

Leszek Romański, Roman Stopa
Instytut Inżynierii Rolniczej
Akademia Rolnicza we Wrocławiu

METODA OKREŚLANIA MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI PODŁUŻNEJ ZIARNA PSZENICY O RÓŻNEJ WILGOTNOŚCI

Streszczenie

W pracy przedstawiono sposób wyznaczania formuły matematycznej umożliwiającej obliczanie wartości modułu sprężystości ziarna pszenicy dla dowolnej jego wilgotności z zakresu 10- 18% wtedy, gdy znana jest jego wartość określona przy wilgotności odniesienia. Przeprowadzona weryfikacja wykazała, że zaproponowana formuła obciążona jest błędem jedynie w wysokości $\pm 20\%$.

Słowa kluczowe: ziarno pszenicy, wilgotność ziarna, moduł sprężystości. formuła matematyczna

Wprowadzenie i cel pracy

Moduł sprężystości można wyznaczyć opierając się na jednej z wielu teorii. Chronologicznie pierwszą była zasada proporcjonalności ogłoszona już w XVII wieku przez Hooke'a. Wzór zaproponowany przez niego miał postać

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (1)$$

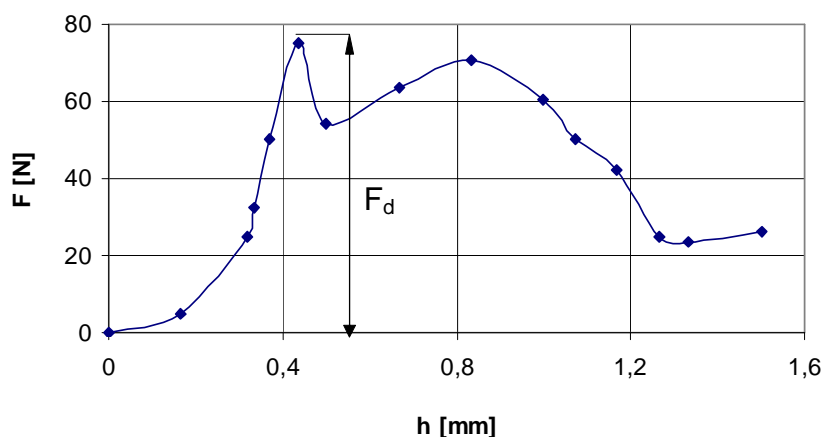
$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \varepsilon = \frac{\Delta h}{h} \quad (2)$$

Gdzie:

- σ – naprężenie ściskające,
- ε – odkształcenie ziarna,
- F – siła obciążająca,
- S – pole styku ziarna z płytą obciążającą,
- Δh – przemieszczenie (skrócenie wysokości ziarna),
- h – wysokość ziarna.

W przypadku anizotropowych materiałów pochodzenia rolniczego trudno jest określić wartość obciążenia i odkształcenia bezwzględnego, które powinny być odczytane w granicy proporcjonalności. Jak wynika z rysunku1 jedynie jednoznaczna granicą jest granica wytrzymałości doraźnej i dlatego wielkości te wygodnie jest rejestrować w tym punkcie. Sposób określania pola S omówiono szczegółowo w pracy [Romański, Pawlak 2002]. Wartość naprężeń niszczących można w tym układzie wyznaczyć korzystając z wzoru Hertz'a.

$$\sigma_{max} = \frac{1,5 \cdot F_d}{S} \quad (3)$$



Rys. 1. Krzywa siła obciążająca-odkształcenie [Romański, Pawlak 2002]
 Fig. 1. Curve: weight force - deformation [Romański, Pawlak 2002]

Metoda łatwiejsza pozwalająca na szybkie określenie modułu sprężystości opiera się na założeniach teorii Bussinesq'a [Sitkej 1987]. Przy spełnieniu założenia, że średnica elementu obciążającego jest kilkakrotnie mniejsza (minimum 6 razy) od elementu obciążanego można napisać

$$E = \frac{(1-\nu^2)}{d} \cdot \frac{F}{\Delta h} \quad (4)$$

gdzie:

- ν – współczynnik Poissona,
- d – średnica penetratora.

Obecnie zaleca się w myśl Standardów ASAE [1998] aby moduł wyznaczać rozwiązując problem nacisków kontaktowych w oparciu o założenia teorii Hertz'a. Wyznaczony w ten sposób wzór [Romański 2004] ma postać:

$$E = \frac{0,277 \cdot F_d}{g_z^{\frac{1}{2}} \cdot \Delta h^{\frac{3}{2}}} \cdot \left[K_1 \cdot \left(\frac{2(8g_z^2 + l_z^2)}{4g_z^2 + l_z^2} \right)^{\frac{1}{3}} + 1,587 \right]^{\frac{3}{2}} \quad (5)$$

gdzie:

- l_z – długość ziarna,
- g_z – grubość ziarna,
- K_1 – stała uwzględniająca promienie krzywizny ziarna.

W przypadku ziarna zbóż jak i innych nasion wartość modułu zależy w bardzo dużym stopniu od wilgotności ziarna i wraz z jej wzrostem jego wartości maleje. W literaturze wartości modułów są podawane najczęściej dla jednej wilgotności; około 12%. [Arnold, Roberts 1968; Sitkei 1986]. W wielu przypadkach konieczna jest także znajomość modułów sprężystości charakteryzujących wilgotne ziarniaki. Dlatego też celem pracy było znalezienie formuły umożliwiającej określenie wartości modułu sprężystości ziarna o dowolnej wilgotności wtedy, gdy znana jest jego wartość wyznaczona przy wilgotności odniesienia.

Materiał i metodyka

Zgodnie z założonym celem badań ogólna postać formuły matematycznej pozwalającej na określenie modułu sprężystości ziarna o różnej wilgotności i przy znanej jego wilgotności odniesienia będzie następująca

$$E_{zmod} = E_0 \cdot k_w \quad (6)$$

$$k_w = f(w) \quad (7)$$

gdzie:

- E_{zmod} – moduł zmodyfikowany; wartość umownego modułu sprężystości przy aktualnej wilgotności, [MPa],
- E_0 – wartość umownego modułu sprężystości określona przy wilgotności 12%, [MPa] – tabela 1,
- k_w – współczynniki poprawkowy uwzględniające wpływ wilgotności ziarna na moduł sprężystości ziarna E_0 [-],
- w – aktualna wilgotność względna ziarna, [%].

Współczynnik k_w może mieć postać różnych funkcji matematycznych. Z analizy wyników badań przedstawionych przez wielu autorów [Koper 1980; Kusterman i in.1982, Frączek 1999] w postaci zależności moduł sprężystości-wilgotność, wynika, że charakter tych zmian jest krzywoliniowy.

Z przeprowadzonych w oparciu o te wyniki symulacji komputerowych przy zastosowaniu programu *Table Curve 2D* wynika, że najlepiej zależność opisuje równanie wykładnicze z wykorzystaniem wykładnika wielomianu drugiego stopnia o postaci

$$k_w = e^{a \cdot w^2 + b \cdot w} \quad (8)$$

Uogólnione wartości wykładników a i b dla ziarna pszenicy określono na podstawie wyników badań przeprowadzonych na wielu odmianach ziarna.

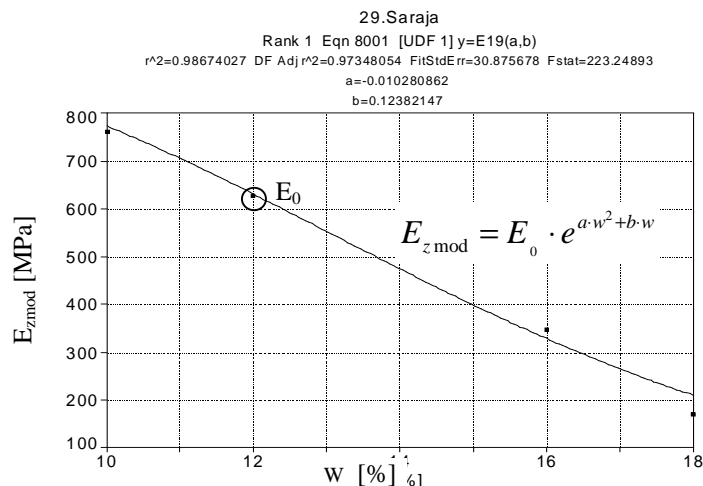
Materiałem badawczym było 8 odmian ziarna pszenicy ozimej o wilgotności: 10, 12, 14, 16, 18%. Odmiana 9-ta *Korweta* była wykorzystywana do testowania dokładności zaproponowanej formuły matematycznej. Wartością odniesienia była wilgotność 12%. Tolerancja wartości wilgotności badanego ziarna wynosiła $\pm 0,1\%$. Charakterystykę ziarna przedstawiono w tabeli 1. Przy określaniu masy usypowej, masy tysiąca ziaren (MTZ) i szklistości bazowano na normach: PN-73/R-74007, PN-68/R-74017, PN-70/-74008. Zawartość białka jak i tłuszczu w ziarnie oznaczano wykorzystując urządzenie *Infratec 1241*. Testowanie przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej *Instron 5566*.

Tabela 1. Charakterystyka odmian użytych w badaniach
Table 1. Characteristics of varieties used in the study

| Odmiana | Masa usypowa [kg·m ⁻³] | MTZ [mg] | Szklistość [%] | Białko [%] | Włókno [%] | Tłuszcz [%] |
|---------|------------------------------------|----------|----------------|------------|------------|-------------|
| Kris | 775,92 | 47,28 | 71,16 | 12,27 | 2,03 | 1,70 |
| Elena | 761,32 | 49,42 | 29,00 | 12,07 | 2,76 | 1,93 |
| Wanda | 781,72 | 48,01 | 37,30 | 13,07 | 2,93 | 1,73 |
| Mikon | 753,32 | 49,37 | 52,16 | 12,97 | 2,89 | 1,97 |
| Sakwa | 748,43 | 50,30 | 65,44 | 13,33 | 2,97 | 1,80 |
| Mewa | 748,8 | 50,49 | 73,33 | 13,53 | 2,90 | 1,90 |
| Soraja | 759,8 | 48,96 | 83,30 | 13,37 | 2,93 | 1,93 |
| Zyta | 780,72 | 51,22 | 90,3 | 13,8 | 2,78 | 1,77 |
| Korweta | 747,24 | 49,51 | 71,20 | 13,17 | 2,84 | 1,90 |

Wyniki badań i ich analiza

Na rysunku 2 przedstawiono przykład znajdowania wykładników formuły matematycznej dla ziarna pszenicy *Soraja*.



Rys. 2. Przykład określania współczynników formuły umownego modułu sprężystości ziarna pszenicy Soraja dla jej wilgotności z zakresu 10- 18%

Fig. 2. Example of determination of coefficients of the formula of conventional elasticity module of wheat grain Soraja for its moistness within range 10- 18%

Po przeanalizowaniu wyników wszystkich testowanych odmian stwierdzono, że współczynnik a zawarty był w przedziale

$$-0,01028 < a < -0,00772$$

natomiast b w przedziale $0,096 < b < 0,1238$

Celem uproszczenia wyznaczania modułów dla różnych odmian, przy dowolnej wilgotności ziarna, przyjęto wartości średnie przedziałów:

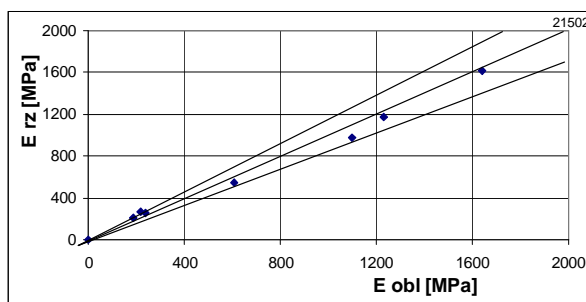
$$a = -0,009; b = 0,108$$

Postać formuły empirycznej umownego modułu sprężystości określanego dla dowolnej wilgotności ziarna z zakresu 10- 18% przedstawia równanie

$$E_{z\text{mod}} = E_0 \cdot e^{-0,009 \cdot w^2 + 0,108 \cdot w} \quad (9)$$

Dla sprawdzenia dokładności zaproponowanej formuły przeprowadzono weryfikację na ziarnie pszenicy Korweta (wilgotność 11,3%, szklistość 92%, moduł sprężystości 708 MPa). Zgodność wartości eksperymentalnych z wartościami obliczeniowymi przedstawiono na rysunku 3. Generalnie należy stwierdzić, że błąd względny mieścił się w granicach $\pm 20\%$ wartości uzyskanych w eksperymencie.

Nieznacznie większą wartość (około 25%) osiągał on w przypadku modułów o małej wartości (wilgotność ziarna była wtedy największa). Taki rozkład wartości błędów wyjaśnić tym, że przy małych wartościach pomiarowych i stałej dokładności pomiaru tzw. niepewność pomiaru jest większa.



Rys. 3. *Stosunek eksperymentalnych i teoretycznych wartości modułów sprężystości ziarna pszenicy Korweta (szklistość 92,1%; wilgotność 11,3%, prędkość zgniotu. przedział błędu ± 20 wyników symulacji względem eksperymentu*

Fig. 3. *Relation of experimental and theoretical values of elasticity modulus of wheat grain Korweta (glassiness 92.1%; moistness 11.3%, squashing speed. Error margin ± 20 of simulation results in relation to the experiment*

Wnioski

1. Zaproponowano empiryczną formułę matematyczną która ujmuje zależność umownego modułu sprężystości ziarna pszenicy o wilgotności z zakresu 10-18% od modułu wyznaczanego przy wilgotności odniesienia 12%.
2. Przeprowadzona weryfikacja doświadczalna zaproponowanej formuły wykazała dobrą zgodność obliczeń symulacyjnych z wynikami doświadczeń. Praktycznie błąd względny mieścił się w granicach $\pm 20\%$.

Bibliografia

Arnold P, Roberts A. 1966. Stress distribution in loaded wheat grains. J. Agricult. Eng. Res.,11: 38-43.

Frączek J. 1999. Tarcie ziarnistych materiałów roślinnych. Zesz. Nauk. AR Kraków. Rozprawy nr. 252.

Koper Roman. 1980. Właściwości mechaniczne ziarna i źdźbła pszenicy wyznaczone metodą interferometrii holograficznej i elastooptyki. Pr habil. Wyd. AR Lublin.

Kustermann M. Kutzbach H. 1982. Young`s moduls dependent on deformation velocity. Presentation at summer meeting of ASAE, 82-3055: 1-25.

Romański L., Pawlak T. 2002. Sprężystość i wartość naprężeń niszczących ziarno pszenicy. Inż. Rol. 5(38): 275-280.

Romański L. 2005. Analiza i modelowanie procesu zgniatania ziarna pszenicy. Zesz. Nauk. AR Wrocław 494, Rozprawy.

Sitkei G. 1986. Mechanics of agricultural materials. Akademiai Kiado.

Standards of the ASAE 1998.

METHOD OF DETERMINATION OF LONGITUDINAL ELASTICITY MODULE OF WHEAT GRAIN WITH DIFFERENT MOISTNESS

Summary

The study presents the method of determination of a mathematical formula which allows to calculate the value of elasticity module of a wheat grain for any moistness within range 10- 18%, when its value defined at reference moistness is known. The verification showed that the proposed formula bears error of only $\pm 20\%$.

Key words: Wheat grain, grain moistness, elasticity module, mathematical formula