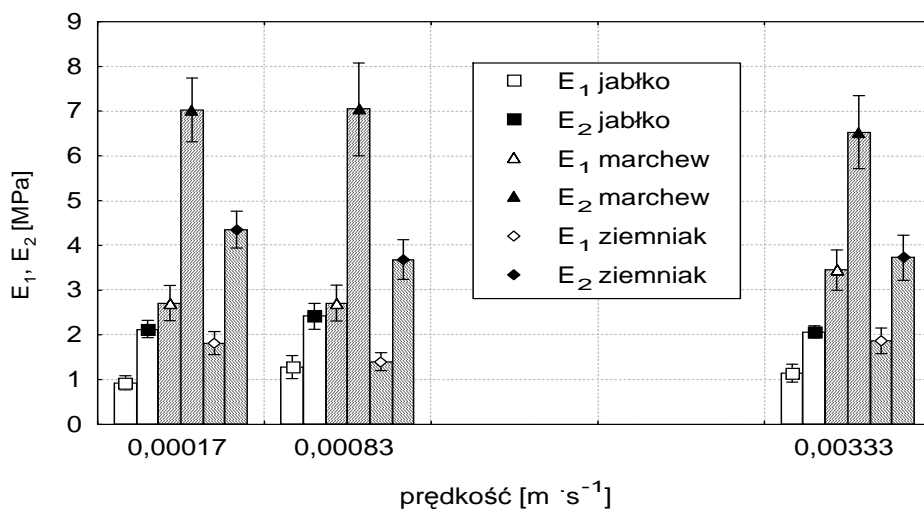
Na rysunku 2 widoczny jest wyraźny wzrost parametru b wraz z prędkością deformacji. Wyższej wartości parametru b odpowiada bardziej gwałtowny spadek krzywej relaksacji co może potwierdzać hipotezę, że wraz ze wzrostem prędkości deformacji w materiale roślinnym może nastąpić intensyfikacja zmian o charakterze nieodwracalnym. Wyższe wartości parametru b dla marchwi i ziemniaka w porównaniu z jabłkiem wskazują na większą podatność na degradację tkanki komórkowej materiałów zawierających dużo wody i o większej gęstości.

Dla porównania przedstawiono zależność parametrów dwuelementowego modelu Maxwella od prędkości deformacji. Rysunek 3 pokazuje zależność modułów sprężystości E_1 i E_2 , a rysunek 4 współczynników lepkości η_1 i η_2 od prędkości deformacji. Wartości modułów sprężystości pozostają niezmiennie w badanym zakresie prędkości, natomiast wartości współczynników lepkości maleją wraz ze wzrostem prędkości deformacji.



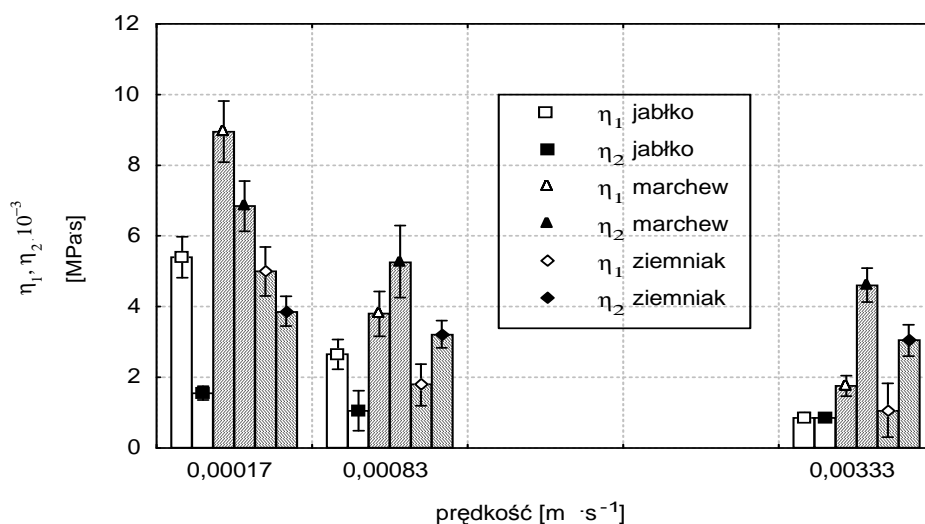
Rys. 2. Zależność parametru b od prędkości deformacji dla próbek jabłka, marchwi i ziemniaka

Fig. 2. Relation between parameter b and distortion rate for apple, carrot and potato samples



Rys. 3. Zależność modułów sprężystości E_1 i E_2 dwuelementowego modelu Maxwella od prędkości deformacji dla próbek jabłka, marchwi i ziemniaka

Fig. 3. Relation between elasticity coefficients E_1 and E_2 of a two-element Maxwell model and distortion rate for apple, carrot and potato samples



Rys. 4. Zależność współczynników lepkości η_1 i η_2 dwuelementowego modelu Maxwella od prędkości deformacji dla próbek jabłka, marchwi i ziemniaka

Fig. 4. Relation between viscosity coefficients η_1 and η_2 of a two-element Maxwell model and distortion rate for apple, carrot and potato samples.

Podsumowanie

Mimo, że dwuskładnikowa krzywa wykładnicza z większą dokładnością opisuje eksperymentalny przebieg krzywej relaksacji naprężeń to parametry E_i i η_i przy znanej interpretacji fizycznej nie umożliwiają wystarczającej oceny reakcji badanych próbek na obciążenie. Dopiero iloraz $\eta_i \cdot E_i^{-1}$ noszący nazwę stałej czasowej jest miarą prędkości zaniku naprężenia w materiale podczas testu. Jednak stałe czasowe wyznaczone dla poszczególnych składowych modelu Maxwella nie pozwalają na sumaryczną ocenę zachowania się materiału roślinnego, gdyż opisują one różne procesy zachodzące w materiale komórkowym podczas obciążenia.

Przedstawiona metoda umożliwi szybko i w prosty sposób porównanie przebiegów krzywych relaksacji naprężeń dla różnych materiałów poprzez podanie parametru a reprezentującego poziom naprężeń na końcu testu relaksacji oraz parametru b reprezentującego prędkość zaniku naprężeń. Tym samym określają one charakter reakcji badanych materiałów, które w zależności od gęstości, zawartości wody lub udziału porów powietrznych w strukturze komórkowej zachowują się bardziej jak ciała stałe lub bardziej jak ciecze.

Bibliografia

Chen P., Chen S. 1986. Stress-relaxation functions of apples high strain loading rates. Transactions of the ASAE 29(6), 1754-1759.

Gołacki K. 1996. Test relaksacji naprężeń dla korzeni marchwi. ZPPNR 443: 347-351.

Gołacki K. 1998. A quick method to determine the mechanical condition of carrot roots. Acta Hort. 421, 259-263.

Konstankiewicz K., Pukos A., Zdunek A. 1996. Teorie odkształceń materiałów biologicznych w świetle relaksacji naprężeń. ZPPNR 443: 353-363.

Mickley H.S., Sherwood T.K., Reed C.E. 1957. Applied Mathematics in Chemical Engineering. McGraw-Hill Book Co., NY.

Peleg M. 1980. Linearization of relaxation and creep curves of solid biological materials. Journal of Rheology 24(4), 451-463.

METHOD APPLIED TO COMPARE STRESS RELAXATION CURVES FOR VARIOUS PLANT MATERIALS

Summary

The work presents practical use of the method allowing to compare characteristics of stress relaxation curves for several vegetables and fruit. Stress relaxation characteristics in cylindrical samples of apple, carrot and potato at various initial distortion rates were normalised, and then approximated by the equation $[F_0 - F(t)]/F_0 = abt/(1+bt)$. This equation contains two constants strictly related to relaxation curve shape features.

Key words: stress relaxation test, distortion rate, vegetables and fruit