

Andrzej ZBROWSKI

Instytut Technologii Eksploatacji – PIB, Radom

Krzysztof ZAGROBA

Politechnika Warszawska, Warszawa

KINEMATYKA ODWROTNA TRIPODA Z NAPĘDEM MIMOŚRODOWYM

Słowa kluczowe

Precyzyjne mechanizmy pozycjonujące, model kinematyczny, kinematyka równoległa, TriPod.

Streszczenie

W artykule przedstawiono rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej w manipulatorze typu Triod o strukturze równoległej. Mechanizm posiada zamknięcie siłowe za pomocą sprężyny. Równania kinematyki są nieliniowe ze względu na zastosowanie mimośrodków jako elementów napędowych w aktuatorach.

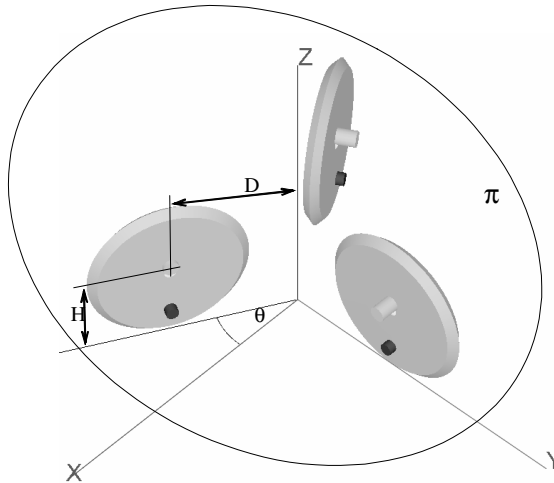
Wprowadzenie

Rozpatrywany manipulator TriPod jest precyzyjnym układem trójosiowym o funkcjonalności stolika przesuwno-wychylnego. Efekтором urządzenia jest platforma/blat, dla której określane są trzy współrzędne położenia:

- kąt obrotu wokół osi X: α ,
- kąt obrotu wokół osi Y: β ,
- wysokość nad położeniem neutralnym: h .

Położenie efektora jest sterowane za pomocą trzech mimośrodków rozmieszczonych promieniowo względem pionowej osi symetrii Z (rys. 1). Wzdłuż osi Z znajduje się kończyzna bierna o zmiennej długości, połączona z płaszczyzną π

efektora z zastosowaniem przegubu kulistego. Nadmiarowy stopnie swobody odebrano za pomocą dodatkowej kończyny biernej umiejscowionej na osi X.



Rys. 1. Geometria układu napędowego efektora w TriPodzie: D – promień koła stycznego do osi obrotu mimośrodów, H – wysokość położenia osi obrotu mimośrodu, θ – kąt pomiędzy płaszczyzną XZ a płaszczyzną mimośrodu, π – płaszczyzna efektora styczna do mimośrodów

Rozwiązanie zadania odwrotnego [1, 2, 3] dla rozpatrywanej struktury manipulatora można zdefiniować jako układ równań $\varphi_i = F(\alpha, \beta, \mathbf{h})$, gdzie φ_i , dla $i = 1, 2, 3$ oznacza współrzędne wewnętrzne napędów: 1, 2, 3, dla których spełniony jest warunek styczności mimośrodów do płaszczyzny zadanej π .

1. Rozwiązanie zadania

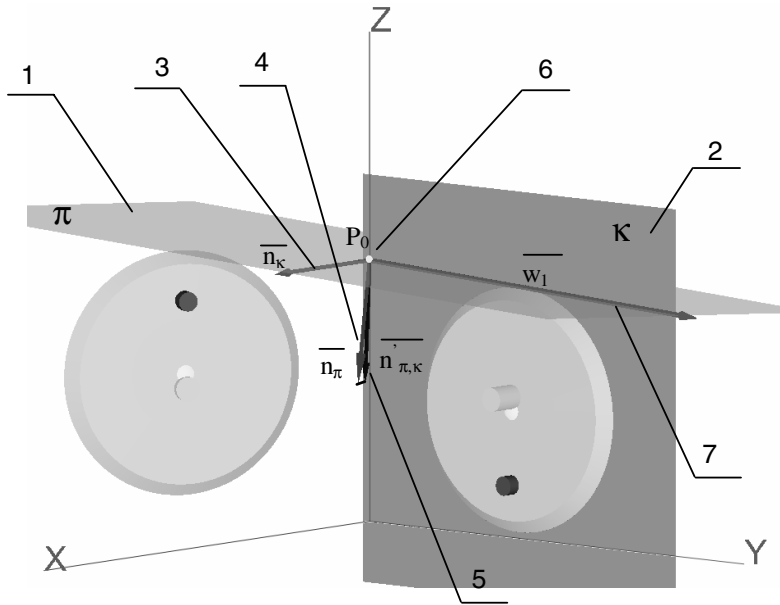
W celu rozwiązania zadania odwrotnego równoległej kinematyki [4, 5, 6, 7] manipulatora należy na początku wyznaczyć wersor $\overline{w_1}$ prostej przecięcia płaszczyzny zadanej π z płaszczyzną symetrii mimośrodu κ . Na płaszczyźnie κ znajduje się okrąg odpowiadający zewnętrznemu konturowi mimośrodu, styczny do powierzchni efektora. Wersor $\overline{w_1}$ jest znormalizowanym iloczynem wektorowym wektorów normalnych płaszczyzn π oraz κ , czyli odpowiednio \mathbf{n}_π oraz \mathbf{n}_κ (rys. 2).

Zatem:

$$\overline{w_1} = \frac{\overline{\mathbf{n}_\pi} \times \overline{\mathbf{n}_\kappa}}{\left| \overline{\mathbf{n}_\pi} \times \overline{\mathbf{n}_\kappa} \right|} \quad (1)$$

gdzie:

- \vec{w}_1 – wektor kierunkowy prostej przecięcia się płaszczyzn π oraz κ ;
- \vec{n}_π – wektor normalny do płaszczyzny zadanej;
- \vec{n}_κ – wektor normalny do płaszczyzny krzywki.



Rys. 2. Wektory i płaszczyzny zadania odwrotnego: 1 – płaszczyzna zadana π ; 2 – płaszczyzna krzywki κ ; 3 – wektor \vec{n}_κ normalny do płaszczyzny krzywki; 4 – wektor \vec{n}_π normalny do płaszczyzny zadanej, 5 – wektor $\vec{n}'_{\pi,\kappa}$: rzut wektora \vec{n}_π na płaszczyznę krzywki; 6 – punkt P_0 ; 7 – wektor \vec{w}_1 krawędzi przecięcia płaszczyzny zadanej z płaszczyzną krzywki

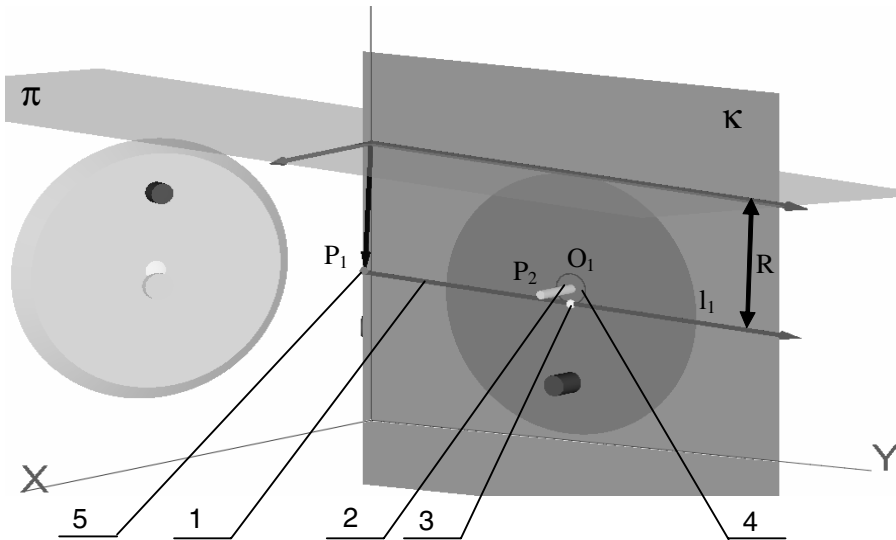
Znormalizowany rzut wektora \vec{n}_π na płaszczyznę κ , czyli wektor $\vec{n}'_{\pi,\kappa}$ określa równanie:

$$\vec{n}'_{\pi,\kappa} = \frac{\vec{n}_\pi - (\vec{n}_\pi \circ \vec{n}_\kappa) \cdot \vec{n}_\kappa}{|\vec{n}_\pi - (\vec{n}_\pi \circ \vec{n}_\kappa) \cdot \vec{n}_\kappa|} \quad (2)$$

oraz współrzędne dowolnego punktu P_0 leżącego na prostej przecięcia płaszczyzn π i κ .

W celu uproszczenia obliczeń punkt ten znajduje się na osi Z , dzięki czemu jest on wspólny dla płaszczyzn symetrii wszystkich mimośrodków oraz płaszczyzny zadanej. Z warunków geometrycznych wynika, że wektor $\overline{n_{\pi\kappa}}$, jest prostopadły do $\overline{w_1}$.

Znając wektor znormalizowany $\overline{n_{\pi\kappa}}$ wyznaczono współrzędne punktu P_1 leżącego w płaszczyźnie krzywki odległego o R od prostej utworzonej z przecięcia płaszczyzn π i κ_1 (rys. 3).



Rys. 3. Wyznaczanie środka mimośrodu stycznego do płaszczyzny zadanej: 1 – prosta l_1 ; 2 – punkt P_2 (punkt przecięcia płaszczyzny mimośrodu i przez oś obrotu mimośrodu); 3 – środek mimośrodu; 4 – okrąg O_1 (tor środka mimośrodu); 5 – punkt P_1

Współrzędne P_1 wynikają ze wzoru:

$$\overline{r_{P_1}} = \overline{r_{P_0}} + \overline{n'_{\pi,\kappa}} \cdot R \quad (3)$$

gdzie:

- R – promień mimośrodu,
- r_{P_1} – wektor wodzący punktu P_1 (czyli wektor o początku w środku układu współrzędnych i końcu w punkcie P_1),
- r_{P_0} – wektor wodzący punktu P_0 (czyli wektor o początku w środku układu współrzędnych i końcu w punkcie P_0).

Prosta l_I wykreślona z punktu P_1 o kierunku wzdłuż wektora \vec{w}_1 , określa położenie środka mimośrod R stycznego do płaszczyzny π i leżącego w płaszczyźnie κ .

Zatem równanie prostej l_I ma postać:

$$l_I : \begin{cases} x = x_{P_1} + x_{w_1} \cdot t \\ y = y_{P_1} + y_{w_1} \cdot t \\ z = z_{P_1} + z_{w_1} \cdot t \end{cases}, t \in R \quad (4)$$

gdzie:

- x, y, z – współrzędne dowolnego punktu leżącego na prostej l_I ,
- $x_{P_1}, y_{P_1}, z_{P_1}$ – współrzędne punktu P_1 wg równania 3,
- $x_{w_1}, y_{w_1}, z_{w_1}$ – współrzędne wektora w_1 , wg równania 1,
- t – parametr.

Z konstrukcji mechanizmu wynika, że środek mimośrod R przemieszcza się po okręgu O_1 leżącym w płaszczyźnie κ . Punkt P_2 będący środkiem okręgu O_1 leży na osi obrotu mimośrod. Promień okręgu O_1 jest równy wartości mimośrod e . Zamiast okręgu O_1 , można rozpatrywać sferę S_1 o tych samych parametrach. Założenie to jest poprawne, ponieważ prosta l_I z definicji (warunki konstrukcyjne) leży na płaszczyźnie κ . Wobec tego równanie sfery ma postać:

$$S_1 : (x - x_{P_2})^2 + (y - y_{P_2})^2 + (z - z_{P_2})^2 = e^2 \quad (5)$$

gdzie:

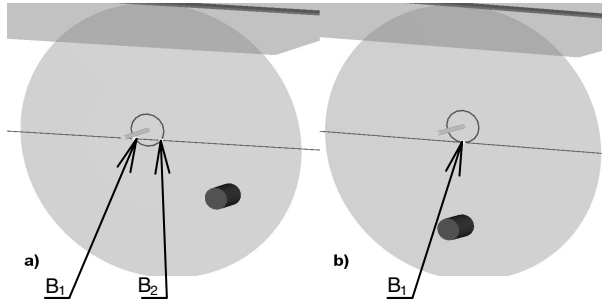
- x, y, z – współrzędne dowolnego punktu leżącego na powierzchni sfery,
- $x_{P_2}, y_{P_2}, z_{P_2}$ – współrzędne punktu P_2 , określonego jako punkt przecięcia płaszczyzny krzywki przez oś krzywki,
- e – mimośród krzywki.

Połączenie równania (4) i (5) tworzy układ równań, którego rozwiązaniami są punkty przecięcia prostej l_I ze sferą S_1 , a w konsekwencji także okręgiem O_1 . Są to współrzędne środka mimośrod (wg równania 5) oraz stycznej do okręgu, po którym przemieszcza się środek mimośrod (wg równania 4).

Ponieważ jedno z równań tego układu jest drugiego stopnia, zatem układ może:

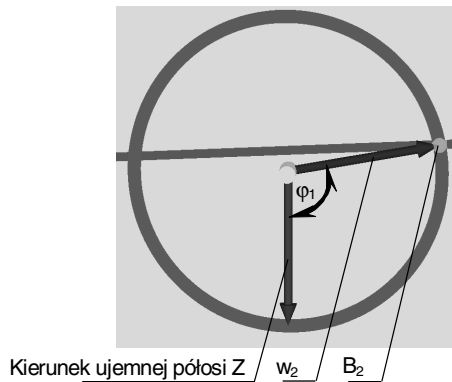
- a) nie posiadać rozwiązań,
- b) mieć jedno rozwiązanie: punkt B_1 ,
- c) mieć dwa rozwiązania: punkty B_1 i B_2 .

W pierwszym przypadku płaszczyzna zadana leży poza przestrzenią roboczą manipulatora. W pozostałych przypadkach można wyznaczyć rozwiązanie zadania odwrotnego (rys. 4).



Rys. 4. Rozwiązania kinemetyki odwrotnej: a) istnieją dwa rozwiązania B_1 i B_2 ; b) istnieje tylko jedno rozwiązanie B_1

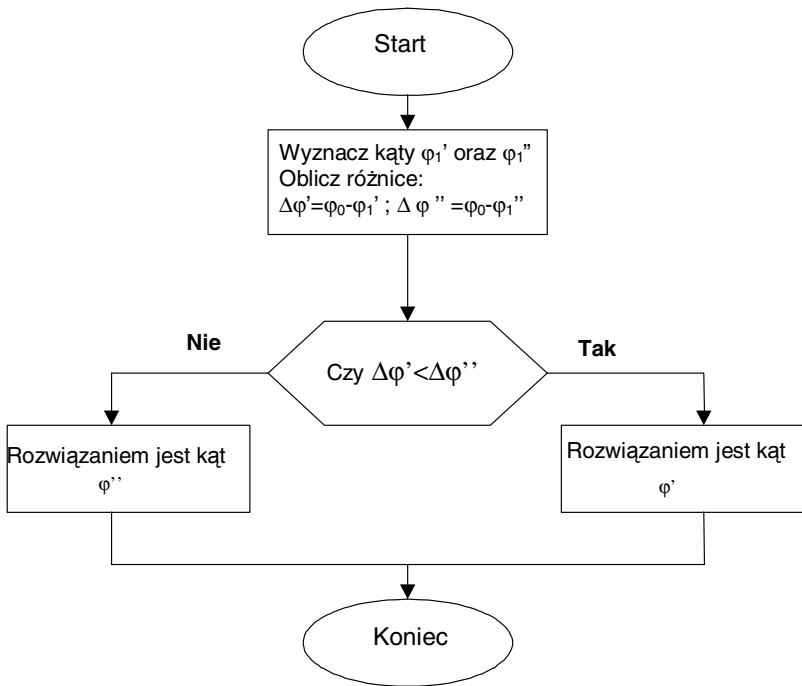
W tym celu należy wystawić wektor w_2 z punktu P_2 do punktu B_1 lub B_2 (rys. 5). Kąt φ_1 zawarty pomiędzy wektorem w_2 a ujemną półosią Z stanowi rozwiązanie zadania odwrotnego dla mimośrodów.



Rys. 5. Rozwiązanie zadania odwrotnego w postaci kąta φ_1

Wybór pomiędzy punktem B_1 a B_2 dokonywany jest na podstawie analizy bieżącej pozycji, przy warunku, że droga, jaką pokonać musi krzywka, jest jak najkrótsza. W tym celu wyznaczany jest kąt φ_1' dla punktu B_1 i φ_1'' dla punktu B_2 . Opracowano algorytm realizujący to zadanie (rys. 6).

Postępując analogicznie dla pozostałych mimośrodków uzyskiwane jest rozwiązanie zadania odwrotnego dla całego manipulatora.



Rys. 6. Algorytm postępowania przy wyborze rozwiązania zadania odwrotnego: φ_1' – rozwiązanie dla punktu B_1 ; φ_1'' – rozwiązanie dla punktu B_2 ; φ_0 – bieżące położenie mimośrodów

Podsumowanie

Rozwiązanie odwrotne posiada ograniczenie. Płaszczyzny mimośrodków muszą przecinać się wzdłuż osi OZ. Założenie to wynika z wyboru punktu P_0 i podyktowane jest prostotą algorytmu. Jest ono dopuszczalne ze względu na konstrukcję manipulatora, która zakłada taką konfigurację mimośrodków.

Przedstawiony model kinematyki odwrotnej został zaimplementowany w sterowaniu precyzyjnym manipulatorem TriPod. Zastosowany model w zadaniu odwrotnym kinematyki umożliwia sterowanie manipulatorem poprzez określenie płaszczyzny zadanej we współrzędnych absolutnych lub przyrostowo względem określonej współrzędnej

Praca naukowa finansowana ze środków Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego, wykonana w ramach realizacji Programu Wieloletniego pn. „Doskonalenie systemów innowacyjności w produkcji i eksploatacji w latach 2004–2008”.

Bibliografia

1. Khail W., Dombre E.: Modeling, Identification & Control of Robots. Kogan Page Science 2006.
2. Morecki A.: Podstawy Robotyki. Teoria i elementy Manipulatorów i robotów. WNT, Warszawa 1999.
3. Honczarenko J. i inni: Roboty przemysłowe. Budowa i zastosowanie. WNT. Warszawa 2004.
4. Steward D.: A platform with six degrees of freedom. Proc. Institution of Mechanical Engineers, 180/1965, s. 371–386.
5. Oczóś K., Weiss E.: Kinematyki równoległe w budowie obrabiarek, robotów i manipulatorów. Część I. Mechanik 5–6/2002, s. 323–333.
6. Oczóś K., Weiss E.: Kinematyki równoległe w budowie obrabiarek, robotów i manipulatorów. Część II. Mechanik 7/2002, s. 489–498.
7. Iżykowski S. i inni: Zastosowanie układów kinematycznych o strukturach równoległych w budowie maszyn wytwórczych. IV Konf. Naukowa: Komputerowe Wspomaganie Prac Inżynierskich. Polanica 1998.
8. Sandler B.: Robotics. Design the Mechanism for Automated machinery. Academic Press. San Diego 1999.
9. Olędzki A.: Mechanizmy krzywkowe. WNT, Warszawa 1968, s. 73–110.
10. Pawłowski J.: Podstawy konstrukcji przyrządów precyzyjnych. Elementy teorii mechanizmów. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1986, s. 18–26, 124–127, 130–135.

Recenzent:
Mariusz GIERGIEL

The inverse kinematic of a tripod with cam movement actuators

Key words

Precision positioning mechanism, kinematic model, parallel kinematics, tripod.

Summary

The analysis of an inverse kinematic model of the tripod manipulator with parallel architecture was presented in the article. The mechanism is locked by a spring. Kinematics equations are non-linear because of the cam actuators. The presented model was used in the control of precision manipulator TriPod.