

LICZEBNOŚĆ PRÓBY PRZY PODZIALE POPULACJI NA TRZY ROZŁĄCZNE GRUPY JEDNORODNE W DOŚWIADCZENIU Z MODUŁEM SPRĘŻYSTOŚCI MIĄŻSZU JABŁEK

Dorota Domagała, Mirosława Wesołowska-Janczarek

Katedra Zastosowań Matematyki Akademii Rolniczej w Lublinie

Tomasz Guz

Katedra Inżynierii i Maszyn Spożywczych Akademii Rolniczej w Lublinie

Streszczenie. W pracy zastosowano metodę wyznaczania odpowiedniej liczebności próby w celu podzielenia badanych populacji na trzy rozłączne grupy, jednorodne pod względem średniej wartości modułu sprężystości miąższu jabłek. Pozwoliło to na wskazanie sposobów przechowywania owoców wybranych odmian jabłoni, które powodują obniżenie lub podwyższenie ich modułu sprężystości.

Słowa kluczowe: liczebność próby, grupy jednorodne, komora ULO, chłodnia zwykła, moduł sprężystości

Wykaz oznaczeń

- K – owoce po ustalonym czasie składowania (kontrola)
- k6°C – owoce poddane kwarantannie po składowaniu w chłodni zwykłej lub komorze ULO, a następnie przechowywane w temperaturze 6°C
- k20°C – owoce poddane kwarantannie po składowaniu w chłodni zwykłej lub komorze ULO, a następnie przechowywane w temperaturze 20°C
- 6°C – owoce po składowaniu w chłodni zwykłej lub komorze ULO przechowywane w temperaturze 6°C
- 20°C – owoce po składowaniu w chłodni zwykłej lub komorze ULO przechowywane w temperaturze 20°C
- Zw – chłodnia zwykła
- ULO – komora ULO.

Wprowadzenie

Liczebność próby w eksperymencie jest wynikiem ustalenia równowagi pomiędzy określeniem wielkości różnicy mającej znaczenie w różnicowaniu badanych populacji

a ograniczeniami ekonomicznymi, przestrzennymi czy też czasowymi. Im różnica jest mniejsza tym większa musi być liczebność próby, aby uzyskane wyniki były wiarygodne.

Podział populacji na trzy rozłączne grupy jednorodne pod względem średniej populacyjnej należy do problemów selekcji populacji [Neter i in. 1996; Desu i Raghavaro 1990, Bechchofer 1954; Domagała i in. 2005] i przeprowadzany jest z pewnym prawdopodobieństwem na podstawie oszacowanych średnich z próby [Domagała 2006]. Ponieważ prawdopodobieństwo takiego podziału zależy między innymi od liczby obserwacji wybranej cechy, należy zaplanować taką ich liczbę, aby prawdopodobieństwo to było jak największe.

Cel pracy

Celem pracy był podział badanych populacji owoców jabłoni przechowywanych w różny sposób, na trzy rozłączne grupy, jednorodne pod względem średniej wartości modułu sprężystości miąższu, i tym samym wskazanie tych sposobów przechowywania owoców, które powodują obniżenie lub podwyższenie modułu sprężystości, oraz wyznaczenie liczebności próbek gwarantującej dokonanie takiego podziału z ustalonym prawdopodobieństwem.

Materiały i metodyka badań

Jako materiał badawczy obrano owoce jabłoni dwóch odmian: Elise oraz Golden Delicious, które składowano w komorze ULO i w chłodni zwykłej przez 90 lub 150 dni. Następnie z owoców z każdej odmiany formowano, do jednego pomiaru, 15 próbek cylindrycznych o średnicy 13 mm i wysokości 10 mm z plastrów wyciętych ze środkowej części jabłka. Próbki miąższu poddane zostały testowi ściskania w aparacie Instron 4302 z prędkością $v=50 \text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$, do osiągnięcia deformacji $\varepsilon=50\%$, a następnie wyznaczono moduł sprężystości. Wielkość ta została wyznaczona dla próbek pochodzących z owoców:

- bezpośrednio po ich pobraniu z chłodni lub komory ULO, po założonym czasie składowania (próbki kontrolne),
- dodatkowo przechowywanych w chłodniarce (w temperaturze 6°C) lub w komorze termicznej (w temperaturze 20°C) przez okres 21 dni
- przed przechowywaniem (w temperaturze 6°C lub 20°C przez 17 dni) poddawanych wcześniej kwarantannie termicznej w temperaturze 39°C przez 96 godzin.

Podział badanych populacji na trzy rozłączne grupy jednorodne pod względem średniej populacyjnej opiera się na pobraniu z każdej populacji n elementowych próbek, wyznaczeniu średnich z próbek, uszeregowaniu ich w kolejności rosnącej i zaliczeniu populacji związanych z p najniższymi średnimi do pierwszej grupy, z r kolejnymi średnimi do grupy drugiej i z s najwyższymi średnimi do grupy trzeciej. Interesujące jest prawdopodobieństwo P z jakim dokonany zostanie taki podział.

Zakładamy, że w każdej z trzech grup średnie populacyjne są równe a różnica pomiędzy średnimi z drugiej i pierwszej grupy jak i trzeciej i drugiej grupy jest taka sama i równa

ustalanej wartości δ . Ponadto zakładamy, że średnie mają rozkład normalny a wariancje w każdej populacji są znane i równe σ^2 .

Dla ustalonych wartości średnich populacyjnych, znanego odchylenia standardowego σ prawdopodobieństwo P zależy tylko od liczby obserwacji dla każdej populacji (n) i określone jest poniższym wzorem [Domagała 2006]:

1) dla $r=1$

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)[F(y+d)]^p [1-F(y-d)]^s dy$$

2) dla $r \geq 2$

$$P = r(r-1) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \int_x^{\infty} f(y)[F(x+d)]^p [1-F(y-d)]^s [F(y)-F(x)]^{r-2} dy dx$$

gdzie

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz, \quad f(t) = F'(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right), \quad d = \frac{\delta \sqrt{n}}{\sigma},$$

- p – to liczba populacji w pierwszej grupie,
- r – liczba populacji w drugiej grupie,
- s – liczba populacji w trzeciej grupie,
- δ – najmniejsza, istotna dla eksperymentatora, wartość różnicy pomiędzy średnimi populacyjnymi.

Zatem dla ustalonych $p, r, s, \delta, \sigma, P$ można zaplanować właściwą liczebność próby n dla podziału populacji na trzy rozłączne grupy jednorodnej. I odwrotnie, dla już zakończonego eksperymentu, mając ustalone $p, r, s, \delta, \sigma, n$ można wyliczyć prawdopodobieństwo P z jakim dokonany został taki podział.

Wyniki i dyskusja

Czynnikiem badanym, który determinował populacje, był sposób przechowywania owoców po pobraniu ich z chłodni lub komory ULO – tj. przechowywanie w chłodziarce lub komorze termicznej i poddawanie kwarantannie termicznej, po założonym czasie składowania a przed wyznaczeniem modułu sprężystości. Dla zapewnienia normalności rozkładu modułu sprężystości mięszu jabłek analizę przeprowadzono na średnich (każda średnia została obliczona z 5 obserwacji).

Średnie uzyskane z próbek owoców związanych z danym poziomem czynnika uszeregowano w kolejności rosnącej, co pozwoliło na dokonanie podziału na trzy grupy p -, r - i s - elementowe. Wyznacznikiem podziału były dwie największe różnice między

uzyskanymi średnimi. Skład każdej z trzech grup oraz ich liczebności tzn. wartości p , r , s podaje tabela 1.

Tabela 1. Skład trzech grup dla wybranych wartości p , r , s
Table 1. Composition of three groups for selected p , r , s

Odmiana	Chłodnia zwykła	Komora ULO
	Czas składowania - 90 dni	
GD	(20°C, 6°C), (k20°C, K), (k6°C)	(K), (6°C), (20°C, k6°C, k20°C)
(p , r , s)	(2, 2, 1)	(1, 1, 3)
Elise	(k6°C), (K, k20°C), (6°C, 20°C)	(20°C), (6°C), (K, k6°C, k20°C)
(p , r , s)	(1, 2, 2)	(1, 1, 3)
Czas składowania - 150 dni		
GD	(k20°C), (20°C), (K, k6°C, 6°C)	(K), (20°C, 6°C, k6°C), (k20°C)
(p , r , s)	(1, 1, 3)	(1, 3, 1)
Elise	(k20°C, K, 20°C), (6°C), (k6°C)	(k6°C, 20°C), (6°C, K), (k20°C)
(p , r , s)	(3, 1, 1)	(2, 2, 1)

Po przeprowadzonej analizie składu wydzielonych grup (tabela 1) zauważono występowanie trzech następujących sytuacji:

- A** - populacja kontrolna (K) występuje w pierwszej grupie o najniższych średnich
 - a** - jako jej jedyny element (GD/ULO/90 dni, GD/ULO/150 dni),
 - b** - lub w „towarzystwie” innych populacji (Elise/Zw/150 dni),
- B** - populacja kontrolna (K) wchodzi w skład drugiej grupy – środkowej (GD/Zw/90 dni, Elise/Zw/90 dni, Elise/ULO/150 dni),
- C** - populacja kontrolna (K) jest jednym z elementów trzeciej grupy (Elise/ULO/90 dni, GD/Zw/150 dni) o najwyższych średnich.

Po wyznaczeniu składu trzech grup jednorodnych (tabela 1) obliczono wartości istotnych różnic dla liczebności próbek $n=3$ oraz dla prawdopodobieństw 0,95 i 0,99. Otrzymane wyniki przedstawione zostały w tabeli 2. Największą wartość δ , równą 1,202 dla

$P=0,95$ i 1,492 dla $P=0,99$, uzyskano w przypadku składowania owoców odmiany Elise, odpowiednio, w chłodni zwykłej lub komorze ULO przez 150 dni, najmniejszą, równą 0,351 dla $P=0,95$ dla owoców odmiany Elise składowanych w chłodni zwykłej przez 90 dni i 0,450 dla $P=0,99$ dla owoców odmiany Golden Delicious składowanych w komorze ULO przez 90 dni.

Tabela 2. Wartości różnicy δ istotnej przy podziale populacji na trzy grupy z prawdopodobieństwem $P=0,95$ i $P=0,99$ (wartości p , r , s – jak pokazuje tabela 1)

Table 2. Values of difference δ significant for division of population into three groups with probability $P=0,95$ and $P=0,99$ (values p , r , s – as shown in table 1)

Liczebność próby...

Sposób składowania	Odmiana	P=0,95		P=0,99	
		Czas składowania			
		90 dni	150 dni	90 dni	150 dni
Zw	Elise	0,448	0,351	0,556	0,451
	GD	0,363	0,387	0,450	0,504
ULO	Elise	0,946	1,202	1,232	1,492
	GD	0,641	0,629	0,835	0,782

Tabela 3 przedstawia prawdopodobieństwo P z jakim nastąpił określony podział na trzy grupy dla różnicy $\delta=0,5$, która została wybrana jako istotna.

Tabela 3. Prawdopodobieństwo podziału populacji na trzy grupy przy ustalonej liczebności $n=3$ i dla istotnej różnicy $\delta=0,5$ (wartości p, r, s – jak pokazuje tabela 1)

Table 3. Probability of population division into three groups with determined size $n=3$ and for significant difference $\delta=0,5$ (values p, r, s – as per table 1)

Sposób składowania	Odmiana	Czas składowania	
		90 dni	150 dni
Zw	Elise	0,98	>0,99
	GD	>0,99	0,99
ULO	Elise	0,71	0,41
	GD	0,87	0,85

W tabeli 4 umieszczono wymagane liczebności próbek gwarantujące podział na trzy p, r, s elementowe grupy z prawdopodobieństwem 0,95 i 0,99 dla istotnej różnicy $\delta=0,5$.

Tabela 4. Wymagane liczebności próbek dla wybranych podziałów na trzy grupy i dla istotnej różnicy $\delta=0,5$

Table 4. Required sample sizes for selected divisions into three groups and for significant difference $\delta=0,5$

Sposób składowania	Odmiana	P=0,95		P=0,99	
		Czas składowania			
		90 dni	150 dni	90 dni	150 dni
Zw	Elise	3	2	4	3
	GD	2	2	3	4
ULO	Elise	11	18	19	27
	GD	5	5	9	8

Uwzględniając fakt, że analizę przeprowadzono na danych uśrednionych należy pomnożyć otrzymane liczebności (tabela 4) przez 5, uzyskując faktycznie wymagane liczebności próbek.

Przy podziale populacji na trzy rozłączne grupy, jednorodne pod względem średniej populacyjnej, w przypadku składowania w chłodni zwykłej zaobserwowano bardzo wysokie wartości prawdopodobieństwa (dla owoców odmiany Golden Delicious składowanych 90 dni i owoców odmiany Elise składowanych 150 dni - powyżej 0,99). W przypadku

składowania w komorze ULO prawdopodobieństwo było o wiele niższe: rzędu od 0,41 (dla owoców odmiany Elise składowanych 150 dni) do 0,87 (dla owoców odmiany Golden Delicious składowanych 90 dni). W przypadku GD/Zw/90 dni, Elise/Zw/90 dni oraz Elise/ULO/150 dni możemy wnioskować, że jedne zabiegi prowadzą do obniżenia wartości modułu sprężystości, drugie do jego podwyższenia, zaś inne nie mają na niego znaczącego wpływu (np. dla GD/Zw/90 dni moduł sprężystości wyraźnie obniżony został na skutek składowania owoców w chłodziarce lub komorze termicznej, składowanie w chłodziarce a następnie poddanie owoców kwarantannie termicznej spowodowało jego wzrost, zaś kwarantanna termiczna po składowaniu w komorze termicznej nie wpłynęła na wartość modułu znacząco). W pozostałych przypadkach zastosowanie wybranych zabiegów doprowadziło do wyodrębnienia dwóch grup o zdecydowanie niższym module sprężystości, zaś niektóre z zabiegów nie miały znaczącego wpływu na wartość modułu sprężystości (np. dla Elise/ULO/90 dni kwarantanna termiczna nie zmieniła faktycznie wartości modułu sprężystości, zaś składowanie w chłodziarce lub komorze termicznej wpłynęło na jego obniżenie). Dla GD/ULO/90 dni, GD/ULO/150 dni można wnioskować o istnieniu dwóch grup populacji zdecydowanie „lepszyc” od populacji kontrolnej – składowanie w chłodziarce bądź komorze termicznej oraz kwarantanna termiczna podwyższyły moduł sprężystości mięszu owoców. Dla Elise/Zw/150 dni kwarantanna termiczna i składowanie w komorze termicznej nie wpłynęły istotnie na moduł sprężystości, pozostałe zabiegi podwyższyły go.

Wnioski

1. Dla stwierdzenia istotności różnicy $\delta=0,5$ zaplanowanie wymaganych liczebności prób dla podziału populacji na trzy rozłączne grupy, określone wartościami p , r , s z tabeli powinno odbyć się zgodnie z wynikami z tabeli 4.
2. Wyższe liczebności próbek wymagane są w przypadku przechowywania owoców w komorze ULO - największe dla owoców odmiany Elise.
3. Dla owoców odmiany Elise i Golden Delicious przechowywanych w chłodni zwykłej liczebności próbek są porównywalne.

Bibliografia

- Bechhofer R.E. 1954. A single-sample multiple decision procedure for ranking means of normal populations with known variances. *The Annals of Mathematical Statistics* 25 s. 16-39.
- Desu M.M., Raghavaro D. 1990: *Sample size methodology*. Academic Press, INC. s. 73-76.
- Domagała D., Wesołowska-Janczarek M., Guz T. 2005. Liczebność próby w doświadczeniu z wyznaczaniem modułu sprężystości mięszu jabłek. *Inżynieria Rolnicza* 11(71). s. 51-58.
- Domagała D. 2006. Ustalanie liczebności próby w doświadczeniach z zakresu inżynierii rolniczej. Rozprawa doktorska, Akademia Rolnicza w Lublinie.
- Neter J., Kutner M.H., Nachtsheim C.J., Wasserman W. 1996. *Applied linear statistical models*. TMHEG Inc. s. 1063-1064.

SAMPLE SIZE WITH DIVISION OF POPULATION INTO THREE DISJOINT HOMOGENEOUS GROUPS IN THE EXPERIMENT WITH MODULUS OF ELASTICITY OF APPLE FLESH

Summary. In the work, in order to divide the tested populations into three disjoint groups, homogeneous in terms of average value of modulus of elasticity of apple flesh, a method of setting out appropriate sample size was applied. This allowed to indicate ways of storing fruits of selected apple varieties, which lowers or increases their modulus of elasticity.

Key words: sample size, homogeneous groups, ULO chamber, standard cold store, modulus of elasticity

Adres do korespondencji:

Dorota Domagała; e-mail: dorota.domagala@ar.lublin.pl
Katedra Zastosowań Matematyki
Akademia Rolnicza w Lublinie
ul. Akademicka 13
20-951 Lublin