

PORÓWNANIE METOD WYKRYWANIA USZKODZEŃ W ASPEKCIE MOŻLIWOŚCI ICH AUTOMATYZACJI

Krzysztof MENDROK

Akademia Górniczo – Hutnicza, Katedra Robotyki i Mechatroniki
Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, fax. 012 634 35 05, e-mail mendrok@agh.edu.pl

Streszczenie

W pracy pokazano przegląd metod nieniszczącego wykrywania uszkodzeń pod kątem możliwości ich zastosowania do układów monitoringu stanu obiektów inżynierii lądowej. Celem autora było wyłonienie metody, która pracowałaby w sposób automatyczny, tzn. bez konieczności udziału operatora – badacza w procesie zbierania i analizy danych oraz wnioskowania o wystąpieniu uszkodzenia. Sformułowano kryteria oceny metod i podano, poza krótkim opisem, jak kolejne metody spełniają zadane wymagania. Dla wybranych metod przeprowadzono weryfikację numeryczną.

Słowa kluczowe: wykrywanie uszkodzeń, koszt obliczeniowy, automatyzacja procedur.

COMPARISON OF DAMAGE DETECTION METHODS IN ASPECT OF THEIR AUTOMATION ABILITY

Summary

The paper contains the review of nondestructive damage detection methods in aspect of their application to structural health monitoring system of civil engineering objects. The goal of the author was to find the method, which would work fully automatically, that is without any interaction of operator – researcher in the process of gathering and analyzing data and reasoning about damage occurrence. The criteria of evaluation of the methods were formulated, and, apart from the short description, following methods were judged according to this requirements. For selected algorithms the numerical verification was performed.

Keywords: damage detection, computational effort, automation of procedures.

1. WPROWADZENIE

Obecnie, przy eksploatacji odpowiedzialnych urządzeń i obiektów, coraz więcej uwagi poświęca się stałemu bądź okresowemu monitoringowi ich sprawności technicznej. Monitorowanie stanu konstrukcji (z ang. Structural Health Monitoring – SHM) jest bardzo dynamicznie rozwijającą się dziedziną badań naukowych. Układy przeznaczone do tego typu zadań bazują na klasycznych metodach nieniszczącego wykrywania uszkodzeń (z ang. Non-Destructive Inspection – NDI) lub wykorzystują nowo opracowywane algorytmy. Układy monitorowania stanu konstrukcji są niejako rozwinięciem i kontynuacją przeprowadzanej okresowo inspekcji odpowiedzialnych obiektów przez przeszkolone odpowiednio służby. Metody wykrywania uszkodzeń w obu podejściach są, jak już wspomniano podobne, jednakże istnieje kilka różnic, dzięki którym układy monitorowania stanu konstrukcji wykazują swą wyższość nad inspekcją okresową. Podstawową cechą układów SHM jest fakt, że urządzenia pomiarowe są na stałe zamontowane na obiekcie, i stanowią jego integralną część. Dzięki temu unika się błędów związanych z niejednakowym zamocowaniem czujników

w kolejnych inspekcjach. Pomiar jest też wykonywany ciągle, więc ryzyko przeoczenia jakiegось incydentu, który mógłby wpłynąć na trwałość obiektu jest minimalne. Kolejną cechą opisywanych układów jest duża autonomiczność ich działania, łącznie z powiadamianiem obsługi o niestandardowych zachowaniach i generowaniem raportów. Wypływają z tego zalety układów SHM. Najważniejszą z nich jest zwiększenie bezpieczeństwa użytkowania obiektu poprzez dokładniejsze określenie stopnia zużycia i wczesne wykrycie uszkodzeń co z kolei zapobiega wystąpieniu poważniejszych wypadków i katastrof. Drugą wielką zaletą jest aspekt ekonomiczny. Dzięki zastąpieniu okresowej inspekcji przez układy monitorowania, można dokładniej określić czas życia poszczególnych części i wymieniać je wtedy kiedy to rzeczywiście jest konieczne. Również koszty eksploatacji opisywanych układów są niższe niż koszty inspekcji, napraw i przestojów spowodowanych poważnym uszkodzeniem obiektu. W końcu, mając dokładną historię i rozkład obciążenia maszyny, można wykorzystać tę informację na etapie projektowania redukując masę mniej obciążonych części. Zalety powyższe stanowią uzasadnienie do podejmowania prac

związanych z tą tematyką. W układach monitorowania konstrukcji wyróżnia się cztery poziomy zaawansowania:

- wykrywanie istnienia uszkodzenia w obiekcie,
- lokalizacja tego uszkodzenia,
- określenie rodzaju uszkodzenia
- prognoza dalszego rozwoju uszkodzenia.

Współczesne metody pozwalają na realizację poziomów 1 i 2, trwają intensywne prace nad osiągnięciem poziomu 3, poziom 4 znajduje się jeszcze w fazie rozważań teoretycznych. Inną sprawą, na którą należy zwrócić uwagę podczas projektowania systemu monitorowania jest jego odporność na zmienność warunków zewnętrznych w jakich pracuje obiekt. Chodzi tutaj o to, aby zastosowany algorytm potrafił rozróżnić zmianę w zachowaniu obiektu wynikającą z uszkodzenia od tej spowodowanej zmianą na przykład temperatury.

2. KLASYFIKACJA NIENISZCZĄCYCH METOD WYKRYWANIA USZKODZEŃ

Jak napisano w poprzedniej sekcji, układy monitoringu stanu obiektu (SHM) korzystają w większości wypadków z tych samych nieniszczących technik wykrywania uszkodzeń, które są stosowane do okresowej inspekcji (NDI). W tej części zostaną one pokrótce omówione z uwzględnieniem ich przydatności do automatycznych układów monitoringu, to znaczy takich, w których algorytm sam dokonuje wszystkich niezbędnych analiz i daje informację o wystąpieniu uszkodzenia bez ingerencji operatora – badacza. Generalnie metody wykorzystywane do obu zadań (NDI i SHM) można podzielić na globalne i lokalne. W metodach globalnych sprawdzany jest stan całego obiektu, wykorzystywana jest niewielka liczba czujników przez co są one mniej wrażliwe na uszkodzenia w początkowej fazie rozwoju, z drugiej strony nie ma tutaj konieczności określania a priori lokalizacji miejsc krytycznych. W metodach lokalnych badane są tylko te miejsca, które przewidziane są jako najbardziej zagrożone. Stosowana jest gęsta sieć czujników w celu dokładnego określenia rodzaju i rozmiaru uszkodzenia już na jego wczesnym stadium. W układach monitoringu często obie metody są ze sobą łączone.

Innym kryterium podziału metod wykrywania uszkodzeń jest ich zależność od znajomości sygnału wymuszającego. Rozróżniamy tutaj metody aktywne, w których niezbędne jest stosowanie dodatkowych układów wzbudzających z mierzalną i sterowalną wartością wymuszenia. Do metod aktywnych zalicza się również takie, w których wzbudzenie jest wykonywane przy pomocy podzespołów samego obiektu, ciągle konieczny jest jednak pomiar zadawanego wymuszenia. W odróżnieniu od aktywnych, metody pasywne wymagają jedynie znajomości odpowiedzi układu na nieznanne wymuszenie eksploatacyjne. Są one przez

to tańsze w implementacji i lepiej nadają się do stosowania w systemach działających ciągle i w reżimie czasu rzeczywistego. Nieznajomość wymuszenia i jego specyficzny charakter zależący od warunków eksploatacji powoduje jednak często mniejszą skuteczność działania metod.

Najważniejszy podział wynika jednak ze zjawisk fizycznych stosowanych w danej metodzie. Można tutaj wyróżnić trzy podstawowe grupy:

- metody oparte o wielkości mechaniczne,
- metody oparte o wielkości elektryczne, elektromechaniczne i elektromagnetyczne,
- metody wykorzystujące inne zjawiska fizyczne.

Ponieważ celem pracy jest wyłonienie najlepszej metody nadającej się do implementacji w układzie SHM przeznaczonym do automatycznej detekcji uszkodzeń obiektów inżynierii lądowej takich jak mosty, wiadukty, wysokie budynki, czy fundamenty dużych maszyn, najważniejszą grupą metod są tutaj te oparte o analizę zmian własności mechanicznych obiektu. Można je podzielić generalnie na trzy podgrupy:

- układy analizujące zmiany wielkości statycznych,
- układy analizujące zmiany w dynamice obiektu, działające w niskich częstotliwościach (do 1 kHz),
- układy bazujące na zjawisku rozchodzenia się w badanych obiektach akustycznych fal powierzchniowych (fale Lamba, fale Rayleigha).

Wielkości statyczne takie jak: odkształcenie (ugięcie, skręcenie, wydłużenie) czy naprężenia występujące w obiekcie są często stosowane w układach monitoringu czy inspekcji zwłaszcza dla konstrukcji budowlanych i inżynierii lądowej. Są one proste w zastosowaniu, mają jednak małą dokładność – trudno jest rozróżnić czy zmiana analizowanej wielkości wynika z uszkodzenia, zmiany warunków zewnętrznych czy zmiany obciążenia. Trudno też mówić tutaj o lokalizacji miejsc podejrzanych o uszkodzenie, czy identyfikację rodzaju uszkodzenia.

Wiele prac prowadzi się obecnie nad zastosowaniem zjawiska rozchodzenia się w obiektach akustycznych fal powierzchniowych do detekcji, lokalizacji i identyfikacji różnego typu uszkodzeń. Metody te polegają na wymuszaniu wybranej fali, przy pomocy generatora, najczęściej w postaci aktuatora PZT, a następnie rejestracji odpowiedzi w wielu punktach badanego obiektu. Najczęściej stosowane są fale Lamba (ich postaci A_0 i S_0) z uwagi na ich najniższą rozpraszalność w omawianej grupie fal. Zakres częstotliwości waha się tutaj pomiędzy 10, a 40 kHz. Powstające w obiekcie pęknięcie, delaminacja czy uszkodzenie innego typu jest widoczne w postaci dodatkowego odbicia propagującej fali. Odpowiedni układ czujników rejestrujących przebieg generowanej fali pozwala na lokalizację, a nawet identyfikację rodzaju i wielkości uszkodzenia. Metoda należy do grupy metod lokalnych i działa bardzo dobrze

w układach symulacyjnych. Jednakże próby aplikacji w fizycznych układach wykazały, że istnieje jeszcze szereg problemów do rozwiązania. Podstawowym zagadnieniem jest rozróżnienie odbić od uszkodzeń i krawędzi bądź nieciągłości obiektu wynikających z jego konstrukcji. Jest to szczególnie trudne dla układów o skomplikowanej geometrii oraz gdy w obiekcie rozwija się jednocześnie więcej niż jedno uszkodzenie. Poważnym problemem przy zastosowaniu tego typu metod do inżynierii lądowej jest sposób wymuszenia wysokoczęstotliwościowej fali w obiekcie o dużej masie i sztywności.

Dlatego też najważniejszą grupą metod do pracy w układach monitoringu obiektów inżynierii lądowej wydają się być tzw. niskoczęstotliwościowe metody drganiowe, a więc metody, w których o wystąpieniu uszkodzenia wnioskuje się na podstawie zmian parametrów dynamicznych obiektu w zakresie do 1 kHz. W grupie tej wykorzystywane są głównie metody bazujące na tzw. diagnostyce opartej na modelu. Polega ona na porównywaniu modelu obiektu w stanie nieuszkodzonym z modelem identyfikowanym na podstawie bieżących pomiarów. Wszelkie zmiany parametrów modelu są następnie odpowiednio interpretowane. Najczęściej wykorzystywanym modelem jest tutaj model modalny, z uwagi na dobrze zbadane i opisane metody jego identyfikacji, również dla danych eksploatacyjnych. Zgodnie z pracami przeglądowymi [1, 2] można tutaj wyróżnić następujące metody:

- zmiana częstotliwości drgań własnych i współczynników tłumienia układu (CDW i WT) [9, 12],
- zmiana przebiegu charakterystyki częstotliwościowej układu (WFP) [10, 11],
- zmiana kształtu postaci drgań (MAC i CoMAC) [2, 15],
- zmiana pochodnych (krzywizny) postaci drgań [2],
- zmiana energii postaci drgań (SER) [13],
- zmiana podatności dynamicznej (PD) [2],
- współczynnika MDLAC [1],
- zmiana wektorów Ritza (WR) [14],
- zmiana parametrów modeli regresyjnych [16],
- zmiana charakterystyk czasowo – częstotliwościowych [17],
- oparte na PCA i SVD [18],
- oparte na dostrajaniu modelu elementów skończonych [1],
- oparte na analizie funkcji transmissibility (Trans) [1],
- oparte o filtrację modalną (FM) [4, 5, 6].

3. PRZYJĘTE KRYTERIA OCENY METOD WYKRYWANIA USZKODZEŃ

Obiekty inżynierii lądowej takie jak mosty, wiadukty, maszty, czy obiekty halowe mają swoją specyfikę, która determinuje wymagania nakładane

na metody, które mogą być stosowane w układach monitoringu ich stanu technicznego.

Po pierwsze mają dużą masę i sztywność, nie ma więc praktycznej możliwości zastosowania zewnętrznego sterowanego i mierzalnego wymuszenia. Również pomiar wymuszeń eksploatacyjnych jest bardzo trudny lub wręcz niemożliwy. Dlatego też pierwszym kryterium oceny metod wykrywania uszkodzeń jest ich zależność od znajomości sił wymuszających, premiowane więc będą te techniki, które pracują wyłącznie na eksploatacyjnych odpowiedziach obiektu.

Kolejną sprawą jest fakt, że część z tych obiektów usytuowana jest z dala od osiedli ludzkich, np. mosty i wiadukty na autostradach. Wymusza to bądź przesyłanie wszystkich danych do centrum monitoringu umieszczonego niejednokrotnie o setki kilometrów od monitorowanego obiektu. Przesyłanie informacji powinno się wtedy odbywać bezprzewodowo, o to, z uwagi na ograniczenia takiej transmisji, wymusza redukcję danych. Wzorcową sytuacją byłby przekaz jedynie wyników, a więc przeprowadzenie analizy przy pomocy urządzenia zamontowanego na obiekcie. Urządzenie takie ma oczywiście ograniczoną pamięć i moc obliczeniową, choćby z uwagi na potencjalne problemy z zasilaniem. A więc niewielki koszt obliczeniowy metody i jej działanie bez konieczności ingerencji operatora będą jej kolejnymi atutami.

Inną bardzo istotną sprawą jest wrażliwość testowanych metod na zmiany warunków zewnętrznych takich jak temperatura czy wilgotność. Poszukiwana metoda powinna być odporna na zmianę wymienionych czynników lub powinna istnieć możliwość filtracji tych zmian.

Dodatkowo oceniano cechy metody związane bezpośrednio z jej zdolnością do wykrywania uszkodzeń takie jak dokładność, wrażliwość na niewielkie uszkodzenia, możliwość określenia miejsca powstania uszkodzenia itp.

Reasumując sformułowano pięć kryteriów oceny metod wykrywania uszkodzeń:

- automatyczne działanie, niewymagające interwencji operatora (AU),
- praca na danych eksploatacyjnych w postaci odpowiedzi (OO),
- niski koszt obliczeniowy (CC),
- niewrażliwość na zmiany warunków otoczenia (AC),
- zdolność wykrywania uszkodzeń (DD).

Za spełnienie każdego kryterium metoda mogła uzyskać maksymalnie jeden punkt tzn. każda z metod mogła zdobyć ocenę od 0 do 5.

4. OCENA WYBRANYCH METOD WYKRYWANIA USZKODZEŃ

W niniejszym rozdziale przedstawiono krótki opis najczęściej stosowanych w praktyce i najszerzej opisanych w literaturze metod. Każda z nich została poddana ocenie, zgodnie z przyjętymi kryteriami.

4.1. Metody oparte o zmianę częstotliwości drgań własnych i współczynników tłumienia układu

W wielu pracach dotyczących diagnostyki z wykorzystaniem modelu próbuje się stosować jako miarę uszkodzenia zmiany biegunów układu. Metod ta jest bardzo skuteczna w diagnozowaniu układów automatyki natomiast, w przypadku układów mechanicznych możliwość jej zastosowania silnie zależy od miejsca powstającego uszkodzenia, warunków brzegowych dla badanego obiektu i wielu innych czynników ograniczających jej zastosowanie. Każdy biegun układu ma dwie składowe: część rzeczywistą, która jest proporcjonalna do współczynnika tłumienia oraz część urojona, której wartość jest proporcjonalna do częstości własnej układu. W pracy [13] badano zmianę częstotliwości własnych na skutek pojawiającej się w kompozycie delaminacji. Przeprowadzono zarówno badania symulacyjne jak i doświadczalne. Jak pokazały wyniki wraz ze wzrostem rozmiaru delaminacji pojawiały się nowe częstotliwości własne. Jednak w praktyce metoda oparta na perturbacjach częstości własnych jest zbyt mało wrażliwa na zmiany zachodzące w strukturze i dlatego stosowana jest stosunkowo rzadko. W wielu wypadkach wrażliwość zmian częstości własnych na czynniki otoczenia, jak na przykład warunki brzegowe, zmiana temperatury, czy wilgotności jest dużo większa niż na uszkodzenie.

Modalny współczynnik tłumienia jest dużo trudniejszy do dokładnego wyznaczenia drogą identyfikacji modelu modalnego. Jednak obecnie coraz częściej stosuje się tłumienie drgań w obiekcie jako miarę jej uszkodzenia. Związane jest to z faktem, że pęknięcia powstające w konstrukcji są przyczyną dodatkowej dyssypacji energii drgań. W pracy [9] przetestowano możliwość zastosowania tłumienia jako miarę uszkodzenia konstrukcji o małych wymiarach (wspornik napędu dysku twardego). Opracowana i testowana metoda polegała na wzbudzeniu drgań za pomocą elementu piezoelektrycznego i pomiarze odpowiedzi układu w innym miejscu obiektu. Na podstawie pomiaru wyznaczono współczynnik tłumienia. Doświadczenie przeprowadzono dla konstrukcji nieuszkodzonej i konstrukcji z pęknięciem. Zauważono mierzalne różnice w tłumieniu dla obu przypadków.

Z kolei metoda badania współczynnika zmienności parametrów modalnych została sformułowana i opublikowana w pracy [19]. Jej idea polega na badaniu korelacji w zmianach częstości własnych układu z przewidywanymi zmianami

wynikającymi z wrażliwości modelu konstrukcji na zmiany parametrów fizycznych. W praktyce oblicza się współczynnik MDLAC (ang. Multiple Damage Location Assurance Criterion) stosując teorię wrażliwości modelu na zmiany sztywności poszczególnych elementów modelu elementów skończonych. W tym podejściu współczynnik uszkodzenia oznacza zmniejszenie wartości współczynnika sztywności j -tego elementu w modelu elementów skończonych, natomiast wektor uszkodzenia jest złożeniem wszystkich współczynników uszkodzenia. Współczynnik MDLAC jest niezależny od skalowania i dlatego daje informacje jedynie o względnej wielkości uszkodzenia. W pracy [19] zostało udowodnione, że aby zlokalizować prawidłowo uszkodzenie należy brać pod uwagę 10 do 15 pierwszych postaci drgań. Co powoduje, że metoda jest trudna w praktycznej realizacji, gdyż należy dysponować modelem dostrojonym z uwzględnieniem stosunkowo dużej liczby postaci drgań.

Opisane powyżej metody wymagają przeprowadzenia identyfikacji modelu modalnego. Klasyczne metody zwracające pełny model modalny wymagają na wielu etapach interwencji operatora np.: przy wyborze pasma analizy, wyborze biegunów układu itd. Obecnie prowadzone są intensywne prace nad zautomatyzowaniem omawianych procedur, wymagają one jednak dużych mocy obliczeniowych, a mimo to są czasochłonne. Jednak w przypadku identyfikacji jedynie częstości drgań własnych i/lub współczynnika tłumienia modalnego coraz częściej stosuje się metody oparte o zmianę parametrów modeli regresyjnych, analizę charakterystyk czasowo częstościowych lub kombinację wyżej wymienionych [16, 17]. Metody te pracują w pełni automatycznie i są optymalizowane pod kątem czasu obliczeń – często działają w czasie rzeczywistym, a więc pierwsze i trzecie kryterium oceny jest w pełni spełnione. Algorytmy te nie wymagają również znajomości sił wymuszających. Problemem jest ich silna zależność od warunków otoczenia, zwłaszcza temperatury i wilgotności. Wpływ warunków zewnętrznych może być wprawdzie wyeliminowany przez stosowanie różnego rodzaju filtrów i tabeli odniesień, ale to z kolei powoduje wzrost czasu obliczeń. Do wad tej grupy metod należy też zaliczyć ich małą wrażliwość na niewielkie uszkodzenia oraz brak możliwości określenia miejsca powstania uszkodzenia. Końcowa ocena tej grupy metod to 3,5.

4.2. Metody oparte o zmianę postaci drgań własnych

Kolejną grupę metod wykrywania uszkodzeń stanowią procedury bazujące na zmianach postaci drgań własnych. Wśród tych metod można wyróżnić trzy podstawowe:

- badanie korelacji kształtu postaci drgań elementu nieuszkodzonego i w stanie bieżącym (MAC lub CoMAC),
- analiza krzywizny kształtu postaci drgań,
- analiza energii odkształcenia dla postaci drgań.

Współczynnik MAC jest zdefiniowany jako iloczyn skalarny dwóch wektorów modalnych [22], z których pierwszy jest zidentyfikowany dla układu nieuszkodzonego, natomiast drugi jest postacią drgań dla obiektu z uszkodzeniem. Jeżeli współczynnik MAC jest mniejszy od jeden to wystąpiła zmiana postaci drgań. Współczynnik MAC może być obliczany zarówno dla jednej współrzędnej jak i dla pewnego obszaru. Dla jednej wybranej współrzędnej nosi on nazwę *CoMAC* (ang. *Coordinate MAC*). Wyznaczając go można dodatkowo określić, w którym obszarze wystąpiło uszkodzenie. W praktyce metoda nie jest jednak zbyt czuła i nie pozwala na wykrycie uszkodzeń w początkowej fazie rozwoju.

Dlatego też często analizuje się zmianę krzywizny zdefiniowaną jako pochodną lub drugą pochodną postaci drgań. Jest ona bowiem bardziej wrażliwa na zmiany niż sama postać. W szczególności dotyczy to uszkodzeń obiektów, które zmieniają postać drgań lokalnie. Metoda jest obciążona stosunkowo dużym błędem w przypadku, gdy liczba punktów pomiarowych nie jest wystarczająco duża, aby wyznaczyć z odpowiednią dokładnością kolejne pochodne postaci drgań. Pochodne oblicza się w punktach pomiarowych przez aproksymację prostymi przechodzącymi przez kolejne punkty lub też poprzez aproksymację wielomianową krzywej odkształcenia i wyznaczeniu pochodnych analitycznie. Ta druga metoda jest znacznie mniej wrażliwa na błędy pomiarowe, natomiast wygładza przebiegi postaci, co może być przyczyną niewykrycia uszkodzenia. Skuteczność stosowania tej metody zależy również od lokalizacji uszkodzenia.

Najdokładniejszą z metod bazujących na wektorach modalnych przedstawiono w pracy [13]. Metoda polega na porównaniu energii odkształcenia postaci drgań układu bez uszkodzenia i układu z uszkodzeniem. Jako układ bez uszkodzenia można przyjmować w opisywanej metodzie model elementów skończonych konstrukcji. Aby wyznaczyć SER_{ij} współczynnik energii i -tej postaci drgań dla j -tego elementu należy dysponować danymi w postaci znajomości przebiegu postaci drgań ϕ_i , częstości własnej ω_i , macierzą globalną sztywności modelu elementów skończonych K oraz macierzą sztywności dla j -tego elementu skończonego k_j :

$$SER_{ij} = \frac{\phi_i^T k_j \phi_i}{\phi_i^T K \phi_i} = \frac{\phi_i^T k_j \phi_i}{\omega_i^2} \quad (1)$$

Współczynnik β_{ij} nazywany w literaturze [13] współczynnikiem uszkodzenia wyznacza się z zależności:

$$\beta_{ij} = SER_{ij}^u - SER_{ij}^d \quad (2)$$

gdzie: indeks $_d$ oznacza dane dla konstrukcji z uszkodzeniem natomiast $_u$ dane dla konstrukcji bez uszkodzenia. Jak wykazały badania symulacyjne i eksperymentalne, metoda jest czuła nawet na niewielkie zmiany sztywności konstrukcji (ok. 5%).

Każda z metod tej grupy, co oczywiste, wymaga przeprowadzenia analizy modalnej przy użyciu algorytmów pozwalających na identyfikację wektorów modalnych. Jak już napisano w poprzednim podrozdziale metody te nie działają w sposób automatyczny. Istniejące już procedury automatycznej analizy modalnej nie są jeszcze zoptymalizowane i mogą być stosowane z ograniczeniami. Nie są także dostępne w komercyjnie dostępnych pakietach oprogramowania. Dlatego w pierwszej kategorii zdecydowano się przyznać 0,5 punktu, choć niewątpliwie sytuacja ta może ulec poprawie.

Dzięki algorytmom eksploatacyjnej analizy modalnej istnieje możliwość identyfikacji wektorów modalnych bez znajomości wymuszeń. Wektory są wówczas nieskalowane, ale nie jest to tutaj przeszkodą.

Czas realizacji, bez względu na to, który z algorytmów analizy modalnej zastosujemy, jest relatywnie długi, a wymagania sprzętowe wysokie.

W pracy [21] pokazano, że wektory modalne są znacznie mniej wrażliwe na zmianę warunków zewnętrznych niż wielkości związane z biegunami układu. Natomiast ogólna ocena metod pod kątem dokładności ich działania waha się od 0,5 do 1, a całościowa ocena uwzględniająca wszystkie pięć kryteriów to 3 – 3,5.

4.3. Metody oparte o zmianę wektorów Ritza

Kolejnym wielkością stosowaną do wykrywania uszkodzeń są wektory Ritza. Są one podobne do wektorów modalnych. Dają jednak lepsze oszacowanie odpowiedzi układu już przy niewielkiej liczbie wektorów uwzględnionych w analizie. Dostarczają też informacji o statycznym odkształceniu obiektu. Wektory, a w szczególności śledzenie ich zmian wykorzystano do diagnostyki stanu konstrukcji w kilku pracach m.in. [14]. Wektory te w praktyce są wrażliwe na zmiany dynamicznych własności strukturalnych diagnozowanego obiektu. Porównując kilka pierwszych wektorów Ritza dla układu z uszkodzeniem i bez można wykryć nawet niewielkie uszkodzenia, które powodują zmiany tylko wyższych postaci drgań (dla wyższych częstości własnych). W efekcie daje to oczekiwany wynik przy mniejszym nakładzie obliczeniowym. Wadą detekcji uszkodzeń opartej na analizie zmian wektorów Ritza jest brak skutecznych metod na estymację ich na podstawie pomiarów eksploatacyjnych.

Istnieją dwa algorytmy pozwalające na identyfikację wektorów Ritza. Oba mogą pracować w sposób automatyczny, jednak oba wymagają znajomości wymuszeń i oba mają duży koszt obliczeniowy i wymagają pewnej wiedzy a priori o obiekcie.

Wektory Ritza, podobnie jak wektory modalne są mało wrażliwe na zmianę warunków otoczenia. Wykazują za to o wiele większą wrażliwość na uszkodzenie już w jego początkowym stadium. Nie są praktycznie stosowane do wykrywania uszkodzeń z uwagi na problemy z ich poprawną identyfikacją na podstawie danych eksploatacyjnych. Całościowa ocena tej metody to 2,5.

4.3. Metody oparte o zmiany charakterystyk częstotliwościowych

Ze względu na fakt, że podatność dynamiczna jest zdominowana przez postacie drgań związane z niskimi częstotliwościami, jej identyfikacja jest łatwiejsza i dokładniejsza w porównaniu ze sztywnością dynamiczną (WFP). Na uwagę zasługuje metoda oparta na sprawdzaniu iloczynu macierzy sztywności i podatności. W każdym stanie konstrukcji iloczyn tych macierzy powinien być równy macierzy jednostkowej:

$$F_d K_d = I \quad (3)$$

gdzie; F_d macierz podatności, K_d macierz sztywności.

W przypadku uszkodzenia konstrukcji zmiana macierzy podatności może być wyrażona za pomocą wzoru:

$$K_d = K_u - \Delta K \quad (4)$$

gdzie: ΔK oznacza nieznaną zmianę podatności na skutek uszkodzenia, indeks u oznacza konstrukcję nieuszkodzoną, d oznacza konstrukcję uszkodzoną. Macierz podatności może być wyznaczona z pomiarów poprzez estymację postaci drgań (macierzy modalnej) Φ_d i macierzy częstości własnych Λ_d :

$$F_d = \Phi_d \Lambda_d^{-2} \Phi_d^T \quad (5)$$

Łącząc powyższe zależności otrzymano:

$$F_d \Delta K = F_d K_u - I \quad (6)$$

We wzorze tym nieznanne jest jedynie ΔK , które można wyznaczyć stosując metodę najmniejszych kwadratów.

Metoda ta jest bardzo skuteczna i stosowana w praktyce dla lokalizacji uszkodzenia i oceny stopnia jego zaawansowania. Jednak wymóg identyfikacji skalowanych wektorów modalnych do każdorazowej oceny stanu obiektu sprawia, że metoda nie spełnia pierwszych trzech z przyjętych

kryteriów oceny. Dlatego nota końcowa wynosi jedynie 2.

Charakterystyka częstotliwościowa konstrukcji w formie widmowej funkcji przejścia (WFP) również może być wykorzystana do diagnozowania jej uszkodzeń. Idea metody opisanej w [10] jest oparta na znajomości charakterystyki częstościowej konstrukcji (punktowej lub przejścia) dla konstrukcji nieuszkodzonej. Dla oceny uszkodzenia wymagany jest eksperyment polegający na wymuszeniu drgań układu siłą o znanym widmie i pomiarze widma przemieszczeń w wybranym punkcie konstrukcji. Wektor uszkodzenia w tej metodzie fizycznie oznaczający niezrównoważoną siłę działającą w otoczeniu uszkodzenia i wyznacza się z zależności:

$$d = H^{-1}x - f \quad (7)$$

gdzie: H^{-1} jest odwróconą macierzą charakterystyk czystościowych, x wektorem przemieszczeń, natomiast f siłą wymuszającą. Jeżeli w układzie występuje uszkodzenie, wtedy wartość współrzędnej wektora uszkodzenia odpowiadającej stopniom swobody połączonym z uszkodzeniem jest różna od zera. Takie sformułowanie wymaga znajomości siły wymuszającej. W przypadku, gdy wartość ta nie jest znana wskaźnik uszkodzenia definiuje się za pomocą zależności:

$$r = d + f = H^{-1}x \quad (8)$$

gdzie: x i f są określone w stanie z uszkodzeniem natomiast H w przypadku bez uszkodzenia.

Macierz uszkodzenia jest zdefiniowana na bazie wskaźnika r w postaci:

$$D^2 = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} R \circ R^* df \quad (9)$$

gdzie; $R = r \circ r^*$ oznacza iloczyn skalarny, f_1 f_2 ograniczają rozważane pasmo częstotliwości. Jeżeli uszkodzenie znajduje się pomiędzy stopniami swobody i i j wtedy element D_{ij} macierzy D jest różny od zera.

Metoda ta może działać w pełni automatycznie, a niezbędne obliczenia ograniczają się do kilku podstawowych operacji na sygnałach. (FFT, iloczyn skalarny, całkowanie). Metoda może być sformułowana w sposób, który umożliwia jej działanie tylko przy znajomości odpowiedzi układu, choć do wyznaczenia macierzy WFP dla układu nieuszkodzonego konieczny jest eksperyment czynny. Jest on jednak przeprowadzany jednorazowo i przed rozpoczęciem eksploatacji obiektu, nie ma więc wpływu na późniejszą pracę systemu. Wrażliwość metody na zmianę warunków otoczenia jest mniejsza niż dla częstotliwości drgań własnych i współczynników tłumienia,

a wrażliwość i skuteczność metody może być oceniona jako poprawna. Ocena metody pod kątem przyjętych kryteriów wynosi więc 4.

Innym typem charakterystyki częstotliwościowej obiektu jest funkcja transmissibility definiowana jako stosunek dwóch widm Fouriera odpowiedzi układu zmierzonych przez czujniki pomiarowe umieszczone w dwóch różnych położeniach i i j . Funkcja ta wyraża się wzorem:

$$T_{ij}(\omega) = \frac{Y_i(\omega)}{Y_j(\omega)} \quad (10)$$

lub dla gęstości widmowych mocy:

$$T_{ij}(\omega) = \frac{\sqrt{S_j(\omega)} S_{ij}(\omega)}{\sqrt{S_j(\omega)} |S_{ij}(\omega)|} \quad (11)$$

Ponieważ wyznaczane są jedynie odpowiedzi układu, to w porównaniu z widmową funkcją przejścia nie znamy biegunów układu, które definiują w sposób globalny jego dynamikę. Odpowiedzi układu zawierają natomiast informację o zerach układu, a więc dają informację o lokalnych zmianach zachodzących w obiekcie. Taka definicja funkcji transmissibility pozwala więc na zastosowanie jej do wykrywania i lokalizacji uszkodzenia. W tym celu należy wyznaczyć wskaźnik uszkodzenia WU dany wzorem [20]:

$$WU_{ij} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{\omega} \left[1 - \frac{T_{ij}^u(\omega)}{T_{ij}^0(\omega)} \right]^2 \quad (12)$$

Tak wyliczone wskaźniki uszkodzenia dla każdej pary kierunków pomiarowych i, j można następnie zestawić w macierz, której wartości większe od 0 wskazują na wystąpienie różnic w dynamice układu.

Procedura wykrywania uszkodzenia oparta na analizie zmian funkcji transmissibility, podobnie jak metoda bazująca na zmianach WFP pozytywnie przechodzi weryfikację pod kątem trzech pierwszych punktów oceny. Przy czym nie istnieje tutaj konieczność przeprowadzenia eksperymentu czynnego nawet na etapie przygotowania danych odniesienia, a obliczenia są jeszcze prostsze.

Jeżeli chodzi o wrażliwość na zmiany warunków zewnętrznych i skuteczność wykrywania uszkodzeń sytuacja również przedstawia się podobnie jak w przypadku charakterystyk WFP. Wynik dla tej techniki wynosi 4.

Kolejną metodą wykrywania uszkodzeń jest analiza zmian charakterystyk częstotliwościowych w postaci WFP lub widm odpowiedzi układu poddanych filtracji modalnej [6, 21]. Inne zastosowanie filtru modalnego do detekcji uszkodzeń pokazano w pracach [4, 5], ale metody te wymagają bardziej złożonych analiz z uwzględnieniem dostrojonego modelu elementów

skończonych co czyni je nieprzydatnymi ze względu na kryteria przyjęte w pracy.

Filtr modalny jest narzędziem do ekstrakcji współrzędnych modalnych związanych z poszczególnymi postaciami drgań własnych układu z przebiegów odpowiedzi układu, poprzez transformację wektora odpowiedzi ze współrzędnych fizycznych do modalnych [3].

Aby to osiągnąć konieczne jest wprowadzenie nowej wielkości – sprzężonych wektorów modalnych. Wektory te z założenia są ortogonalne do wszystkich wektorów modalnych, z wyjątkiem tego na którego częstotliwość filtr modalny był nastrojony. Dzięki temu mogą być zastosowane do rozkładu odpowiedzi układu na składowe związane z poszczególnymi częstotliwościami drgań własnych we współrzędnych modalnych η_r .

$$\eta_r(\omega) = \psi_r^T \cdot \{x(\omega)\} \quad (22)$$

gdzie: $\{x(\omega)\}$ – wektor odpowiedzi układu.

Tak uzyskane charakterystyki mają tylko jedno maksimum związane z r -tą częstotliwością własną.

Widmowa funkcja przejścia lub widmo obiektu wymuszonego białym szumem poddane filtracji modalnej ma tylko jeden pik, odpowiadający częstotliwości drgań własnych, na którą filtr modalny był nastawiony. W przypadku, gdy w obiekcie wystąpi jakaś zmiana lokalna – uszkodzenie, filtr przestaje działać i pojawiają się niewielkie dodatkowe maksima związane z innymi częstotliwościami drgań własnych. Z drugiej strony zmiany globalne wywołane zmianami temperatury otoczenia lub wilgotności nie zakłócają pracy filtru i badana charakterystyka ma wciąż jeden pik o nieco przesuniętej częstotliwości. Pozwala to na proste rozróżnienie zmian parametrów modalnych obiektu wynikających z uszkodzenia od tych wynikających z warunków zewnętrznych. Filtracji można poddawać widmowe funkcje przejścia mierzone bądź syntezywane lub też widmo odpowiedzi przy założeniu, że wymuszenie obiektu będzie szumem zbliżonym do białego. W przypadku, gdy zdecydujemy się na filtrację widmowych funkcji przejścia konieczna jest znajomość sił wymuszających (bezpośredni pomiar charakterystyk) lub też każdorazowe przeprowadzenie analizy modalnej w celu syntezy potrzebnych charakterystyk [21]. Z uwagi na wymagania stawiane metodom, oceniano wariant filtracji widm odpowiedzi. Taka metoda jest mniej pewna, gdyż wyniki zależą mocno od rodzaju wymuszenia, ale szukając dodatkowych maksimum charakterystyk tylko w okolicach częstotliwości drgań własnych zwiększamy niezawodność jej działania.

Metoda pozwala na redukcję danych i automatyzację procesu obliczeniowego – nie ma konieczności przeprowadzania analizy modalnej dla każdego zestawu danych. Zalety te powodują, że metoda nadaje się idealnie do pracy

w automatycznym układzie wykrywania uszkodzeń w czasie rzeczywistym. Dodatkowym atutem metody jest jej znaczna czułość i niewrażliwość na zmiany warunków zewnętrznych..

4.4. Podsumowanie oceny metod

Ocena metod wykrywania uszkodzeń pod kątem możliwości ich automatyzacji przeprowadzona zgodnie z założeniami przyjętymi w rozdziale 3 wskazała na trzy metody, wszystkie oparte o analizę zmian charakterystyk częstotliwościowych. Ich przewaga wynika z braku konieczności każdorazowej identyfikacji parametrów modalnych. W tabeli 1 zestawiono szczegóły przeprowadzonej oceny.

Tabela 1. Szczegółowe zestawienie ocen

Metoda	AU	OO	CC	AC	DD	Suma
CDW i TM	1	1	1	0,2	0,3	3,5
MDLAC	0	1	0	0,2	0,5	1,7
MAC	0,5	1	0	1	0,5	3
SER	0,5	1	0	1	1	3,5
WR	0,5	0	0	1	1	2,5
PD	0,5	0	0	0,5	1	2
WFP	1	1	1	0,5	0,5	4
Trans	1	1	1	0,5	0,5	4
FM	1	1	1	1	0,5	4,5

W tabeli użyto skrótów oznaczonych w tekście artykułu w rozdziałach 2 i 3.

5. WERYFIKACJA NAJWYŻEJ OCENIONYCH METOD

Trzy najwyższej ocenione metody zostały zaimplementowane w środowisku Matlab, a następnie przetestowane pod kątem szybkości działania i efektywności znajdowania uszkodzenia. Do weryfikacji użyto danych wygenerowanych przy pomocy modelu symulacyjnego o 7 stopniach swobody. Wszystkie trzy metody zostały zaimplementowane przez tę samą osobę, przy użyciu, jeżeli było to możliwe, zbliżonych procedur. Następnie testowano je na komputerze klasy PC z procesorem Intel® Pentium Centrino Duo 2,00 GHz, 1 GB RAM. Czas symulacji mierzono jedynie dla tej części obliczeń, która musi być przeprowadzana na bieżąco, tzn. bez przygotowania danych odniesienia, wyliczenia współczynników filtra modalnego itp.

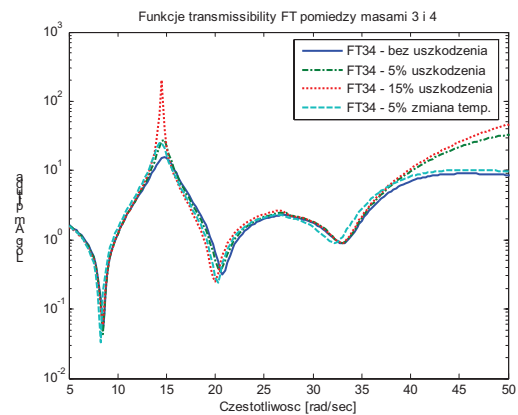
W tabeli 2 podano parametry układu symulacyjnego. W celu weryfikacji metod model został wymuszony szumem białym w masie nr 3 i wyznaczone zostały widma odpowiedzi układu na takie wzmuszenie. Następnie zamodelowano uszkodzenie w postaci obniżonego współczynnika sprężystości k_{14} o kolejno 5 i 15 % i powtórzono symulację. Dodatkowo symulowano zmianę temperatury otoczenia obniżając wszystkie współczynniki sprężystości o 5 %.

Tabela 2. Parametry układu do badań symulacyjnych

Masy [kg]	$m_1 = 5; m_2 = 1; m_3 = 1; m_4 = 1; m_5 = 4; m_6 = 2; m_7 = 2;$
Współczynniki tłumienia [N s / m]	$c_{01} = 26.6; c_{12} = 5; c_{13} = 5; c_{14} = 5; c_{25} = 4.95; c_{35} = 5; c_{45} = 5; c_{56} = 9; c_{57} = 9;$
Sztywności [N / m]	$k_{01} = 80000; k_{12} = 15000; k_{13} = 15000; k_{14} = 15000; k_{25} = 14800; k_{35} = 15000; k_{45} = 15000; k_{56} = 27000; k_{57} = 27000;$

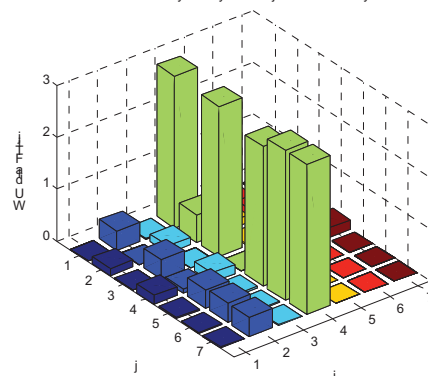
Przyjęto następującą notację: wartość sztywności między masami i i j – k_{ij} , wartość tłumienia między masami i i j – c_{ij} . Ponieważ filtr modalny z założenia pracuje jedynie dla wektorów modalnych rzeczywistych, zastosowano tłumienie proporcjonalne.

Na rys. od 1 do 5 pokazano porównanie odpowiednich charakterystyk i przebieg wskaźników uszkodzenia dla wszystkich symulacji.

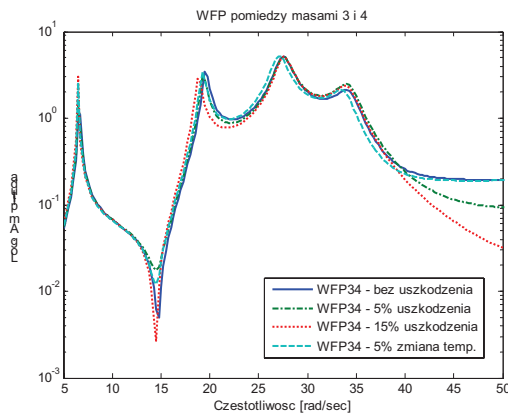


Rys. 1. Przebieg funkcji transmissybilności dla kolejnych symulacji

Wskaźnik uszkodzenia WU wyliczony z funkcji transmissybilności - uszkodzenie 5 %

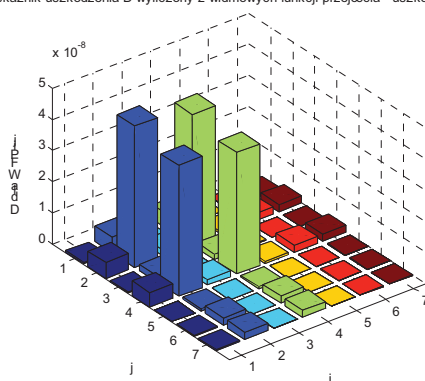


Rys. 2. Macierz wskaźników uszkodzenia dla układu symulacyjnego – transmissybilność

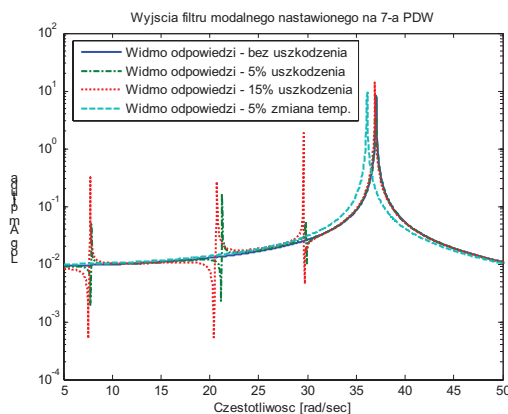


Rys. 3. Przebieg WFP dla kolejnych symulacji

Wskaźnik uszkodzenia D wyliczony z widmowych funkcji przejścia - uszkodzenie 5 %



Rys. 4. Macierz wskaźników uszkodzenia dla układu symulacyjnego – WFP



Rys. 5. Wyjście filtra modalnego dla kolejnych symulacji

Dla filtracji modalnej nie wylicza się wskaźnika uszkodzenia, o jego wystąpieniu informuje procedura wykrywania maksimum, która wskazuje pojawienie się nowych pików na charakterystyce. Jak widać, dla danych symulacyjnych, każda z procedur była w stanie wykryć uszkodzenie już na poziomie 5 %. Metody oparte o charakterystyki transmissibility i WFP podały dodatkowo przybliżoną jego lokalizację. Metoda filtracji modalnej, co wynikało z jej założeń nie została zakłócona przez zmiany temperatury zewnętrznej. W tabeli 3 zestawiono czasy obliczeń dla kolejnych

symulacji. Symulacje przeprowadzono dla siedmiu punktów pomiaru odpowiedzi układu, dla każdego z punktów analizowano odpowiedzi czasowe o długości 1000 s próbkowane z częstotliwością 512 Hz. Zakres częstotliwościowy analiz wyniósł 200 Hz przy rozdzielczości 0,25 Hz.

Tabela 3. Porównanie czasów symulacji

	Trans.	WFP	FM
Czas obliczeń [s]	0,375	0,437	0,25

Porównanie czasów działania metod dla implementacji w środowisku Matlab wykazało, że każda z metod potrzebuje mniej niż 0,5 s aby wyznaczyć nowy zestaw wskaźników uszkodzenia. Najszybszą z metod okazała się, zgodnie z oczekiwaniami, filtracja modalna widm odpowiedzi układu. Należy podkreślić, że procedury wykorzystane do symulacji nie były optymalizowane pod kątem szybkości działania, a więc uzyskane wyniki można jeszcze poprawić.

6. PODSUMOWANIE

W pracy podjęto próbę oceny metod nieniszczącego wykrywania uszkodzeń, bazujących na odpowiedziach drganiowych monitorowanych obiektów, w aspekcie możliwości ich zastosowania w automatycznym systemie monitoringu. Przyjęto takie kryteria oceny, które większy nacisk stawiało na możliwość łatwej i niedrożej implementacji metod oraz możliwość ich działania bez konieczności dodatkowej obsługi. W związku z tym nie należy traktować tej klasyfikacji jako dyskwalifikującej pewne metody w ogóle. Może się bowiem okazać, że dla pewnych zastosowań nie ma konieczności ograniczania się do urządzeń o niewielkiej mocy obliczeniowej, czy pomiarów jedynie odpowiedzi układu. Wówczas dobór metody należy przeprowadzić pod innym kątem.

PODZIĘKOWANIE

Praca została wykonana w ramach Projektu Badawczego Rozwojowego R0301502, sfinansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

LITERATURA

- [1]. Farrar C. R., Doebling, S. W.: "An overview of modal-based damage identification methods", *Proceedings of DAMAS Conference*, Sheffield, UK, June (1997).
- [2]. Mendrok K., Uhl T.: "Overview of modal model based damage detection methods", *Proceedings of 2004 ISMA*, Leuven, Belgium, (2004).
- [3]. Zhang Q., Allemang, R. J., Brown, D. L.: "Modal Filter: Concept and Applications",

- Proceedings of International Modal Analysis Conference, pp. 487-496, (1990).
- [4]. Gawronski W., Sawicki J.: "Structural damage detection using modal norms", Journal of Sound and Vibration, 229 (1), 194-198, (2000).
- [5]. El-Ouafi Bahlous S., Abdelghani M., H. Smaoui, S. El-Borgi: "A Modal Filtering and Statistical Approach for Damage Detection and Diagnosis in Structures using Ambient Vibrations Measurements", Journal of Vibration and Control, Vol. 13, No. 3, 281-308 (2007).
- [6]. Deraemaeker A., Preumont A.: "Vibration based damage detection using large array sensors and spatial filters", Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 20, Issue 7, 1615-1630, (2006).
- [7]. Lisowski W.: *Selected problems of automation of procedures of experimental modal analysis* (in Polish), AGH Publishers, Krakow, Poland, (2006).
- [8]. Ettouney, M., Daddazio, R., Hapij, A., Aly, A.: "Health Monitoring of Complex Structures", Smart Structures and Materials 1999: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, Proceedings of SPIE, Vol. 3326, pp. 368-379, (1999).
- [9]. Kawiecki, G.: "Modal Damping Measurements for Damage Detection", European COST F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring, Madrid, Spain, 651-658, (2000).
- [10]. Agneni A., Crema, L., Mastroddi F.: "Damage Detection from Truncated Frequency Response Functions", European COST F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring, Madrid, Spain, 137-146, (2000).
- [11]. Balis Crema, L., Mastroddi, F.: "A Direct Approach for Updating and Damage Detection by Using FRF Data", Proceedings of ISMA23, Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, (1998).
- [12]. Żak, A., Krawczuk M., Ostachowicz W.: "Vibration of a Laminated Composite Plate with Closing Delamination", Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures Proceedings of DAMAS 99, Univ. College, Dublin, Ireland, (1999).
- [13]. Carrasco, C., Osegueda, R., Ferregut, C., Grygier, M.: "Localization and Quantification of Damage in a Space Truss Model Using Modal Strain Energy", Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, Proceedings of SPIE, Vol. 3043, 181-192, (1997).
- [14]. Sohn, H., Law, K. H.: "Extraction of Ritz Vectors from Vibration Test Data", Structural Health Monitoring 2000, Stanford University, Palo Alto, CA, 840-850, (2000).
- [15]. Heyns, P. S.: "Structural Damage Assessment Using Response-Only Measurements", Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures, Proceedings of DAMAS '97, Univ. of Sheffield, UK, 213-223, (1997).
- [16]. Bodeux, J. B., Golinval, J. C.: "ARMAV Model Technique for System Identification and Damage Detection", European COST F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring, Madrid, Spain, 303-312, (2000).
- [17]. Naldi, G., Venini, P.: "Post-processing Singular Solutions by the Wavelet Transform", Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures Proceedings of DAMAS '97, Univ. of Sheffield, UK, 109-120, (1997).
- [18]. Ruotolo, R., Surace C.: "Damage Detection Using Singular Value Decomposition" Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures Proceedings of DAMAS '97, Univ. of Sheffield, UK, 87-96, 1997.
- [19]. Williams, E. J., Messina, A.: "Applications of the Multiple Damage Location Assurance Criterion", Proceedings of DAMAS 99, Dublin, Ireland, (1999).
- [20]. Johnson T. J., Adams D. E.: "Transmissibility as a Differential Indicator of Structural Damage", Journal of Vibration and Acoustics, Volume 124, Issue 4, pp. 634-641 (2002).
- [21]. Mendrok K., Uhl T., "Application of modal filter for damage detection", Proceedings of III ECOMAS Conference - Smart Material and Structures, Gdańsk, Polska, (2007).
- [22]. Uhl T., „Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych”, WNT Warszawa, (1997).

Dr inż. Krzysztof MENDROK jest adiunktem w Katedrze Robotyki i Dynamiki Maszyn, AGH w Krakowie. Jego zainteresowania skupiają się na zagadnieniach dynamiki strukturalnej, a zwłaszcza na algorytmach analizy modalnej i analizy dróg rozchodzenia się energii drgań w konstrukcjach. Zajmuje się wykorzystaniem tych metod do wykrywania uszkodzeń i identyfikacji sił. Jest autorem prac podejmujących tę tematykę.

