

Sambor GUZE, Leszek SMOLAREK
Akademia Morska, Gdynia

OCENA CZUŁOŚCI MODELI OPERACYJNO-EKSPLOATACYJNYCH

Słowa kluczowe

Czułość, proces eksploatacji, ocena ryzyka.

Streszczenie

W artykule zdefiniowano i opisano podstawowe modele procesu operacyjno-eksploatacyjnego. Podano definicję czułości funkcji oraz jej własności. Przeprowadzono analizę elastyczności jednego, wybranego modelu procesu operacyjno-eksploatacyjnego. Pokazano przykład zastosowania.

Wprowadzenie

Podstawą każdego procesu transportowego jest proces eksploatacji. Przy modelowaniu bezpieczeństwa i niezawodności warunki eksploatacji mogą być ustalone albo zmienne. Dodatkowo możemy zakładać, że proces eksploatacji może być markowski lub semi-markowski [1, 3, 4, 12].

Najczęściej przy analizie i modelowaniu bezpieczeństwa czy niezawodności przyjmuje się założenie, że omawiany proces odbywa się w zmiennych warunkach. Ma to szczególnie uzasadnienie w przypadku transport morskiego i lotniczego, które są wystawione na zmienne warunki atmosferyczne [4, 6, 8]. Główną cechą natury jest jej nieprzewidywalność i dynamizm. To wymusza podejmowanie szybkich decyzji i akcji [7, 9–12]. Przy modelowaniu istotna jest ocena czy tworzony model odpowiada opisywanej sytuacji. Istnieje szereg me-

to oceny takich modeli. Wśród nich wyróżnić można badanie elastyczności modelu. Parametr ten jest funkcją opisującą korelację badanego modelu [2].

Artykuł podejmuje próbę analizy elastyczności [2] dla modelu eksploatacyjnego [4] dla wybranych parametrów.

2. Podstawowe oznaczenia

Dla procesu eksploatacji zakładamy, że [4]:

X_{ij} – dwuwymiarowa, binarna zmienna losowa, reprezentująca losowy stan elementu e_{ij} , która jest równa 1, gdy element e_{ij} jest wolny oraz równa się 0, w przeciwnym przypadku $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l_i$,

$p_{ij} = P(X_{ij} = 1)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia, że element e_{ij} jest wolny, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l_i$,

$q_{ij} = 1 - p_{ij} = P(X_{ij} = 0)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia, że element e_{ij} jest zajęty, dla $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l_i$,

$A_{k,n}^l$ – zdarzenie, gdy co najmniej k kolejnych bloków z n jest wolnych,

$B_{k,n}^l$ – zdarzenie, gdy dokładnie k kolejnych bloków z n jest wolnych,

$C_{k,n}^l$ – zdarzenie, gdy co najwyżej k kolejnych bloków z n jest wolnych,

$P_{k,n}^l = P(A_{k,n}^l) = P(X_{k,n}^l = 1)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia $A_{k,n}^l$,

$\overline{P}_{k,n}^l = 1 - P_{k,n}^l = P(X_{k,n}^l = 0)$ – prawdopodobieństwo, że nie zachodzi zdarzenie $A_{k,n}^l$,

r_{ij} – współczynnik ważności elementu e_{ij} , dla $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l_i$.

3. Modelowanie procesu eksploatacyjno-operacyjnego

Do opisu modelu procesu eksploatacyjno-operacyjnego są używane następujące definicje [4].

Definicja 1. Systemem nazywamy drogę wodną lub pas dróg wodnych przed jednostką pływającą, podzielone na n równych segmentów.

Definicja 2. System nazywamy jednorodnym, kiedy dla każdego $j = 1, 2, \dots, n$, bloki Y_j mają te same rozkłady funkcji dystrybuanty.

Definicja 3. System nazywamy niejednorodnym, kiedy istnieje co najmniej jedna para zmiennych losowych X_{ij} , z innymi funkcjami dystrybuanty.

Definicja 4. Stanem systemu nazywamy n wymiarowy wektor binarny, który jest równy 1, kiedy j -ty blok is operacyjnie sprawny i równy 0 w przeciwnym przypadku.

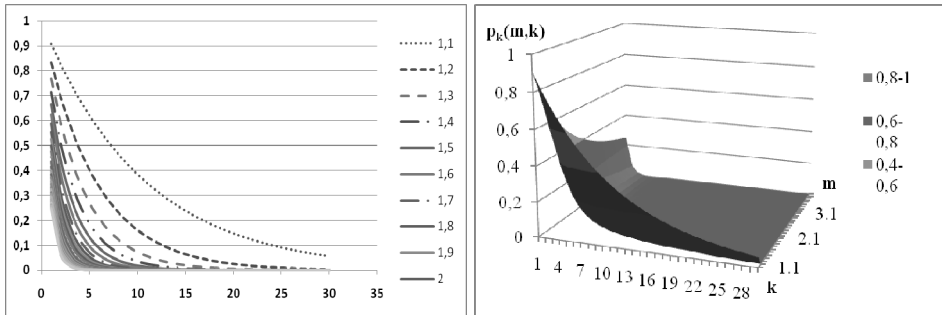
Definicja 5. Blok $Y_j, j=1, \dots, n$ jest sprawny operacyjnie, wtedy i tylko wtedy, gdy każda komórka bloków jest wolna.

$$Y_j = \min_i \{ X_{ij} \}, \quad i = 1, 2, \dots, l$$

W dalszej części rozpatrywane są pewne klasy modeli. Są one opisane różnymi rozkładami zmiennych losowych $X_{ij}, i = 1, 2, \dots, l, j = 1, 2, \dots, n$, tzn. przez następujące typy rozkładów.

Klasa 2. Prawdopodobieństwa p_k dane są następującą formułą:

$$p_k(m, k) = \left(\frac{1}{m} \right)^k, \quad \text{gdzie } k \in N, \quad m \in (1, \infty) \quad (1)$$



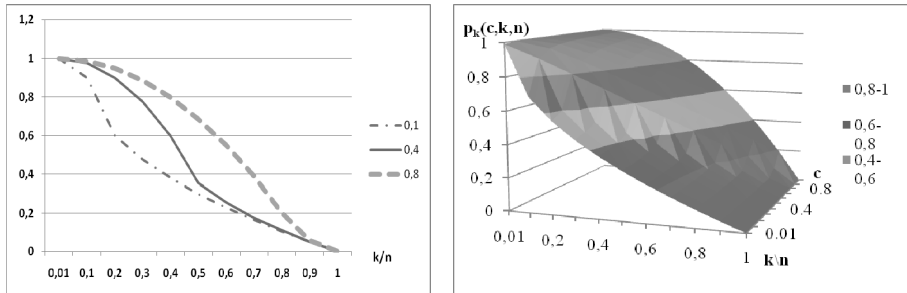
Rys. 1. Wpływ wartości parametru m na $p_k(m, k)$

Wraz ze wzrostem prawdopodobieństwo $p_k(m, k)$ jest funkcją rosnącą argumentu m .

Klasa 3. Prawdopodobieństwa p_k dane są następującą formułą:

$$p_k(c, k, n) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{c} \left(\frac{k}{n} \right)^2 & \text{for } k \leq c \cdot n \\ 1 - c - \sqrt{(1-c) \left(\frac{k}{n} - c \right)} & \text{for } k > c \cdot n \end{cases} \quad (2)$$

gdzie $c < 1, k \in N$.

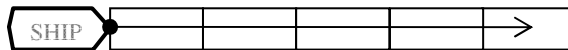


Rys. 2. Wpływ parametru c na $p_k(c, k, n)$

Prawdopodobieństwo p_k jest malejącą funkcją typu s ze względu na proporcję k/n dla wszystkich dopuszczalnych wartości parametru c .

3.1. Statek na głównym torze wodnym – przypadek z jednym pasem

Zakłada się, że $l = 1, i = 2, j = 1, 2, \dots, n$, tzn. rozpatrywana jest droga długości n przed statkiem (rys. 3).



Rys. 3. Statek na głównym torze wodnym – przypadek z jednym pasem

Otrzymujemy następujące twierdzenie.

Twierdzenie 1. Prawdopodobieństwo zdarzenia $B_{k,n}$ dane jest formułą

$$P(B_{k,n}) = q_{k+1} \prod_{r=1}^k p_r, \quad k \in N \quad (3)$$

Stąd dla każdej wymienionej klasy modeli oraz zgodnie z (1) – (2) dostajemy następujące równania.

W przypadku *Klasy 2*

$$P(B_{k,n}) = \left(1 - \left(\frac{1}{m} \right)^{k+1} \right) \prod_{r=1}^k \left(\frac{1}{m} \right)^r, \quad m, k \in N \quad (4)$$

$$P(B_{k,n}) = \prod_{r=1}^k \left(\frac{(m-1)^{k+1}}{m^{k+r+1}} \right), \quad m, k \in N \quad (5)$$

Dla klasy 3

$$P(B_{k,n}) = \begin{cases} \frac{1}{c} \left(\frac{k+1}{n} \right)^2 \prod_{r=1}^k \left(1 - \frac{1}{c} \left(\frac{r}{n} \right)^2 \right) & k \leq c \cdot n \\ \left(c + \sqrt{(1-c) \left(\frac{k+1}{n} - c \right)} \right) & \\ \prod_{r=1}^k \left(1 - c - \sqrt{(1-c) \left(\frac{r}{n} - c \right)} \right) & k > c \cdot n \end{cases}, \quad (6)$$

gdzie $k \in N$, $c < 1$.

4. Czulość funkcji

Definicja 6. Czulość ε_d funkcji $E=f(x)$ w punkcie x , wyrażona jest następującą zależnością:

$$\varepsilon_d = \frac{dE}{dx} \cdot \frac{x}{E} \quad (7)$$

To znaczy, że elastyczność funkcji w punkcie x jest przybliżoną miarą procentowego przyrostu lub spadku wartości funkcji odnoszącego się do 1% wzrostu argumentu.

Z drugiej strony, w przypadku funkcji wielu zmiennych, definiuje się cząstkową elastyczność.

Definicja 7. Czulość cząstkowa ε_{Ux_i} funkcji $U = U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dana jest następującym równaniem:

$$\varepsilon_{Ux_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{U}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Lemat 1.

Mówimy, że funkcja $E=f(x)$ jest $\begin{cases} \text{czuła} & \text{jeśli } \varepsilon_d > 1 \\ \text{neutralna}, & \text{jeśli } \varepsilon_d = 1. \\ \text{nieczuła}, & \text{jeśli } \varepsilon_d < 1 \end{cases}$

5. Czulość modelu procesu eksploatacyjno-operacyjnego

Rozpatrując (1), *Klasa 2* otrzymuje następującą zależność dla pochodnej funkcji prawdopodobieństwa p_k :

$$\frac{dp_k(m, k)}{dm} = -k \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^{k+1} \quad (9)$$

Stąd, nawiązując do (7) czulość funkcji prawdopodobieństwa przyjmuje postać

$$\varepsilon_d = -k. \quad (10)$$

Biorąc pod uwagę (2), *Klasa 3* otrzymuje następującą formułę dla pochodnej funkcji prawdopodobieństwa p_k :

$$\frac{dp_k(c, k, n)}{dc} = \begin{cases} \left(\frac{k}{cn}\right)^2 & k < cn \\ -1 + \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{1-c}{\frac{k}{n}-c}} + \sqrt{\frac{\frac{k}{n}-c}{1-c}} \right] & k > nc \end{cases} \quad (11)$$

Stąd, korzystając z (7) czulość funkcji prawdopodobieństwa wyraża się następująco

$$\varepsilon_d = \begin{cases} \frac{k^2}{cn^2 - k^2} & \text{for } k \leq c \cdot n \\ \frac{\left(2c - \frac{k}{n} - 1\right)}{2\sqrt{(1-c)\left(\frac{k}{n} - c\right)}} \cdot \frac{c}{\left[c - 1 + \sqrt{(1-c)\left(\frac{k}{n} - c\right)}\right]} - 1 & \text{for } k > c \cdot n \end{cases} \quad (12)$$

6. Zastosowania

Zalóźmy, że rozpatrujemy model *Klasy 3*. Dalej zakładamy również, że $k = 3$, $n = 15$, $c \in (0, 1)$. Rozpatrujemy c jako parametr do analizy czulości. Przy tych założeniach równanie (2) otrzymuje następującą postać:

$$p_3(c,3,15) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{c} \left(\frac{3}{15} \right)^2 & \text{for } 3 \leq c \cdot 15 \\ 1 - c - \sqrt{(1-c) \left(\frac{3}{15} - c \right)} & \text{for } 3 > c \cdot 15 \end{cases} \quad (13)$$

i biorąc pod uwagę równanie (10) wartości wybranej czułości funkcji prawdopodobieństwa są pokazane w tab. 1.

Tabela 1. Wartości punktowej czułości ze względu na parametr c

c	ε_d
0,1	-0,7222222
0,2	0,25
0,3	0,15384615
0,4	0,11111111
0,5	0,08695652
0,6	0,07142857
0,7	0,06060606
0,8	0,05263158
0,9	0,04651163
1	0,04166667

Biorąc pod uwagę Lemat 1, wnioskować można, że funkcja prawdopodobieństwa procesu eksploatacyjno-operacyjnego modelu z *Klasy 3* jest nieelastyczna (nieczuła)

Wnioski

Wprowadzono podstawowe oznaczenia i definicję procesu eksploatacyjno-operacyjnego.

Zaproponowano dwie klasy modeli dla procesu operacyjno-eksploatacyjnego zależnych od różnych parametrów. Opisano szczególnie przypadek, gdy rozważamy model z jednym pasem.

W następnym kroku zaprezentowano koncepcję czułości funkcji oraz jej przykładowe zastosowanie.

Podany przykład pokazuje możliwość praktycznego wykorzystania pojęcia czułości funkcji. Dane zawarte w tab. 1 pokazują, że można ustalić wartość graniczną, na przykład 0,45 dla czułości funkcji. Jest to wyraz siły zmian modelu ze względu na parametr c .

Czułość modelu *Klasy 2* jest stała dla każdego k , tzn. nie jest zależna od zmian parametru m . Stąd model ten może być wykorzystany do modelowania tzw. „średniego” statku.

Modele *Klasy 3* biorą pod uwagę subiektywne odczucia nawigatora odnoszące się do poziomu akceptowalnego ryzyka. Dla tej klasy modeli równania opisujące czułość są bardziej skomplikowane i dlatego do interpretacji tej wielkości potrzeba jest reprezentacji tabelarycznej.

Bibliografia

1. Barlow R. E., Proschan F.: *Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Probability Models*. Holt Rinehart and Winston, Inc., 1975, New York.
2. Chiang, A.C.: *Fundamental methods of mathematical economics*. McGraw-Hill, 1994, New York.
3. Guze S., Kołowrocki K, Soszyńska J.: *Modelling environment and infrastructure influence on reliability and operation processes of port transportation systems*. *Journal of Konbin*, Vol. 1, No 1(4) 2008, 25–38.
4. Guze S., Smolarek L.: *Application of cellular automata theory methods to assess the risk to the ship routes*. 2009, Szczecin. (paper submitted to MTE Conference 2009).
5. Luszniak E.: *Problem of conceptual foundation for safety of navigation*. *Proceedings of the Conference Seas & Oceans, Szczecin – Międzyzdroje*, 2001, 369–376,
6. Luszniak E.: *The use of AIS for the maintenance of navigational safety*, *Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie*, Nr 2 (74), 2004, Szczecin.
7. Pietrzykowski Z.: *Procedury decyzyjne w sterowaniu statkiem morskim*. *Zeszyty Naukowe WSM Szczecin*, Nr 72, 2003, Szczecin.
8. Pietrzykowski Z.: *Assessment of the navigational safety level in ship encounter situations in an open area*. *Proceedings of the 12th International Scientific and Technical Conference on Marine Traffic Engineering – MTE. Szczecin 2007*, 299–306.
9. Purcz A.: *Ship collision aspect unique to inland waterways*. *Ship Collision Analysis*. Gluver H. And Olsen D. (edts.), Balkema, Rotterdam 1998.
10. Smolarek L.: *Human Reliability at Ship Safety Consideration*. *Journal of Konbin, Publisher Versita, Vol.5, Nr 2 / 2008, Warszawa*, pp. 191–20.
11. Szlarczyński R.: *A New deterministic method of Winding safe ship trajectory for any convex domain*. *Proceedings of the XV-th International Scientific and Technical Conference “The Role of Navigation in Support of Human Activity on the Sea”*, Gdynia 2006.

12. Zając M., Budny T.: The development of semi-Markov transportation model. Proceedings of the European Safety and Reliability Conference – ESREL, Walencja, 2008, Vol. 4, 3237–3245.

Recenzent:

Lech BUKOWSKI

Elasticity Analysis in Risk Assessment of Models of Operation Process

Key-words

Elasticity, operation process, risk assessment.

Summary

The article defines and describes the basic operation process models. The definition of the elasticity of function and its properties are given. An analysis of the elasticity of a single selected model of the operation process is carried out. Further, an example of the application is shown.

