

ADAPTACJA FUNKCJI GEOSTATYSTYCZNEJ DO ANALIZY RZESTRZENNEGO ROZKŁADU DWUSKŁADNIKOWEJ MIESZANINY ZIARNISTEJ

Piotr Kokoszka

Mathematics and Statistics, Utah State University

Jolanta Królczyk, Marek Tukiendorf

Katedra Techniki Rolniczej i Leśnej, Politechnika Opolska

Streszczenie: W artykule przedstawiono sposób wykorzystania funkcji geostatystycznej (funkcja K) do analizy przestrzennego rozkładu niejednorodnej, dwuskładnikowej mieszaniny ziarnistej. Informacja o współrzędnych położenia punktów (traseira) w mieszalniku, uzyskiwana dzięki komputerowej analizie obrazu, posłużyła do przedstawienia metodyki prowadzenia badań, mających na celu określenie rozkładu dwuskładnikowej mieszaniny ziarnistej. W badaniach wykorzystano dwa układy ziarniste (gorczyca-wyka oraz gorczyca-ołów), różniące się stosunkiem średnic i stosunkiem gęstości. Analiza wykresów funkcji K pozwoliła na obserwację regularnego rozmieszczenia traseira dla układu gorczyca-wyka oraz grupowania się traseira w przypadku układu gorczyca-ołów. Przeprowadzenie analizy błędów względnych pozwoliło określić, w którym z prezentowanych przekrojów poprzecznych uzyskano najlepsze oraz najgorsze wymieszanie składników.

Słowa kluczowe: materiał ziarnisty, niejednorodna mieszanina ziarnista, funkcja geostatystyczna, komputerowa analiza obrazu

Wprowadzenie

Mieszaniny ziarniste to układy złożone z komponentów różniących się cechami, tj. wymiarami ziaren, kształtami ziaren, gęstością właściwą i nasypową itp. [Boss 1987]. Parametry te, obok typu zastosowanego mieszalnika oraz warunków prowadzenia procesu, mają decydujący wpływ na jakość mieszanin w procesach technologicznych przemysłu rolno-spożywczego [Boss, Tukiendorf 1997]. Parametry te wpływają na proces homogenizacji układów niejednorodnych, uzyskiwany w wyniku procesu mieszania.

Do oceny jakości mieszanin ziarnistych opracowano wiele miar. Miary wynikające z używanych dotychczas wskaźników przedstawionych m.in. przez Rose'a [Rose 1959], Danckwertsa [Danckwerts 1952], Lacey'a [Lacey 1943] nie są zasadne we wszystkich warunkach prowadzenia procesu mieszania i mogą przez to wprowadzać nieprawdziwe informacje [Tukiendorf 2002]. Ocena jakości oparta tylko na podstawie analizy sitowej traseira w kolejnych przekrojach zbiornika może prowadzić do formułowania nie zawsze prawdziwych twierdzeń. Udział objętościowy traseira może być jednakowy we wszystkich

przekrojach mieszalnika, ale równie ważny jest również rozkład samego traseru na powierzchni przekroju. Traser może gromadzić się w rdzeniu zbiornika, na jego obrzeżach, jak również może mieć rozkład losowy [Boss, Krótkiewicz, Tukiendorf 2002]. Niedoskonałość oraz ograniczony zakres stosowania poszczególnych metod oceny jakości skłania do poszukiwania nowych, uniwersalnych sposobów opisu stanu i jakości mieszanin ziarnistych.

Cel badań

Celem badań była próba adaptacji funkcji geostatystycznej K do analizy przestrzennego rozkładu niejednorodnej, dwuskładnikowej mieszaniny ziarnistej. Informacja o współrzędnych położenia punktów traseru w mieszalniku posłużyła do przedstawienia metodyki prowadzenia badań dowolnej mieszaniny ziarnistej. Na przykładzie dwóch wybranych przekrojów (2 i 9) mieszalnika przesywowego dokonano oceny rozkładu obserwowanych cząstek traseru w oparciu o uzyskane zapisy cyfrowe ich położenia po krokach mieszania. Założono, że zastosowanie funkcji K będzie dobrym statystycznym sposobem opisu stanu zmieszania.

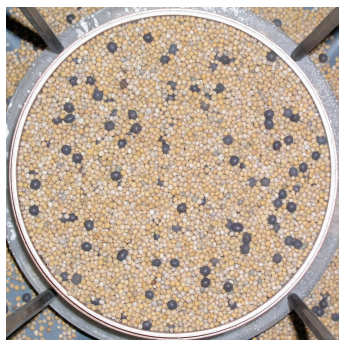
Metodyka badań

Mieszanie w przesywie

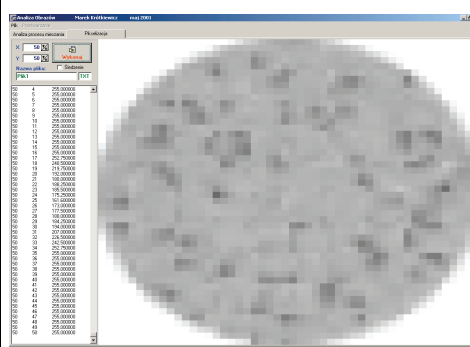
Mieszano dwuskładnikowe układy ziarniste metodą kolejnych przesywów w mieszalniku laboratoryjnym. Pierwszy układ to ołów-gorzycza o wymiarach średnic: ołów 4–4,5 mm, gorzycza 2,5–3 mm, $d_1/d_2=1,55$ oraz stosunek gęstości $\rho_1/\rho_2=8,25$. Drugi układ stanowiła gorzycza i wyka o wymiarach średnic odpowiednio 2,5–3 mm i 4–4,5 mm, $d_1/d_2=1,55$ oraz stosunku gęstości składników $\rho_1/\rho_2=0,97$. Mieszaniu poddawano dwa układy ziarniste w taki sam sposób – dokonując przesywu z jednego zbiornika do drugiego umieszczonego w konstrukcji jeden nad drugim zamieniając zbiorniki miejscami. Proporcje objętościowe składników wynosiły 1:9 – traser (ołów i wyka): wypełniacz (gorzycza w obydwu układach). Każdy zbiornik składał się 10 rozbieralnych pierścieni o tej samej objętości. Przed rozpoczęciem mieszania traser w każdym z układów znajdował się w piątym segmencie. Mieszano na drodze 10 kolejnych przesywów, czyli do momentu osiągnięcia przez układ stanu równowagowego [Tukiendorf 2002]. Budowa i opis mieszalnika zostały przedstawione w pracach Bossa i Tukiendorfa [Boss, Tukiendorf 1997a, 1997b].

Komputerowa analiza obrazu

Rozbieralna konstrukcja mieszalnika umożliwiła cyfrowy zapis obrazu poszczególnych powierzchni przekrojów poprzecznych w zależności od liczby kroków mieszania. Każdy z uzyskanych obrazów (rys. 1) poddano następnie komputerowej analizie (rys. 2). Celem przeprowadzenia analizy było otrzymanie współrzędnych położenia traseru na podstawie surowych map przekroju zapisanych w formacie 2^8 bpp (skali szarości). Na podstawie programu przypisano naturalnym odcieniom traseru (ołowiu i wyki) wartość 1, natomiast gorzycy wartość 0. W ten sposób zlokalizowano ziarna traseru w każdym przekroju poprzecznym oraz określono ich współrzędne.



Rys. 1. Przykładowy obraz przekroju poprzecznego zbiornika. Surowy obraz przekroju [opracowanie własne autorów]
 Fig. 1. Exemplary image of the mixer cross-section. A rough map of the section (bmp) [own study]



Rys. 2. Komputerowa analiza obrazu w programie PATAN® [opracowanie własne autorów]
 Fig. 2. Computer analysis of the image. PATAN® programme [own study]

Analiza statystyczna

Sposób rozkładu traseru na powierzchni mieszanych materiałów można opisać wykorzystując jedną z funkcji geostatystycznych dostępnych w pakiecie S-PLUS [S-PLUS 4.0] – funkcję K. Analiza rozkładu przestrzennego obserwowanych cząstek dotyczy zbioru punktów nieregularnie rozłożonych w ograniczonym obszarze powierzchni. Rozkład punktów może dotyczyć zarówno opisu zjawisk (zdarzeń) występujących w przyrodzie, np. trzęsień ziemi, jak również występowania chorób czy rozmieszczenia miast. Zbiory danych do przeanalizowania mogą zawierać oprócz współrzędnych dodatkowe informacje związane z tymi współrzędnymi, np. drzewa występujące na danym obszarze wraz z danymi o średnicy zmierzonej na określonej wysokości lub rozmieszczenie określonego gatunku drzew, występujących pośród innych drzew [Kaluźny i in. 1996]. Jak już wspomniano, w badaniach podjęto próbę adaptacji geostatystycznej funkcji K do analizy rozkładu traseru na powierzchni poszczególnych przekrojów. Własności przestrzennego rozkładu punktów opisujące występujące pomiędzy nimi zależności mogą być łatwo określone za pomocą funkcji K. Funkcja K definiowana jest następująco:

$$K(d) = \lambda^{-1} E \text{ [liczba punktów } \leq \text{ odległość } d \text{ od ustalonej arbitralnie],}$$

gdzie:

- λ – intensywność (liczba punktów w jednostce powierzchni),
- E – wartość oczekiwana (liczba punktów \leq odległość d od ustalonej arbitralnie) [Kaluźny i in. 1996],

Estymator dla powyższej funkcji K podał Ripley [Ripley 1976]. Funkcja K ma taką zaletę, iż jej teoretyczna wartość jest znana dla kilku przydatnych modeli przestrzennego rozkładu. Przykładem funkcji K dla jednorodnego procesu bez występowania przestrzennych zależności pomiędzy punktami w przestrzeni może być wykres funkcji Πd^2 . W przypadku, gdy punkty grupują się w pewnym obszarze, będziemy spodziewać się przewagi wydarzeń dla małych odległości, a więc funkcja $K(d)$ będzie większa od Πd^2 ($K(d) > \Pi d^2$) wyznaczona dla procesu homogenicznego. Jeśli funkcja $K(d)$ jest mniejsza od Πd^2 ($K(d) < \Pi d^2$), wówczas punkty rozłożone są regularnie.

Wyniki badań pomiarowych

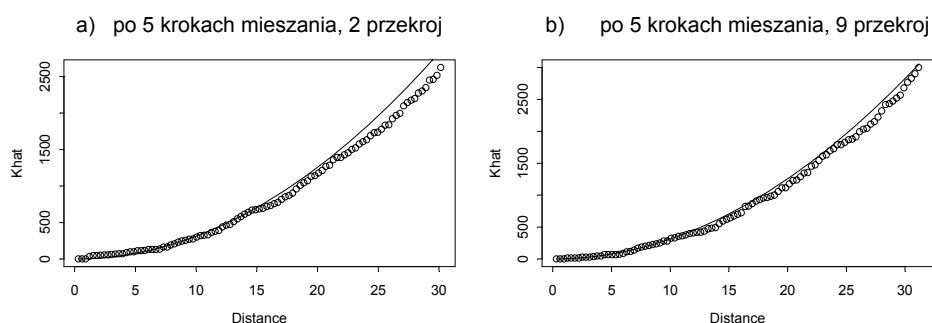
Wyniki badań w postaci wykresów funkcji K zaprezentowane zostały dla przykładowych przekrojów mieszalnika (dla drugiego i dziewiątego) po pięciu krokach mieszania. Obliczeń dokonano w programie S-PLUS [S-PLUS 4.0].

Wykresy uzyskane dla układu gorczyca-wyka (por. rys. 1) przedstawione zostały na rys. 3.

Linia ciągła (rys. 3 i 4) stanowi linię odniesienia Πd^2 funkcji K , powyżej której znajdują się punkty w przypadku grupowania się cząstek traseru. Jeżeli występuje regularność rozmieszczenia cząstek traseru, wówczas punkty znajdują się poniżej linii odniesienia.

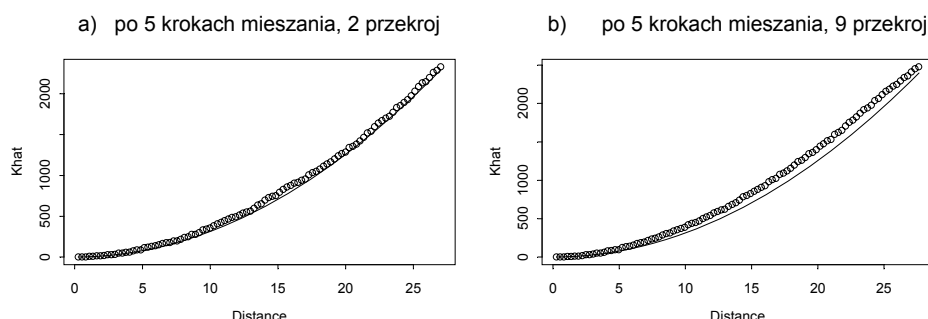
Grupowanie się punktów można zobrazować opisanym w literaturze rozkładem traseru rdzeniowym oraz pierścieniowym [Boss, Tukiendorf 1997]. Takie położenie cząstek jest niepożądane w mieszaniu materiałów ziarnistych, gdyż celem mieszania jest uzyskanie mieszaniny homogenicznej, w której traser ma rozkład losowy.

Analizując rozkład traseru (wyki) na wykresach rys. 3a i 3b widoczna jest regularność rozmieszczenia cząstek i na tej podstawie można wyciągnąć wniosek o rozmieszczeniu losowym, które jest najbardziej pożądane w mieszaniu materiałów ziarnistych. Wykresy na rys. 4a i 4b świadczą o grupowaniu się traseru (ołowiu) w prezentowanych przekrojach.



Rys. 3. Wykres funkcji K wykreślony dla układu gorczyca-wyka po 5 krokach mieszania dla 2 oraz 9 przekroju poprzecznego zbiornika [opracowanie własne autorów]

Fig. 3. Graph of the K function for the granular structure mustard-vetch after 5 steps of mixing for 2 and 9 cross-section of the mixer [own study]



Rys. 4. Wykres funkcji K wykreślony dla układu gorczyca – ołów po 5 krokach mieszania dla 2 oraz 9 przekroju poprzecznego zbiornika [opracowanie własne autorów]

Fig. 4. Graph of the K function for the granular structure mustard – lead after 5 steps of mixing for 2 and 9 cross-section of the mixer [own study]

Jak widać z wykresów zarówno grupowanie się punktów, jak i rozmieszczenie równomierne może mieć większy lub mniejszy udział. Z tego też względu dokonano porównania błędów względnych dla wszystkich wykresów (rys. 3 i 4).

Dokonując analizy błędów względnych dla poszczególnych wykresów, które wynoszą odpowiednio dla rys. 3a $d=0,36\%$, dla rys. 3b $d=0,14\%$, dla rys. 4a $d=0,15\%$, dla rys. 4b $d=0,24\%$, można określić, w którym z badanych przekrojów uzyskano najlepsze wymieszanie składników (największa wartość błędu względnego) w przypadku rozmieszczenia losowego ($K(d) < \Pi d^2$).

W sytuacji odwrotnej, a więc w przypadku grupowania się punktów ($K(d) > \Pi d^2$), tak jak ma to miejsce w rozmieszczeniu pierścieniowym i rdzeniowym, największa wartość błędu względnego świadczy o najgorszym rozmieszczeniu traseru w analizowanych przekrojach.

Grupowanie punktów dla układu gorczyca-ołów można tłumaczyć dużą różnicą gęstości mieszanych materiałów. W przypadku drugiego układu (gorczyca-wyka) stosunki gęstości materiałów są podobne, co ma wpływ na lepsze zmieszanie składników, widoczne na rys. 3 jako rozkład równomierny punktów.

Zaprezentowana metodyka badań może posłużyć do obserwacji rozkładu traseru w zbiorniku w poszczególnych przekrojach poprzecznych oraz w zależności od liczby kroków mieszania dla różnych mieszanin ziarnistych, dwuskładnikowych. Coraz większa dostępność narzędzi komputerowej analizy skłania do poszukiwania nowych sposobów opisu jakości mieszanin ziarnistych w oparciu o tę metodę.

Wnioski

1. Zastosowanie funkcji K pozwoliło na obserwację i statystyczną identyfikację regularnego rozmieszczenia traseru dla układu gorczyca-wyka oraz grupowania się traseru dla układu gorczyca-olów.
2. W przypadku pierwszego układu (gorczyca-wyka) można wyciągnąć wniosek o rozmieszczeniu losowym, które jest najbardziej pożądane w mieszaniu materiałów ziarnistych.
3. Zaproponowana metoda pozwala na uzyskanie informacji o stanach rozkładu różnych od stanu losowego ($K(d) > \Pi d^2$), ale w sensie statystycznym nie daje możliwości zdefiniowania, czy jest to rozkład rdzeniowy czy pierścieniowy.
4. Analiza błędów względnych pozwala określić, w którym z prezentowanych przekrojów poprzecznych uzyskano najlepsze oraz najgorsze wymieszanie składników.
5. Połączenie warsztatu komputerowej analizy obrazu z warsztatem statystycznym jest tanim i szybkim sposobem analizy rozkładu traseru w mieszalniku.

Bibliografia

- Boss J.** 1987. Mieszanie materiałów ziarnistych. PWN, Warszawa–Wrocław. ISBN 83-01-07058-7
- Boss J., Tukiendorf M.** 1997a. Mixing of granular materials using the method of funnel-flow. *Powder Handling & Processing* 9, No. 4 October/December, s. 341-343.
- Boss J., Tukiendorf M.** 1997b. *Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Inżynieria Chemiczna*, Nr 22, s. 30-38.
- Boss J., Krótkiewicz M., Tukiendorf M.** 2002. Porównanie metod oceny jakości stanu mieszaniny ziarnistej podczas mieszania w przesypie *Inżynieria Rolnicza* 4 (37), s. 27-32.
- Danckwerts P.V.** 1952. The definition and measurement of some characteristic of mixtures, *Appl. Sci. Res. Hague A3*, s. 279-296.
- Kaluźny S.P., Vega S.C., Cardoso T.P., Shelly A.A.** 1996. *S+SPATIALSTATS – User’s Manual*. MathSoft Inc., Seattle. s. 161-186.
- Lacey P.M.C.** 1943. The mixing of solid particles, *Trans. Inst. Chem. Eng.* 21, s. 53-59.
- Ripley B.D.** 1976. The second-order analysis of stationary point processes. *Journal of Applied Probability*. 13:255-266.
- Rose H.E.** 1959. A suggested equation relating to the mixing of powders and its application to the study of the performance of certain types of machine, *Trans. In. Chem. Eng.* 37, s. 47-64.
- Tukiendorf M.** 2002. Sposoby oceny jakości mieszanin ziarnistych w zbiornikach. *Acta Scientiarum Polonorum, Technica Agraria* 1 (2), s. 51-59.
- S-PLUS 4.0 Release for Windows Copyright © 1988-97 Mathsoft, Inc.

GEOSTATISTIC FUNCTION ADAPTATION FOR ANALYZING SPATIAL POINT PATTERNS OF THE TWO-COMPONENT GRANULAR BLEND

Summary. In the paper a way adopting geostatistic function (K function) for the spatial point pattern analysis of non-homogenous, two component granular blend has been proposed. Information on tracer points coordinates in a mixer was obtained from the computer picture analysis and used to present the research methodology, describing patterns of the two-component granular blend. The study has been conducted for two granular components (mustard-vetch and mustard-steel) with different diameter and density ratios. Graphical analyses allowed to observe regularly spaced patterns of the mustard-vetch granular structure as well as clusters of the mustard-lead granular structure, respectively. Error analyses allowed to specify which of the presented cross-section was the best and the worst.

Key words: granular materials, non-homogenous granular blend, geostatistic function, computer analysis of the picture

Adres do korespondencji:

Jolanta Królczyk; e-mail: jolantakrolczyk@wp.pl
Katedra Techniki Rolniczej i Leśnej
Politechnika Opolska
ul. St. Mikołajczyka 5
45-271 Opole