

Jacek Wawrzosek
Katedra Zastosowań Matematyki
Akademia Rolnicza w Lublinie

MODELOWANIE OKRESÓW ZRÓŻNICOWANIA ORAZ OKRESÓW STABILIZACJI W PROCESIE SPALANIA W SILNIKU SPALINOWYM

Streszczenie

Modelując stabilizację pracy silnika spalinowego określono ponad dwadzieścia definicji stabilizacji procesu stochastycznego. Ponadto rozważono niektóre modele regresji nieliniowej oraz zasygnalizowano problemy pojawiające się podczas testowania dla modeli linearyzowanych, które pozwalają na opisanie zjawiska stabilizacji. Rozważania teoretyczne zaprezentowano na przykładzie regresji emisji CO w przy temperaturze -5°C dla zimnego rozruchu silnika GA16DE.

Słowa kluczowe: zimny rozruch silnika, stabilizacja, regresja nieliniowa

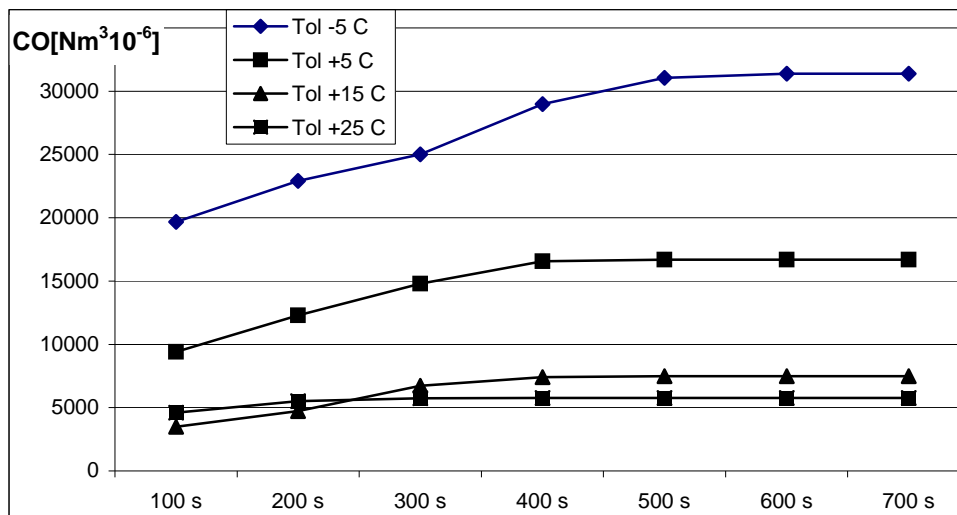
Stabilizacja wydzielania związków toksycznych

Wiadomo, że emisja dwutlenku węgla CO_2 , tlenku węgla CO, związków azotu NO_x , węglowodorów HC, cząstek stałych PM, będąca skutkiem motoryzacyjnego skażenia ma nie bagatelne znaczenie dla stanu równowagi naszego środowiska.

Stabilizacja parametrów pracy silnika spalinowego to powszechnie obserwowany proces następujący po rozruchu i początkowym okresie pracy silnika (por. np. stabilizację wydzielania CO na rysunku 1).

Początkowy okres pracy silnika jest zjawiskiem niekorzystnym z uwagi na występującą podczas niego wysoką emisją niektórych substancji szkodliwych dla środowiska naturalnego.

Niska temperatura otoczenia, mająca istotny wpływ na temperaturę silnika i czynników eksploatacyjnych sprzyja zwiększeniu poziomu emisji zanieczyszczeń.



Rys. 1. Emisja CO w zależności od temperatury zimnego rozruchu silnika GA16DE dla różnych przedziałów czasowych na początku trwania testu (źródło: Kuranc [2003])

Fig. 1. The emission of CO depending on the GA16DE cold start temperature for various time intervals at the beginning of the test (source: Kuranc [2003])

Nabiera to szczególnego znaczenia biorąc pod uwagę fakt, że tylko niespełna 30% rozruchów odbywa się przy rozgrzanym silniku, natomiast średnia długość trasy przejazdu pojazdem wynosi zwykle kilka kilometrów. Przeciętny użytkownik samochodu osobowego uruchamia swój samochód przynajmniej dwa razy dziennie, przejeżdżając przy tym kilka kilometrów. Często silnik i układ wydechowy pracują w warunkach zbyt niskich temperatur, w których proces spalania i konwersji spalin nie zachodzą efektywnie.

Po pewnym okresie od rozruchu silnika obserwujemy ustalenie różnicy między temperaturą mieszanki paliwowej i temperaturą komory spalania na nowym poziomie niż wyjściowy co prowadzi do stabilizacji dynamiki wydzielania przez silnik spalinowy związków toksycznych również w innym zakresie niż wyjściowy. Samo dochodzenie do stabilizacji procesów cieplnych zachodzących podczas spalania w silniku spalinowym pracującym w ruchu dynamicznym jest związane z niepowtarzalnym i niestabilnym ruchem drogowym. Opis dochodzenia w czasie do pewnej stabilizacji w dynamice tych procesów przypomina prawa wielkich liczb i twierdzenia graniczne rachunku prawdopodobieństwa. Modelowanie tego skomplikowanego zjawiska wymaga badań eksperymentalnych przypominających nieco dynamiczne testy drogowe np. europejski NEDC.

Badania zjawiska stabilizacji emisji spalin winny być przeprowadzone również wstępnie w szczególnym stanie pracy silnika jakim jest bieg jałowy.

Obserwowane parametry pracy silnika takie jak emisja tlenku węgla CO, węglowodorów HC, związków azotu NO_x, dwutlenku węgla CO₂, a także sadzy zawartych w spalinach uzależnione są nie tylko od dynamiki ruchu, obciążenia pojazdu i chwili czasu, ale również od obranego obiektu badań, czyli rodzaju silnika, zastosowanych paliw, temperatury otoczenia, ciśnienia i wilgotności względnej powietrza oraz są następstwem zimnego bądź gorącego rozruchu silnika. Wstępne badania porównawcze oraz wykorzystanie aparatury pomiarowej wymaga przeprowadzenia pomiarów również w warunkach laboratoryjnych. Część stanowisk pomiarowych daje się przeprowadzić na zewnątrz pomieszczeń laboratoryjnych w celu wykorzystania naturalnych warunków otoczenia, lecz część dopiero przy wykorzystaniu komory niskich temperatur. Wstępnie czas trwania pomiaru dobiera się tak, aby aparatura zarejestrowała, że silnik podczas pracy na biegu jałowym, osiągnął ustabilizowany poziom emisji poszczególnych składników spalin oraz ustabilizowaną temperaturę pracy.

Z uwagi na wielość parametrów pracy silnika, a w tym i mnogość składników emitowanych spalin końcowym efektem modelowania procesu stabilizacji winien być model wielozmienny, lecz z uwagi na wstępny etap modelowania należy przeprowadzić analizę każdego parametru oddzielnie. Stąd dokonamy przeglądu różnych możliwych metod modelowania stabilizacji.

Dalej zakładamy, że wyprowadzony model odpowiada pewnemu rodzajowi silnika, pewnemu rodzajowi zastosowanego paliwa, ustalonej temperaturze otoczenia, ustalonemu ciśnieniu i pewnemu poziomowi wilgotności względnej powietrza oraz są następstwem obranego zimnego bądź gorącego rozruchu silnika.

Modelowanie z wykorzystaniem procesów stochastycznych

Przystępując do modelowania zjawiska stabilizacji procesów zachodzących podczas spalania w silniku spalinowym na wstępie należy wykluczyć wykorzystanie stacjonarnych bądź ergodycznych procesów stochastycznych. Procesy te zazwyczaj modelują informacje zaobserwowane w bardzo długim okresie czasu i pomijają okres dochodzenia układu do stabilizacji [Laminat i Thomas 1975]. A właśnie to zjawisko stabilizacji po dość krótkim okresie czasu pracy silnika spalinowego jest obiektem naszego zainteresowania.

Obserwując wybrany parametr pracy silnika spalinowego opiszemy go jako proces stochastyczny $X(t)$, gdzie t odpowiada chwili czasu oraz $t \in (0; T)$. O stabilizacji procesu stochastycznego mówimy, że zachodzi ona od chwili T_0 , gdzie $T_0 < T$.

Można podać różne definicje stabilizacji procesu stochastycznego. Bazowanie na tych definicjach wymaga jednak dość kosztownych powtarzanych eksperymentów.

Np. dla ciągłego procesu stochastycznego:

- a) Istnieje taka chwila T_0 , że dla każdego $t > T_0$ zeruje się pochodna po czasie:
- b) Dla każdego $\varepsilon > 0$ istnieje taka chwila T_0 , że dla każdego $t > T_0$ ograniczona jest przez ε wartość bezwzględna pochodnej po czasie:
 - realizacji $x(t)$ procesu $X(t)$ lub wartości przeciętnej $EX(t)$ procesu lub
 - funkcji korelacyjnej $K_X(t, t + \tau)$ lub wariancji $v_X(t) = K_X(t, t)$ lub
 - unormowanej funkcji korelacyjnej $k_X(t, t + \tau)$.

Np. dla procesu stochastycznego z czasem dyskretnym:

- a) Dla każdego $\varepsilon > 0$ istnieje taka chwila T_0 , że dla każdego $t_1, t_2 > T_0$ ograniczona jest przez ε wartość bezwzględna różnic odpowiadających chwilom t_1 i t_2 wartości:
 - realizacji $x(t)$ procesu $X(t)$ albo wartości przeciętnej $EX(t)$ procesu
- b) Istnieje takie $\Delta > 0$, istnieje taka chwila T_0 , że dla każdego $t_1, t_2 > T_0$ ograniczona jest przez Δ wartość bezwzględna różnic odpowiadających chwilom t_1 i t_2 wartości:
 - średnich ruchomych rzędu $k \geq 1$ dla realizacji $x(t)$ procesu
 - albo średnich ruchomych rzędu $k \geq 1$ dla wartości przeciętnej procesu

Np. dla procesu stochastycznego z czasem dyskretnym lub ciągłym:

Istnieje taka stała A , istnieje takie $\varepsilon > 0$, istnieje taka chwila T_0 , że dla każdego $t > T_0$ ograniczona jest przez ε wartość bezwzględna różnic stałej A oraz:

realizacji $x(t)$ procesu $X(t)$ lub wartości przeciętnej $EX(t)$ procesu lub wariancji $v_X(t)$ lub funkcji korelacyjnej.

Modelowanie z wykorzystaniem analizy regresji wymiernej

Analiza regresji pozwala przeprowadzać wnioskowanie statystyczne oparte już o pojedynczą realizację procesu stochastycznego, co jest bardzo ważne biorąc pod uwagę koszty badań eksperymentalnych. Regresja wykorzystująca funkcje wymierne postaci:

$$y_i = f(t_i) + \varepsilon_i = A \left(t_i \frac{W_k^0(t_i)}{W_{k+1}^0(t_i)} \right) + \varepsilon_i \quad \text{dla } t_i > 0, \quad (1)$$

gdzie $i=1, \dots, n$, zaś $W_k^0(t_i)$ oraz $W_{k+1}^0(t_i)$ są wielomianami k -tego oraz $k+1$ -tego stopnia o współczynnikach przy najwyższej potędze równych jeden, opisuje stabilizację parametru y procesu spalania na poziomie asymptoty prawostronnej $y=A$.

W modelach tych wyeliminowano zbędne parametry funkcji wymiernej, a ich wykresy przechodzą przez początek układu współrzędnych. Szczególnie dla badań stanowiskowych prowadzących do modeli monotonicznych posiadających asymptoty poziome można wykorzystać w analizie regresji dla $k=0$ najprostszą funkcję homograficzną znaną z literatury również jako funkcję Törnquisty pierwszego rodzaju

$$y_i = f(t_i) + \varepsilon_i = \frac{At_i}{t_i + B} + \varepsilon_i \text{ dla } t_i > 0 \text{ gdzie } i=1, \dots, n \quad (2)$$

tym bardziej, że dla $s=1, 2, \dots$ łatwo uzyskać jej kolejne odmiany dostosowane do systemu SAS V8:

$$y_i = f(t_i) + \varepsilon_i = \frac{t_i^s}{at_i^s + b} + \varepsilon_i \text{ dla } t_i > 0 \text{ gdzie } i=1, \dots, n. \quad (3)$$

Zauważmy, że dla $A, B > 0$ funkcja (2) (oraz podobnie (3) dla $a, b > 0$) jest rosnąca a jej wykresem jest hiperbola o asymptocie poziomej $y=A$ (analogiczna linia $y=a^{-1}$ uzyskana za pomocą systemu SAS V8 pozostaje mało precyzyjna z uwagi na zaokrąglenia liczby a). Doskonale nadaje się ona np. do modelowania emisji tlenku węgla CO (por. tab. 1 i rys. 2).

Zauważmy, że dla $k=1$ regresja (1) z funkcją wymierną postaci:

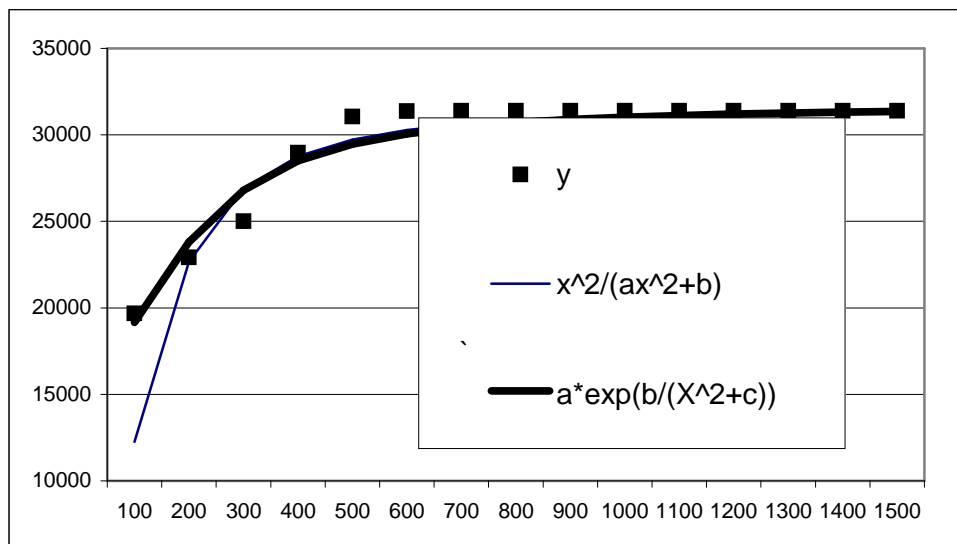
$$y_i = f(t_i) + \varepsilon_i = A \left(t_i \frac{t_i + B}{t_i^2 + Ct_i + D} \right) + \varepsilon_i \text{ dla } t_i > 0, \text{ gdzie } i=1, \dots, n, \quad (4)$$

pozwała modelować realizacje, które nie w całej dziedzinie t_i pozostają funkcją monotoniczną. Funkcja (4) jest rosnąca względem t_i dla $A > 0$, gdy $C - 2B > 0$ oraz gdy $D^2 - BD(C - 2B) < 0$.

Tabela 1. Estymatory parametrów i współczynnik determinacji R^2 dla modeli (3) emisji CO przy temperaturze -5°C zimnego rozruchu silnika GA16DE wyznaczone SAS'em

Table 1. Estimators of the parameters and the coefficient of determination R^2 for the models (3) of the emission of CO for GA16DE engine cold start at the -5°C environment temperature determined using SAS

wielomiany stopnia s -tego	Regresja wymierna (3)		
	a	b	R^2
$s=1$	0,000031	0,00173	0,882
$s=2$	0,000032	0,4979	0,964
$s=3$	0,000032	115,8	0,957
$s=4$	0,000032	23525,1	0,923



Rys. 2. Regresja emisji CO w przy temperaturze -5°C zimnego rozruchu silnika GA16DE w modelach (3) i (6) wyznaczona Solverem

Fig. 2. The regression of the emission of CO gains with use of the Solver for GA16DE engine cold start at the -5°C environment temperature

Inne modele regresji nieliniowej

Rozważmy modele nieliniowe względem parametrów. System SAS V8 oferuje kilka kolejnych modeli wykładniczych, które dla $a, b, c > 0$ są zbieżne do a gdy $t_i \rightarrow \infty$ (dla $s = 1, 2, \dots$):

$$f(t_i) = a \cdot \exp(-\exp(b - ct_i^s)) \quad (5)$$

$$f(t_i) = a \cdot \exp(b / (t_i^s + c)) \quad (6)$$

$$f(t_i) = a / (1 + \exp(b + ct_i^s)) \quad (7)$$

lecz z uwagi na swą prostotę obsługi oraz szersze możliwości konstruowania funkcji regresji wygodniejszym wydaje się w tym przypadku dodatek Solver do EXCEL'a (por. tabela 2), który niestety podobnie jak i system SAS nie zapewniają jednoznaczności wyników.

Tabela 2. Estymatory parametrów i współczynnik determinacji R^2 dla modeli (3) i (6) emisji CO przy temperaturze -5°C zimnego rozruchu silnika GA16DE wyznaczone Solverem

Table 2. Estimators of the parameters and the coefficient of determination R^2 gained with use of the Solver for the models (3) and (6) of the emission of CO for GA16DE engine cold start at the -5°C environment temperature

Zmienna niezależna t_i w potędze stopnia s -tego	Regresja wymierna (3) oraz wykładnicza (6)			
	a	b	c	R^2
$s=2$ dla (3)	0,0000316	0,5		0,731
$s=1$ dla (6)	32102,05	-45,3573	-13,6227	0,895
$s=2$ dla (6)	31620,70	-19699,3	29342,5	0,995

McCulloch i Searle [2001] oraz Milliken i Johnson [2002] prezentują mogąca mieć tu zastosowanie funkcję regresji

$$f(t_i) = a + b \cdot \exp(-ct_i) \quad (8)$$

której wykres ma asymptotę poziomą a , gdy $t_i \rightarrow \infty$ (dla $c > 0$) i przecina osie układu współrzędnych w punktach $(0; a+b)$, $(-\ln(-a/b)/c; 0)$. Gdy $a = -b$ funkcja (8) przechodzi przez początek układu współrzędnych.

Innym przykładem jest regresja segmentowa (segmented regression) modelująca emisję w początkowym okresie czasu t_i za pomocą wielomianu a później jako stałą. Przykładowo regresja segmentowa o fazie parabolicznej $y = a + bt + ct^2$ gdy $t < T_0$ oraz stała $y = A$ gdy $t > T_0$. bazuje na trzech parametrach a, b, c , ma punkt przełamania $T_0 = -b/(2c)$ oraz plateau $A = a - b^2/(4c)$. Zastosowanie regresji segmentowej o fazie wielomianu stopnia trzeciego do modelu emisji HC dla zimnego rozruchu silnika GA16DE prezentuje Wawrzosek [2005].

Kolejna funkcja $y = \frac{2a}{\pi} \arctg(b \cdot t)$ dla $b > 0$ rośnie od początku układu współrzędnych do asymptoty poziomej $a > 0$, gdy $t_i \rightarrow \infty$. Jest ona dostępna w EXCELU. Do podobnego modelowania można również użyć dystrybuanty $F(t)$ niektórych zmiennych losowych kładąc $y = a \cdot F(b \cdot t + c)$ analogicznie jak dla modelu probitowego.

Testowanie w modelach linearyzowanych

Rozważmy modele linearyzowalne regresji nieliniowej. Tzn., że o funkcji $y_i = f(t_i)$ zakładamy, że jest modelem regresji półliniowej (quasi-linear regresion [Magiera 2002])

$$y_i = f(t_i) = [f_1(t_i), f_2(t_i), \dots, f_p(t_i)] [a_1, a_2, \dots, a_p]' \quad (9)$$

(podobnie jak w regresji wielokrotnej). Najprostszym przykładem takiej funkcji jest nieliniowy względem zmiennych wielomian stopnia p w regresji grzbietowej (ridge regression).

Dla arbitralnie obranej chwili $d > 0$ wykorzystując tzw. sztuczną zmienną (dummy variable) V , której realizacja v przyjmuje tylko dwa poziomy $v=0$ dla $t_i < d$ oraz $v=1$ dla $t_i > d$, przy założeniu, że $f_j(t_i)=0$ dla $t_i > d$ gdy $j=1, \dots, p$ uzyskujemy model liniowy:

$$y_i = f(t_i) = [f_1(t_i), f_2(t_i), \dots, f_p(t_i), v][a_1, a_2, \dots, a_p, A] \quad (10)$$

Po oszacowaniu na podstawie pobranej próby parametru granicznego A oraz a_i dla $t_i > 0$ weryfikujemy zerową hipotezę w postaci funkcji czasu t : $H_0(t): f(t) = A$ przeciwko hipotezie alternatywnej $H_1(t): f(t) \neq A$.

Zazwyczaj hipoteza tego typu jest testowalna dla wszystkich punktów czasowych t_i gdzie $i=1, \dots, n$, w których dokonano pomiaru analizowanego parametru y [Wawrzosek 2004]. Punkt T_0 począwszy, od którego nie mamy podstaw do odrzucenia funkcyjnej hipotezy zerowej, wyznacza obszar stabilizacji parametru y .

Z uwagi na to, że najpierw oszacowujemy parametry funkcji regresji a następnie formułujemy hipotezę zerową a nie na odwrót, dla wszystkich punktów czasowych t_i gdzie $i=1, \dots, n$, poziom istotności oraz moc testu F ulegnie odpowiedniemu zmniejszeniu [Tarasińska 2003]. Ponieważ rozważane kontrasty dla różnych t_i , gdzie $i=1, \dots, n$, są ze sobą silnie skorelowane, trudno jest wnioskować o łącznym poziomie istotności testu F tych porównań. Trzeba, więc ostrożnie podchodzić do wniosków dla wszystkich punktów z uzyskanego obszaru, najlepiej biorąc pod uwagę tylko najbardziej interesujące badacza kontrasty. Milliken i Johnson [2002] prezentują testowanie dla kontrastów uzyskanych dla funkcji regresji (8).

Modelowanie wykorzystujące krzywą logistyczną

W analizie regresji dla badań stanowiskowych dostosowując klasyczną funkcję logistyczną mamy:

$$y_i = f_i(t_i) + e_i = 2A \left(\frac{1}{1 + e^{-\beta t_i - \varepsilon_i}} - \frac{1}{2} \right) \quad \text{dla } t_i > 0 \text{ gdzie } i=1, \dots, n. \quad (10)$$

Zauważmy, że dla $A, \beta > 0$ krzywa regresji jest funkcją rosnącą, której wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych i również ma asymptotę poziomą $y=A$. Kładąc odpowiednio dostosowaną funkcję łączącą

$$y_i^* = \ln \frac{y_i + A}{-y_i + A} = f^*(t_i) + \varepsilon_i = \beta t_i + \varepsilon_i \quad \text{dla } t_i > 0 \text{ gdzie } i=1, \dots, n \quad (11)$$

uzyskujemy regresję liniową o ograniczeniu $f^*(0) = 0$. Postępując podobnie jak powyżej oszacowujemy na podstawie pobranej próby parametry A, β dla $t > 0$. W regresji logistycznej weryfikujemy hipotezę zerową w postaci funkcji czasu $t: H_0(t): f_1(t) = A$ (równoważną funkcyjnej hipotezie zerowej $H_0^*(t): e^{-\beta t} = 0$) przeciwko standardowej hipotezie alternatywnej. Podobnie jak powyżej, punkt T_0 począwszy, od którego nie mamy podstaw do odrzucenia funkcyjnej hipotezy zerowej, wyznacza obszar stabilizacji parametru y . Budowane modele logistyczne zazwyczaj autorzy wywodzą z odpowiadających im modeli logistycznych w postaci równań różniczkowych nadającym zmieniającym się w czasie badanym parametrom odpowiednią interpretację. Model Hejtjana, którego szczególnymi przypadkami są model logistyczny i model Gompertza, również posiada asymptotę poziomą [Krzanowski i Marriot 1995].

Weryfikacja modelu i wnioski

Dokonując weryfikacji założeń metody najmniejszych kwadratów dla uzyskanego modelu należy zbadać własności odchyłeń losowych, a więc ich losowy charakter, ich normalność i brak skorelowania. Trafność doboru modelu oceniamy wykorzystując statystyki resztowe towarzyszące analizie regresji wielokrotnej. Ostatecznie o wyborze pomiędzy nieliniowym modelem regresji $y_i = f(t_i) + \varepsilon_i$ a modelem $y_i = f_1(t_i) + e_i$ decyduje większy ze współczynników determinacji R^2 [Borkowski i inni 2003]. Końcowym efektem modelowania procesu stabilizacji pracy silnika spalinowego winien być model wielozmienny.

Bibliografia

- Borkowski B., Dudek H., Szczęsny W. 2003. Ekonometria. Wybrane zagadnienia, PWN, Warszawa.
- Kuranc A. 2003. Wpływ warunków otoczenia na toksyczność spalin tłokowego silnika spalinowego podczas rozruchu i w początkowym okresie pracy. Autoreferat rozprawy doktorskiej, AR w Lublinie, Wydział Techniki Rolniczej, Katedra Pojazdów i Silników.
- Larminat P., Thomas Y. 1975. Automatique des systemes lineaires 1. Signaux et systemes, Flammarion Sciences, Paris.
- Krzanowski W.J., Marriot F.H.C. 1995. Multivariate Analysis. Part 2 Arnold, London.
- Magiera R. 2002. Modele i metody statystyki matematycznej. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław.

McCulloch C. E., Searle S. R. 2000. Generalized, Linear, and Mixed Models. Wiley New York.

Milliken G. A. Johnson D. E. 2002. Analysis of Messy Data vol. III: Analysis of covariance Chapman & Hall/CRC New York.

PROC NLIN in SAS USERS GUIDE: Statistics Version 5 Edition pp. 575-606.

SAS-STAT USERS GUIDE: Volume 2, GLM-VARCOMP Version 6 4th Edition pp. 1162-1165.

Tarasińska J. 2003. A note on testing mean in population. Biometrical Letters, Vol. 40, No. 1, 9-14.

Wawrzosek J., (2004) Narzędzia wspomagające poszukiwanie obszaru różnic istotnych statystycznie. Algorytmy, Metody i Programy naukowe (monografia), PTI, Red. Grzegórski i inni, Lublin, 143-152.

Wawrzosek J. 2005. Modelling of variability and stability phases of the combustion process in internal combustion engines. Problems of Agricultural Engineering in an Aspect of Sustainable Agriculture. University of Agriculture in Lublin. 148-150.

MODELLING OF VARIABILITY AND STABILITY PHASES OF THE COMBUSTION PROCESS IN INTERNAL COMBUSTION ENGINES

Summary

By modeling working parameters of the internal combustion engine more than twenty definitions of the stabilization of the stochastic process are presented. Moreover, some other models of non-linear regression are considered as well as some problems that appear while testing for linearized models, which make it possible to describe the stabilization phenomenon. Theoretical considerations have been presented based on the regression models of the emission of CO for GA16DE engine cold start at the -5°C environment temperature.

Key words: engine cold start, stabilization, non-linear regression