

Andrzej Graboś, Marek Boryga  
Akademia Rolnicza w Lublinie  
Katedra Podstaw Techniki

## WPLYW PODATNOŚCI WIĘZÓW NA DOKŁADNOŚĆ POZYCJONOWANIA AGROROBOTA

### Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki komputerowej symulacji ruchu agrorobota dla pięciu wybranych sztywności skrętnych w parach obrotowych. Analizę kinematyki przeprowadzono metodą macierzową. Równania ruchu wyprowadzono na podstawie równań Lagrange'a II rodzaju. Badania symulacyjne przeprowadzono w programie Matlab (Simulink). Wyniki przedstawiono w postaci czasowych przebiegów błędów realizacji zamierzonego toru ruchu.

**Słowa kluczowe:** agrorobot, kinematyka, dynamika, symulacja, dokładność pozycjonowania, podatność więzów

### Wykaz oznaczeń

$\lambda_1, l_2, l_3$	–	długości poszczególnych ogniw, [m]
$\theta_i$	–	względne przemieszczenia kątowe ogniw, [rad]
$m_i$	–	masy poszczególnych ogniw, [kg]
$J_{Z2}, J_{Z3}, J_{Y2}, J_{Y3}$	–	masowe momenty bezwładności ogniw, [kgm <sup>2</sup> ]
$d_{ijk}$	–	współczynniki bezwładności i symbole Christoffela, [kgm <sup>2</sup> ]
$M_{ist}$	–	momenty statyczne obciążające ogniwo i, [Nm]
$M_i(t)$	–	momenty napędowe, [Nm]
$\phi$	–	kąt obrotu wirnika silnika, [rad]
$\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$	–	błędy pozycjonowania chwytaka w kierunku osi nieruchomego układu współrzędnych, [m]
$\Delta p$	–	wypadkowy błąd pozycjonowania chwytaka w nieruchomym układzie współrzędnych, [m]
$a_{max}$	–	maksymalne przyspieszenie chwytaka, [m/s <sup>2</sup> ]
$v_{max}$	–	maksymalna prędkość chwytaka, [m/s]

## Wprowadzenie

Jednym z podstawowych celów projektowania rolniczych maszyn manipulacyjnych jest zapewnienie wymaganego ruchu ogniwi łańcucha kinematycznego, a w konsekwencji realizacji zamierzonej trajektorii ruchu członu roboczego [Morecki i in. 2002]. Analiza dynamiki oparta na założeniu nieodkształcalności członów i nieograniczonej sztywności więzów nie odzwierciedla w pełni dynamiki współczesnych maszyn manipulacyjnych projektowanych często z materiałów lekkich mających tendencje do dużych odkształceń. W przypadku pominięcia sztywności skrętnej w parach kinematycznych przy jednoczesnym założeniu nieskończenie dużej sztywności giętej ogniwi, pojęcie dokładności ruchu traci sens. Trajektorია założona i realizowana są identyczne .

Istniejące komputerowe systemy analizy dynamiki mechanizmów np. ADAMS, DADS ograniczają możliwość analizy tylko do układów sztywnych. Istnieje więc potrzeba opracowania metody analizy dynamiki łańcuchów kinematycznych uwzględniającej właściwości sprężysto-tłumiące układu, co umożliwi oszacowanie wielkości odkształceń statycznych oraz zaburzeń stanów równowagi dynamicznej ujawniających się w postaci drgań własnych tłumionych itp. Dokładność pozycjonowania członu roboczego agrorobota jest szczególnie istotna w przypadku zbioru owoców, ze względu na ich delikatność i możliwość uszkodzenia sąsiednich owoców i części zielonych.

## Cel i zakres pracy

Celem pracy jest badanie i ocena wpływu podatności więzów na dokładność pozycjonowania agrorobota o trzech stopniach swobody. W szczególności rozpatrzony został ruch po prostej tak położonej w przestrzeni roboczej, aby wystąpił ruch we wszystkich parach kinematycznych łańcucha pozycjonowania. Dla zadanego toru ruchu wyznaczono błędy pozycjonowania dla pięciu założonych wartości podatności skrętnej w parach obrotowych.

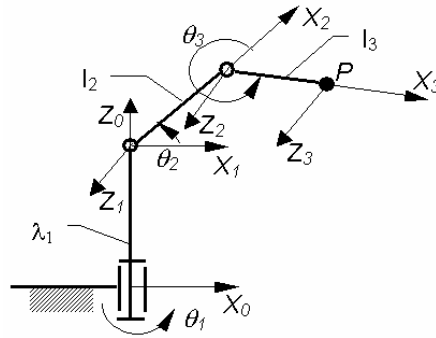
W celu oceny dokładności pozycjonowania agrorobota zbudowano matematyczny model dynamiki obejmujący:

- rozwiązanie zadania prostego i odwrotnego kinematyki,
- wyznaczenie energii kinetycznej i potencjalnej poszczególnych ogniwi,
- budowę różniczkowych równań ruchu ogniwi na podstawie równań Lagrange'a II rodzaju.

Badania symulacyjne przeprowadzono w programie Matlab (Simulink). Wyniki przedstawiono w postaci czasowych przebiegów błędów realizacji zamierzonego toru ruchu dla wybranych wartości sztywności skrętnej w parach obrotowych.

## Metodyka

Obiektem rozważań był zespół pozycjonowania agrorobota o trzech stopniach swobody umożliwiającą realizację ruchów przestrzennych (rys. 1).



Rys. 1. Schemat zespołu pozycjonowania agrorobota

Fig. 1. Diagramme of agrorobot positioning system

Korzystając z notacji Denavita-Hartenberga [Craig 1989] wprowadzono układy współrzędnych związane ogniwami oraz podstawą łańcucha kinematycznego (rys. 1.). Następnie wyznaczono :

- macierze przekształceń pomiędzy poszczególnymi układami współrzędnych,
- wektory położenia środków mas poszczególnych ogniw łańcucha kinematycznego w układzie współrzędnych podstawy,
- współrzędne wektorów prędkości środków mas ogniw, w układzie współrzędnych związanym z podstawą,
- prędkości kątowe ogniw względem nieruchomego układu współrzędnych,
- prędkości kątowe ogniw względem chwilowo unieruchomionych układów współrzędnych, których początki leżą w środkach mas ogniw, a osie są równoległe do odpowiednich osi układów współrzędnych związanych z ogniwami.

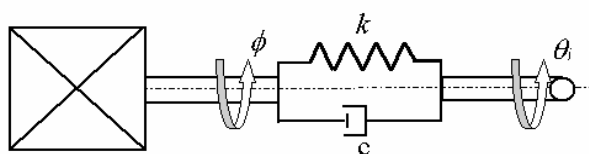
Wykorzystując uzyskane zależności oraz równania Lagrange'a drugiego rodzaju wyprowadzono równania ruchu zespołu pozycjonowania agrorobota:

$$\ddot{\theta}_1 d_{111} - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 d_{121} - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 d_{131} = M_1(t) \quad (1)$$

$$\ddot{\theta}_2 d_{222} + \ddot{\theta}_3 d_{332} - \dot{\theta}_1^2 d_{121} - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 d_{232} + \dot{\theta}_3^2 d_{232} + M_{2st} = M_2(t) \quad (2)$$

$$\ddot{\theta}_3 d_{333} + \ddot{\theta}_2 d_{332} - \dot{\theta}_1^2 d_{131} + M_{3st} = M_3(t) \quad (3)$$

Własności sprężysto-tłumiące więzów uwzględniono przez wprowadzenie do modelu trzech elementów odkształcalnych składających się z równoległego połączenia sprężyny i tłumika wiskotycznego stanowiących model Kelvina – Voigta (rys. 2.). Elementy te umieszczono między silnikami napędzającymi poszczególne ogniwa zespołu pozycjonowania a ogniwami (Szmidt, Wójcik 1996). Wykorzystując te elementy można również modelować własności sprężysto-tłumiące ogniw układu pozycjonowania.



Rys. 2. Schemat układu napędowego z uwzględnieniem elementów sprężysto-tłumiących

Fig. 2. Diagramme of power transmission system, taking into account spring-damping elements

Momenty obrotowe działające na ogniwa robocze wyrażono zależnością:

$$M_i = k(\phi - \theta_i) + c(\dot{\phi} - \dot{\theta}_i) \quad (4)$$

Wyznaczone w ten sposób momenty obrotowe stanowiły prawą stronę różniczkowych równań ruchu (wzór nr 1, 2, 3).

Komputerowa symulacja ruchu agrorobota została przeprowadzona w programie Matlab (Simulink). Program podzielono na osiem współpracujących modułów:

- generator toru ruchu chwytaka – w którym zadawane są początkowe i końcowe położenia chwytaka oraz prędkości i przyspieszenia dla zadanej trajektorii ruchu,
- zadanie odwrotne kinematyki – w którym wyznaczone są współrzędne konfiguracyjne ogniw w funkcji położenia chwytaka,
- prędkości i przyspieszenia ogniw – w którym wyznaczone są prędkości i przyspieszenia kątowe ogniw w funkcji położenia chwytaka,
- proste zadanie dynamiki – w którym wyznaczone są momenty napędowe na podstawie założonych wartości położenia, prędkości i przyspieszeń kątowych ogniw wynikających z przyjętej trajektorii ruchu,
- odwrotne zadanie dynamiki – w którym, poprzez całkowanie równań ruchu (wzór nr 1, 2 i 3), obliczane są rzeczywiste wartości charakterystyk ruchu

- ogniw z uwzględnieniem podatności i tłumienia w układach napędowych (wzór nr 4),
- zadanie proste kinematyki – w którym, na podstawie rzeczywistych charakterystyk ruchu ogniw wyznaczone są realizowane (rzeczywiste) położenia chwytaka,
  - błędy pozycjonowania w kierunku osi nieruchomego układu współrzędnych – obliczane jako wartość różnicy pomiędzy zadanymi i realizowanymi współrzędnymi chwytaka
  - wypadkowe błędy pozycjonowania obliczone jako pierwiastek z sumy kwadratów błędów w kierunku odpowiednich osi.

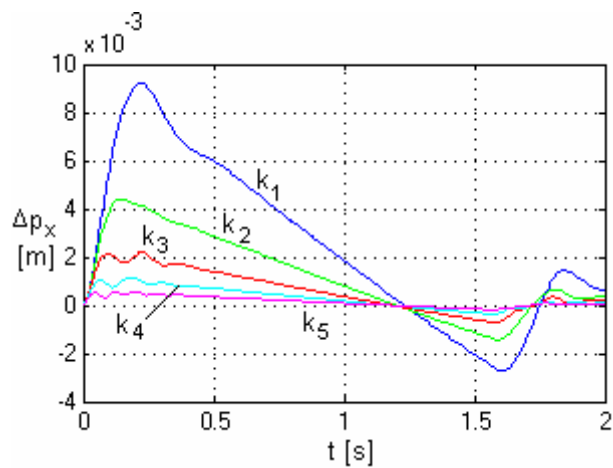
### Wyniki badań i ich analiza

W celu określenia wpływu podatności więzów na dokładność pozycjonowania agrorobota zaplanowano pięć wariantów obliczeń. Przyjęto następujące wartości sztywności skrętnej:  $k_1=2500$  Nm/rad,  $k_2=5000$  Nm/rad,  $k_3=10000$  Nm/rad,  $k_4=20000$  Nm/rad,  $k_5=40000$  Nm/rad dla których przeprowadzono symulację. Zaplanowany ruch odbywał się po linii prostej położonej w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny  $y_0z_0$  i tak położonej w przestrzeni roboczej, aby wystąpił ruch we wszystkich parach kinematycznych łańcucha pozycjonowania. Współrzędne początku i końca toru ruchu wynosiły odpowiednio P (1; -0,125; 0,784) i K (1; 0,125; 1,216).

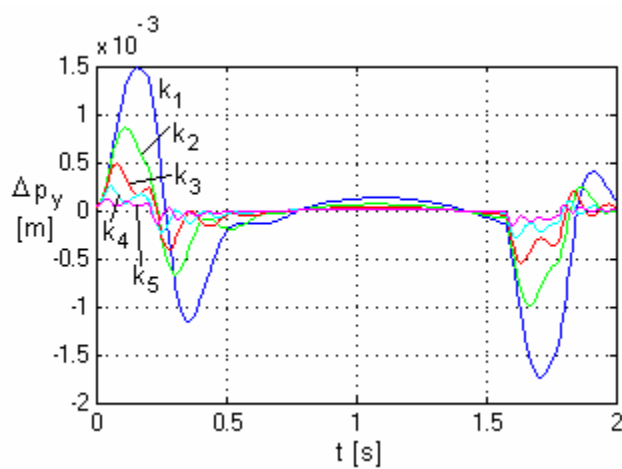
W przeprowadzonej komputerowej symulacji ruchu agrorobota przyjęto następujące dane i założenia:

- przyjęte długości ogniw wynoszą  $l_1=l_2=l_3=1$  m,
- zakres względnych prędkości kątowych w parach kinematycznych przyjęto w przedziale od  $\langle 0, 2\pi \rangle$ ,
- współczynnik tłumienia modelu Kelvina-Voigta przyjęto równy  $c=200$  Nms/rad,
- masy poszczególnych ogniw wynoszą  $m_1=m_2=m_3=5,3$  kg, momenty bezwładności  $J_{Y1}=J_{Y2}=J_{Y3}=J_{Z1}=J_{Z2}=J_{Z3}=0,442$  kgm<sup>2</sup> natomiast wartości  $J_{X1}, J_{X2}, J_{X3}$  jako istotnie mniejsze od pozostałych przyjęto równe zero,
- przyspieszenie liniowe chwytaka wynosiło  $a=1,6$  m/s<sup>2</sup>, zaś maksymalna prędkość liniowa  $v_{\max}=0,3$  m/s.

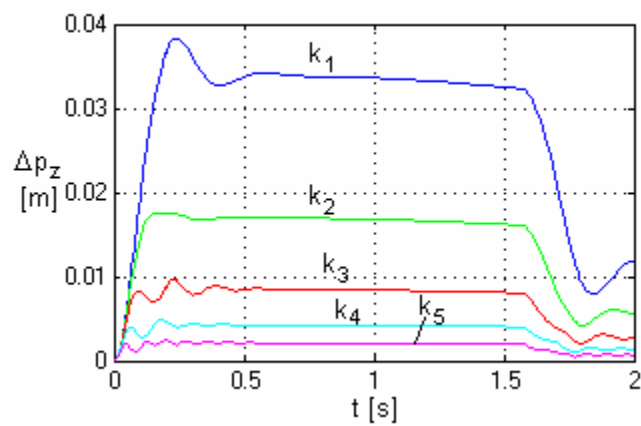
W wyniku przeprowadzonej symulacji ruchu układu pozycjonowania agrorobota uzyskano przebiegi składowych błędów położenia chwytaka w kierunku poszczególnych osi nieruchomego układu współrzędnych  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$  oraz błędu wypadkowego  $\Delta p$  w czasie ruchu po zadanej trajektorii.



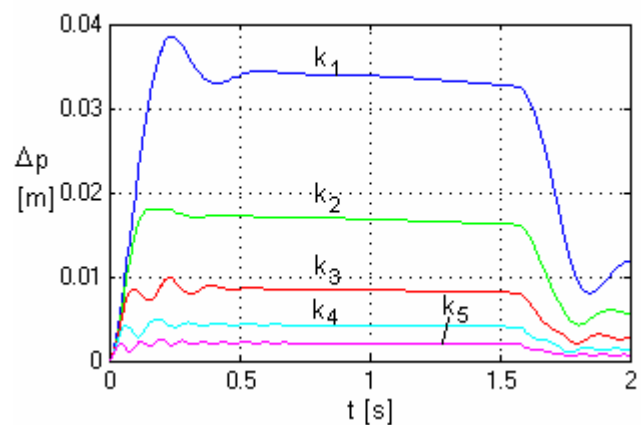
Rys. 3. Czasowe przebiegi błędów pozycjonowania w kierunku osi  $x_0$   
Fig. 3. Temporal courses of positioning errors in the direction of  $x_0$  axis



Rys. 4. Czasowe przebiegi błędów pozycjonowania w kierunku osi  $y_0$   
Fig. 4. Temporal courses of positioning errors in the direction of  $y_0$  axis



Rys. 5. Czasowe przebiegi błędów pozycjonowania w kierunku osi  $z_0$   
 Fig. 5. Temporal courses of positioning errors in the direction of  $z_0$  axis



Rys. 6. Czasowe przebiegi wypadkowych błędów pozycjonowania  
 Fig. 6. Temporal courses of resultants of positioning errors

## Wnioski

1. W badanym zakresie zmian współczynnika sztywności skrętnej  $k$ , przy stałym tłumieniu wiskotycznym, błędy pozycjonowania wahały się w zakresie od  $-2,5 \cdot 10^{-3} \text{m}$  do około  $4,0 \cdot 10^{-3} \text{m}$ .
2. Błędy pozycjonowania w kierunku osi  $x_0$ , mają największą wartość w fazie rozruchu i są około trzy razy większe niż w fazie hamowania. Charakter przebiegu błędów dla wszystkich przyjętych sztywności jest podobny. Zmiany te wynikają głównie ze zmian konfiguracji przestrzennej ogniów (położenia łańcucha kinematycznego w przestrzeni).
3. Największe błędy w kierunku osi  $y_0$  około  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{m}$  powstają w fazie ruchu nieustalonego, co wynika z pojawienia się sił bezwładności wynikających z przyjęcia odpowiednich przyspieszeń i opóźnień liniowych chwytaka w czasie ruchu po zadanej trajektorii. W fazie ruchu ustalonego błędy zmniejszają się o rząd wielkości, a wywołane siłami odśrodkowymi, Coriolisa.
4. We wszystkich wariantach obliczeń, niezależnie od przyjętej sztywności skrętnej, największą wartość osiąga błąd w kierunku osi  $z_0 - \Delta p_z$ . Spowodowane jest to dominującą rolą ugięć statycznych ogniów wynikających z uwzględnienia podatności więzów. Stąd też przebiegi i osiągnięte wartości błędów  $\Delta p_z$  i  $\Delta p$  są niemal identyczne (rys. 6 i 7),
5. Dla wszystkich prezentowanych przebiegów, w fazach ruchu nieustalonego, widoczne są zaburzenia stanów równowagi dynamicznej objawiające się w postaci drgań własnych tłumionych.
6. Wyznaczone przebiegi i wartości błędów pozycjonowania mogą być wykorzystane do doboru podatności więzów w funkcji planowanych zadań agrobotów i wymaganej dokładności pozycjonowania.

## Bibliografia

Craig J.J. 1989. Introduction to Robotics. Mechanics and Control. Addison-Wesley Publ. Comp.

Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K. 2002. Teoria mechanizmów i manipulatorów, WNT, Warszawa.

Szmidt A., Wójcik S. 1996. Symulacja komputerowa ruchu elementów mechanizmu wykonawczego koparki w ekstremalnych warunkach pracy. Materiały XV Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Dydaktycznej Teorii Maszyn i Mechanizmów, s. 230-237.



## **IMPACT OF SUSCEPTIBILITY OF CONSTRAINTS ON THE POSITIONING ACCURACY OF THE AGROROBOT**

### **Summary**

The study presents results of a computer simulation of agrorobot movement for five selected torsional rigidity values in couples of rotations. The analysis of kinematics was done by using the matrix method. Equations of motions were derived from Lagrange equations of the second kind. The simulation tests were performed in Matlab (Simulink) program. The results were presented in the form of temporal courses of execution errors in the planned movement trajectory.

**Key words:** agrorobot, kinematics, dynamics, simulation, positioning accuracy, susceptibility of constraints