

MODEL ROZPŁYWU ENERGII W SYSTEMACH MECHANICZNYCH

Henryk KAŹMIERCZAK

Przemysłowy Instytut Maszyn Rolniczych

Poznań, ul. Starołęcka 31,

tel.(0-61) 876-55-17, fax (0-61) 879-32-6, e-mail office@pimr.poznan.pl

1. Wstęp

Podjęwając prace z zakresu minimalizacji oddziaływań energetycznych należy utworzyć możliwie prosty model energetyczny do symulacji obciążeń dynamicznych, umożliwiającą minimalizację obciążeń poprzez zmianę parametrów mechanicznych maszyny lub zmianę parametrów procesu technologicznego.

Jedną z wielkości kryterialnych stosowanych w projektowaniu układów mechanicznych są własności dynamiczne konstrukcji, odniesione do charakterystyk wymuszeń siłowych i kinematycznych, którym poddana jest maszyna.

Celem budowy modelu energetycznego systemu mechanicznego jest zastosowanie go do optymalizacji energetycznej poprzez syntezę rozptywu mocy w systemie i analizę przepływu energii, pozwalającą ocenić skutki modyfikacji własności dynamicznych systemu.

W metodzie analizy rozptywu mocy uwzględnia się przestrzenny rozkład mocy w podsystemach, opisując przenoszenie mocy między tymi podsystemami i rozpraszanie mocy.

Zgodnie z najnowszymi badaniami [7 - 9], do celów analizy dynamicznej a także w celu budowy modelu diagnostycznego, maszynę modeluje się jako procesor energii. Strumień energii ze źródła mocy przekształcany jest przez maszynę zgodnie z jej misją projektową na energię procesu technologicznego oraz na energię dyssypowaną (zewnątrznie i wewnątrznie). Energia dyssypowana wewnątrznie, akumulując się, prowadzi do destrukcji systemu. Obserwacja (w czasie długim Θ) zaawansowania stanu destrukcji prowadzona jest zwykle pośrednio, na wyjściu systemu, poprzez pomiar symptomu, np. mocy rozpraszanej.

Metodę dystrybucji mocy, opartą na badaniu gęstości widmowych mocy sygnałów wymuszenia i odpowiedzi można zastosować dla stanów ustalonych obciążeń dynamicznych.

Rozptyw mocy w systemie mechanicznym wymaga optymalizacji funkcjonalnej, tzn. maksymalizacji mocy wykorzystywanej do procesu technologicznego oraz minimalizacji energii dyssypowanej wewnątrznie oraz zewnątrznie.

Przyczyną rozpraszania (dyssypacji) energii w drgających systemach mechanicznych jest tarcie wewnętrzne oraz tarcie konstrukcyjne, zachodzące na powierzchniach połączonych nieruchomo elementów, a także tarcie w połączeniach ruchomych (prowadnice, łożyska).

Rozpraszanie energii następuje także wskutek występowania tłumienia hydrodynamicznego i aerodynamicznego (zjawisko flateru). Zjawisko rozpraszania energii jest nieodwracalne. Tarcie jest końcową formą rozpraszania energii. Ewolucyjna kumulacja energii prowadzi do destrukcji elementów systemu poprzez zmiany parametrów mechanicznych elementów, np. obniżenie sztywności, obniżenie twardości, złuszczenie bieżni łożysk, pęknięcia zmęczeniowe, erozję zewnętrzną materiału, korozję itp.

Ewolucja zużycia oraz uszkodzeń elementów maszyny wymaga budowy holistycznego modelu energetycznego maszyny, opisującego jej zachowanie w funkcji czasu Θ , będącego czasem ewolucji dynamicznej systemów, tj. w całym cyklu życia obiektu.

Holistyczny sposób opisu modelu obiektu oznacza opis jego zachowań w pięciowymiarowej czasoprzestrzeni, który obejmuje opis stanu dynamicznego obiektu poprzez wielkości dynamiczne, będące funkcją czasu bieżącego t i równocześnie zależne od czasu jego eksploatacji (czas długi Θ , będący czasem ewolucji dynamicznej obiektu), a także trzy składowe przestrzenne. Zjawisko degradacji węzłowych zespołów obiektu jest przedmiotem opisu w diagnostyce eksploatacyjnej poprzez model energetyczny, będący modelem holistycznym. Równocześnie holistyczność obiektu oznacza w dynamice opis jego zachowań jako całości z uwzględnieniem warunków brzegowych oraz oddziaływań środowiska.

2. Dystrybucja mocy obciążeń dynamicznych w systemach mechanicznych

Złożony system mechaniczny, analizowany jako układ dynamiczny modelowany energetycznie, może zawierać wiele podsystemów multimodalnych, a każdy podsystem może być sprzężony z więcej niż jednym z pozostałych podsystemów. Każdy podsystem może być modelowany jako zbiór modów energetycznych. Np. w przypadku maszyny mody drgań poprzecznych w odpowiednim paśmie

częstotliwości mogą być traktowane jako podsystem, natomiast mody obciążeń dynamicznych wzdłużnych jako inny podsystem. Wzdłużne i poprzeczne własności struktury analizowane są z energetycznego punktu widzenia jako oddzielne, separowane podsystemy ze względu na różnice w ich impedancjach i gęstościach modalnych, definiowanych jako iloraz ilości n modów energetycznych do szerokości pasma częstotliwości $n/\Delta f$.

Opierając się na metodzie podatności dynamicznej oraz metodzie SEA [Statistical Energy Analysis] [7, 8, 9] wyznacza się uśrednioną w czasie dystrybucję mocy między dwoma podsystemami wielosystemowego modelu (rys. 1):

$$\bar{N}_k = \omega(\eta_{ik} E_k - \eta_{ki} E_i) \quad (1)$$

gdzie:

\bar{N} - moc wejściowa, E_i, E_k - przestrzenne, częstotliwościowe średnie poziomy energii, odpowiednio, podsystemów i, k , natomiast uśredniona w czasie moc rozproszona w systemie k ma postać:

$$\bar{N}_k \text{ dys} = \omega \eta_k E_k \quad (2)$$

gdzie:

η_k - współczynnik rozproszenia energii w systemie k w wyniku tłumienia wewnętrznego,
 $\omega \eta_{ik} E_k$ - miara strat mocy podsystemu k w wyniku sprzężenia z podsystemem i ,
 $\omega \eta_{ki} E_i$ - miara strat mocy podsystemu i w wyniku sprzężenia z podsystemem k ,

Z równania (2) wynika, iż moc przenoszona między dwoma podsystemami jest proporcjonalna do różnicy energii tych podsystemów. Równowagę (bilans) mocy w systemie opisuje równanie:

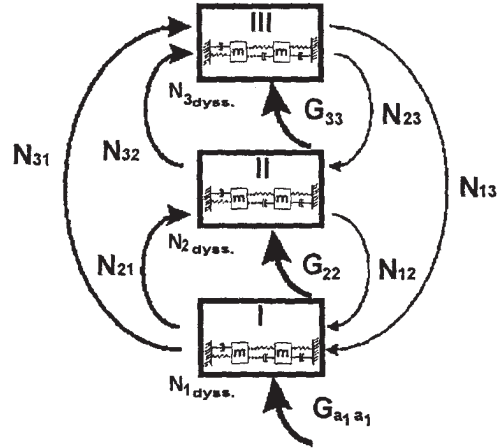
$$\bar{N}_k = \bar{N}_{kk \text{ dys}} + \sum_{i \neq k} \bar{N}_{i \leftarrow k} - \sum_{i \neq k} \bar{N}_{i \rightarrow k} \quad (3)$$

Pierwszy składnik jest miarą mocy dyssypowanej w podsystemie k , drugi składnik jest sumą miar mocy przenoszonych z podsystemu k na podsystemy i , natomiast odjemnik

$-\sum_{i \neq k} \bar{N}_{i \rightarrow k}$ jest miarą mocy przenoszonych z podsystemu i na podsystem k .

Schemat idei dystrybucji mocy w systemie mechanicznym zamieszczono na rys. 1. System jest złożeniem podsystemów I, II, III, z

których każdy ma charakterystyczne dlań własności dynamiczne. $G_{a_1 a_1}, G_{a_2 a_2}, G_{a_3 a_3}$ są gęstościami widmowej mocy wymuszeń zewnętrznych, N_{ik} - moce przenoszone z podkładu k na podkład i , $N_{I \text{ dys}}, N_{II \text{ dys}}, N_{III \text{ dys}}$ są mocami dyssypowanymi w poszczególnych podsystemach.



Rys. 1. Schemat dystrybucji mocy w systemie mechanicznym (N_{ik} - elementy macierzy przenoszenia mocy, $G_{a_k a_k}$ - gęstość widmowej mocy wymuszeń zewnętrznych)

Na rys. 1. zamieszczono schemat złożenia podkładów I, II, III, z których każdy ma charakterystyczne dlań własności dynamiczne.

Zgodnie z „II zasadą przepływu energii” [4] oraz wg równania bilansu mocy SEA [7 - 9] średnia moc wejściowa do każdego podsystemu jest równoważona z mocą rozpraszaną w podsystemach i przepływami mocy netto do sprzężonych wzajemnie podsystemów, czyli:

$$\begin{Bmatrix} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \vdots \\ \bar{N}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} + \operatorname{Re} N_{11} + \sum_{i=1}^n \operatorname{Im} N_{i1} - \operatorname{Im} N_{12} - \dots - \operatorname{Im} N_{1n} \\ - \operatorname{Im} N_{21} + \operatorname{Re} N_{22} + \sum_{i=3}^n \operatorname{Im} N_{i2} - \dots - \operatorname{Im} N_{2n} \\ \vdots \\ - \operatorname{Im} N_{n1} - \operatorname{Im} N_{n2} - \dots + \operatorname{Re} N_{nn} + \sum_{i=1}^n \operatorname{Im} N_{in} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Wyrazy $\operatorname{Im} N_{ik}$ w tym wyrażeniu są miarą mocy przenoszonej w wyniku działania siły F_k przyłożonej w podsystemie k na podsystem i .

Na każdy z elementów macierzy mocy $\{\bar{N}_k\}$ składa się moc dyssypowana tracona ($k=1, 2, \dots, n$) w danym podsystemie k oraz suma mocy przenoszonej do podsystemów i (w wyniku sprzężenia z podsystemem k poddanym działaniu siły F_k), pomniejszonej o moce ($i \neq k$)

przenoszone do podsystemu k w wyniku działań mocy wejściowej w podsystemach i , sprzężonych z podsystemem k . Części rzeczywiste $Re\bar{N}_{ik}$ są miarami mocy dyssypowanych (traconych) przy przenoszeniu energii z punktu A_k podsystemu k do pkt. A_i podsystemu i w systemach mechanicznych, modelowanych jako systemy dyskretne metodami analizy modalnej.

3. Estymacja mocy obciążeń dynamicznych

Dyskretny model dynamiczny maszyny, przedstawiany jako wielowięściowy-wielowięściowy układ mechaniczny, w opisie holistycznym można opisać równaniem mocy:

$$\{M[D(\Theta)]\ddot{x}(t, \Theta) + C[D(\Theta)]\dot{x}(t, \Theta) + K[D(\Theta)]x(t, \Theta)\}^T \dot{x}(t, \Theta) = F^T(t, \Theta)\dot{x}(t, \Theta) \quad (5)$$

T - symbol transponowania wektora

W równaniu tym $F^T(t, \Theta)\dot{x}(t, \Theta)$ przedstawia macierz rozplywu mocy wejściowej, dostarczaną do systemu w wyniku działania wektora sił wymuszających $F(t, \Theta)$. Macierz mocy sił tłumienia $\{C[D(\Theta)]\}^T \dot{x}(t, \Theta)$ jest mocą rozpraszaną przez tłumienie C , natomiast moc wewnętrzną struktury magazynują zamienne moce sił bezwładności $\{M[D(\Theta)]\ddot{x}(t, \Theta)\}^T \dot{x}(t, \Theta)$ i moce sił sztywności dynamicznej $\{K[D(\Theta)]x(t, \Theta)\}^T \dot{x}(t, \Theta)$.

Miara uszkodzenia $D(r, \Theta)$ w modelu energetycznym definiowana jest jako iloraz energii dyssypowanej $E_d(\Theta)$ do pojemności dyssypacyjnej E_{db} systemu:

$$D(\Theta) = \frac{E_d(\Theta)}{E_{db}} = \frac{\int_0^{\Theta} P[\Theta, N(\Theta)]d\Theta}{E_{db}}$$

gdzie: $P(\Theta)$ moc dyssypacji wewnętrznej,

$N(\Theta)$ moc dyssypacji zewnętrznej (np. drgań).

W modelu dyskretnym każdy z elementów macierzy destrukcji jest $D_{ik}(\Theta) = \frac{E_{ikd}(\Theta)}{E_{ikdb}}$,

przy czym $i=1, 2, \dots, n$ są punktami węzło-

wymi obiektu, $k=1, 2, \dots, r$ są punktami przyłożenia wymuszeń zewnętrznych.

Macierz średnich mocy $\{\bar{N}\}$, uśrednionych po czasie, dostarczanych do maszyny w wyniku działania nań wektora wymuszeń siłowych $F(t, \Theta)$ przyjmuje postać:

$$\{\bar{N}\} = \frac{1}{T} \int_0^T F^T(t, \Theta)\dot{x}(t, \Theta)dt \quad (6)$$

gdzie $F(t, \Theta)$ jest wektorem sił zewnętrznych przyłożonych w punktach k struktury, natomiast $\dot{x}(t, \Theta)$ jest wektorem chwilowych prędkości drgań struktury w punktach dyskretnego modelu maszyny.

Macierz średnich kwadratów mocy wejściowej $\bar{N}(\Theta)$ -obciążeń dynamicznych, „mocy dostarczanej” do systemu w wyniku działania wektora sił $F(t, \Theta)$ (układ wielowięściowy) i przenoszonej na elementy systemu mechanicznego oraz rozpraszanej w systemie ma postać:

$$\bar{N}^2(t, \Theta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T N^2(t, \Theta)dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [F^T(t, \Theta) \cdot v(t, \Theta)]^2 dt$$

$v(t, \Theta)$ - jest wektorem prędkości chwilowych drgań w węzłowych punktach struktury, będących punktami dyskretyzacji modelu systemu, wybranymi ze względu na ważność tych węzłów dla trwałości i niezawodności systemu.

Z twierdzenia Parsevala wynika:

$$\bar{N}^2(t, \Theta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T N^2(t, \Theta)dt = \int_0^{\infty} G_N(\omega, \Theta)d\omega$$

gdzie: $\omega = 2\pi f$, $\bar{N}^2(t, \Theta)$ - macierz kwadratów modułu transformaty mocy wejściowej.

Macierz gęstości widmowych mocy mocy:

$$G_N(\omega, \Theta) = \frac{1}{\pi T} |G_{VF}(j\omega, \Theta)|^2$$

przy czym wzajemna gęstość widmowa siły i prędkość drgań:

$$G_{FV}(j\omega, \Theta) = H_V(j\omega, \Theta) \cdot G_F(\omega, \Theta)$$

gdzie: $H_{Vik}(j\omega, \Theta) = \frac{G_{Vik}(j\omega, \Theta)}{G_{FkFk}(\omega, \Theta)}$ - mobilność dynamiczna,

$V(\omega, \Theta)$ - prędkość drgań mechanicznych,

$F(\omega, \Theta)$ - siła wymuszająca,

B - okno widmowe Hanninga,

G_{VF} - wzajemna gęstość widmowa wymuszenia i prędkości drgań,

G_{VV} - gęstość widmowa prędkości drgań,

G_{FF} - gęstość widmowa wymuszenia,

Stosując twierdzenie o wartości średniej i wyznaczając bezpośrednio widmo mocy przyspieszenia $a^2(f, \Theta)$, otrzymuje się:

$$\bar{N}^2(\Theta) = \sum_{s=1}^l \frac{1}{\omega_s^2 B} |G_{aF}(\omega_s, \Theta)|^2 \cdot \Delta\omega_s \quad (7)$$

przy czym macierz gęstości widmowych skorelowanych wymuszeń:

$$G_{FF}(j\omega, \Theta) = \{H^*(j\omega, \Theta)\}^{-1} \cdot G_{aa}(j\omega, \Theta) \{H^T(j\omega, \Theta)\}^{-1} \quad (8)$$

W okolicach antyrezonansu macierz $H(j\omega, \Theta)$ może być osobliwą. Toteż pomiary odpowiedzi wykonuje się w punktach przyłożenia wymuszeń (lub bliskich tym punktom) oraz w innych węzłowych punktach maszyny.

Do identyfikacji macierzy charakterystyk dynamicznych obiektów mechanicznych o dużych rozmiarach przestrzennych i dużych masach stosowana jest metoda analizy modalnej, oparta o pomiar odpowiedzi na wymuszenia eksploatacyjne, będące wynikiem działania sił procesu technologicznego, bądź wymuszeń kinematycznych oraz procesu destrukcji elementów maszyny.

Metoda ta:

- umożliwia analizę modalną obiektów o dużych rozmiarach, dla których testy laboratoryjne byłyby utrudnione,
- modeluje poprawnie obiekty, gdyż wymuszenia odpowiadają obciążeniom rzeczywistym ze względu na ich przebieg czasowy, rozkład przestrzenny oraz amplitudy, a także warunki brzegowe,
- umożliwia identyfikację modeli nieliniowych.

Posłużenie się metodą eksperymentalnej analizy modalnej do identyfikacji macierzy charakterystyk dynamicznych $H[\omega, D(\Theta)]$, oraz zastosowanie wektora odpowiedzi eksploatacyjnych do identyfikacji stanu dynamicznego systemu i budowy modelu rozptywu mocy, korelują ze współczesnymi tenden-

cjami "eksploatacyjnie zorientowanego" modelowania i projektowania maszyn.

4. Wnioski

1. Analiza przestrzenno-czasowego rozkładu mocy wejściowej wymuszeń zewnętrznych umożliwia hierarchizację amplitudową źródeł energii w systemach mechanicznych.
2. Model rozptywu mocy w systemie mechanicznym spełnia wymóg syntezy wiedzy o tym systemie.

5. Literatura

1. Cempel C., Theory of Energy Transformation Systems and their Application in Diagnostic of Operating systems, Applied Mathematics and Computer Sciences, Vol 3, No 2, 533-548, 1993.
2. Cempel C., Natke H. G., Energy Processing and Energy Processors in Systems Engin., Proc. of Summer School on Systems Engin., Poznań August 27-31, 189-218, 1995.
3. Cempel C., Innovative Developments in Systems Condition Monitoring, Keynote Lecture for DAMAS '99, Damage Assessment of Structure Conference, Dublin, June 1999.
4. Dobry M. W. Optymalizacja przepływu energii w systemie człowiek-narzędzie-podłoże (CNP), Politechnika Poznańska, Rozprawy nr 330, Poznań, 1998.
5. Kaźmierczak H., Badania procesu przenoszenia energii w maszynach rolniczych dla potrzeb diagnostyki i optymalizacji konstrukcji, PIMR Poznań, 1997.
6. Kaźmierczak H., Dystrybucja mocy obciążeń dynamicznych w systemie mechanicznym, VIII Structural Acoustics & Vibrations for Technology, Kraków, 1999.
7. Lyon R., H., Statistical Energy Analysis, Massachusetts Institute of Technology, 1975.
8. Woodhouse J., An approach to the theoretical background of statistical energy analysis applied to structural vibration, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 69, Nr 6, 1981, 1695-1709.
9. Woodhouse J., An introduction to Statistical Energy Analysis of structural vibration, Applied Acoustics, Nr 14, 1981, 445-469.