

## ZAGADNIENIE ELIMINACJI DRGAŃ MECHANICZNYCH PODEJŚCIE ENERGETYCZNE

Zdzisław GOLEC

Politechnika Poznańska, Instytut Mechaniki Stosowanej,

Zakład Dynamiki i Wibroakustyki Systemów

tel. (061) 665 23 02, fax. (061) 665 23 07

e-mail: [Zdzislaw.Golec@put.poznan.pl](mailto:Zdzislaw.Golec@put.poznan.pl)

### 1. Wprowadzenie

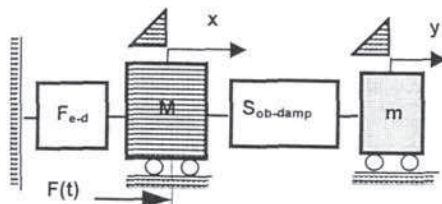
W większości dotychczasowych rozważań dotyczących eliminacji drgań układów mechanicznych nie uwzględniano dystrybucji energii. Z drugiej strony wiadomo, że zmiana struktury układu mechanicznego (eliminatory – dodatkowy obiekt mechaniczny dołączony do układu głównego) pociąga za sobą istotne zmiany w rozdziale energii. Podejście energetyczne w rozwiązaniu tego zadania ma znaczenie czysto praktyczne i wiąże się z trwałością projektowanych układów eliminacji drgań.

W pracy przeprowadzono wstępne badania rozkładu energii dla czterech najbardziej znanych eliminatorów drgań: dynamicznego, wiskotycznego, ciernego i uderzeniowego.

### 2. Model fizyczny układu eliminacji drgań

W badaniach dystrybucji energii w zadaniu eliminacji drgań mechanicznych przyjęto następujący model dynamiczny [1] (rys. 1):

- układ chroniony posiada jeden stopień swobody o własnościach sprężysto – dysypatywnych  $F_{e-d}(x, x)$  i z wymuszeniem siłowym  $F(t)$ ,
- eliminatory jest układem mechanicznym o jednym stopniu swobody a sprzężenie siłowe z układem chronionym opisuje funkcja  $S_{ob-damp}(x, x, y, y)$ .



Rys. 1. Model fizyczny układu chronionego z eliminatorem drgań.

Równania ruchu powyższego modelu układu mechanicznego mają postać:

$$\begin{aligned} M \cdot \ddot{x} + F_{e-d}(x, \dot{x}) + S_{ob-damp}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) &= F(t) \\ m \cdot \ddot{y} - S_{ob-damp}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Mnożąc pierwsze z równań przez prędkość masy chronionej  $\dot{x}$ , a drugie przez prędkość masy eliminatora i dalej dodając je stronami otrzymamy rozkład mocy sił w układzie:

$$\frac{d}{dt}(E_M + E_m) = N_e + N_{ed} + N_{ob-damp}, \quad (2)$$

gdzie:  $N_e = F(t) \cdot \dot{x}$  - moc siły wymuszającej,

$N_{ed} = F_{e-d}(x, \dot{x}) \cdot \dot{x}$  - moc sił sprężysto – dysypatywnych układu chronionego,

$N_{ob-damp} = S_{ob-damp}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) \cdot (\dot{x} - \dot{y})$  - moc sił sprzężenia pomiędzy układem chronionym i eliminatorem,

$E_M, E_m$  - odpowiednio energia kinetyczna układu chronionego i eliminatora.

Pochodną energii kinetycznej po czasie można traktować ( w sensie sił d'Alemberta) jako moc sił bezwładności:

$$\frac{d}{dt}(E_M + E_m) \equiv N_M + N_m, \quad (3)$$

Całkując równość (2) po czasie w granicach od 0 do  $t_1$  otrzymamy rozkład energii (prac sił) w rozpatrywanym układzie mechanicznym:

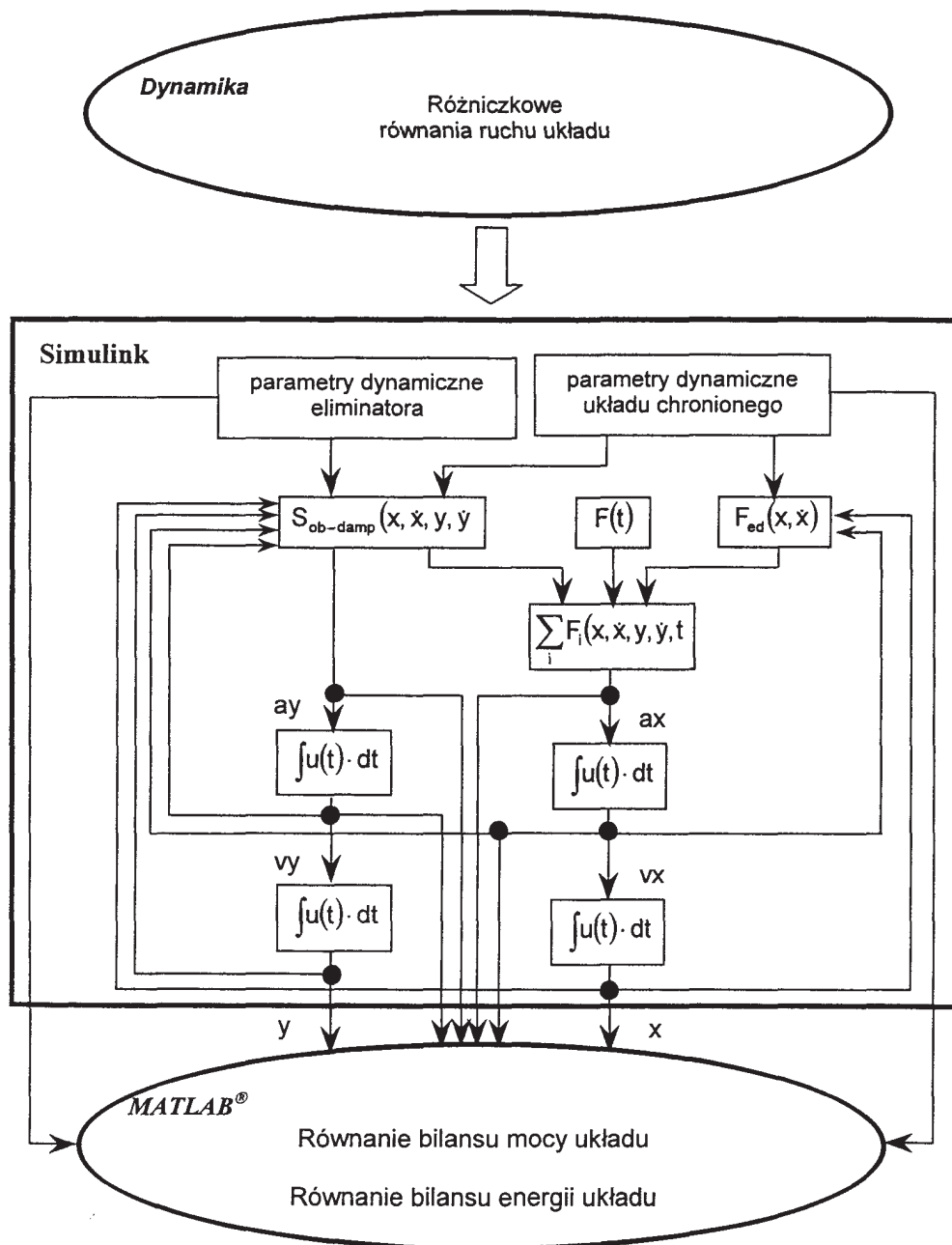
$$\Delta E_M + \Delta E_m = \int_0^{t_1} N_e \cdot dt + \int_0^{t_1} N_{ed} \cdot dt + \int_0^{t_1} N_{ob-damp} \cdot dt \quad (4)$$

### 3. Badania symulacyjne rozkładu energii

Na podstawie równań (2), sprowadzonych do postaci bezwymiarowej, zbudowano modele symulacyjne rozpatrywanego układu eliminacji drgań wykorzystując pakiet SIMULINK programu MATLAB. Wyniki symulacji - przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia układu chronionego i eliminatora przesłane do pamięci operacyjnej programu

MATLAB – stanowiły podstawę do wyznaczenia rozkładu mocy i energii układu. Schemat procedury

badawczej przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Schemat procedury badawczej wyznaczania rozkładu mocy i energii układów eliminacji drgań.

#### 4. Wyniki badań rozkładu energii wybranych układów eliminacji drgań

W badaniach rozkładu mocy i energii przyjęto, że własności sprężysto-dyssypatywne układu chronionego są liniowe:

$$F_{e-d}(x, \dot{x}) = K \cdot x + C \cdot \dot{x}, \quad (5)$$

a wymuszenie siłowe jest harmoniczne:

$$F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (6)$$

Do badań wybrano cztery podstawowe eliminatory drgań:

- dynamiczny (liniowy),
- wiskotyczny (tarcie wiskotyczne liniowe),
- cierny (tarcie według modelu Coulomba),
- uderzeniowy (uderzenia zgodnie z modelem Newtona).

Wyniki badań, przeprowadzonych zgodnie z procedurą przedstawioną na rysunku 2, przedsta-

wiono na czterech rysunkach, prezentując każdorazowo: wartości parametrów dynamicznych układu, prace sił wymuszenia, bezwładności, sprężystych, i tłumienia dla ruchu ustalonego (świadczą o tym obrazy fazowe ruchu układu głównego i eliminatora) oraz dodatkowo efektywność eliminacji drgań.

#### 4.1. Eliminatory dynamiczny

Sprężenie układu chronionego z eliminatorem dynamicznym ma postać:

$$S_{ob-damp}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) = k \cdot (x - y) + c \cdot (\dot{x} - \dot{y}) \quad (7)$$

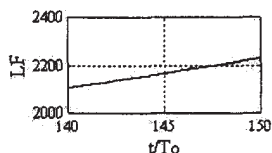
##### ELIMINATOR DYNAMICZNY

$F_0 = 1$ ;  $\delta = 1$

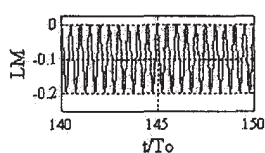
$\kappa_{si} = 0.05$

$m_i = 0.1$ ;  $\epsilon = 0.1$ ;  $\gamma = 0.01$

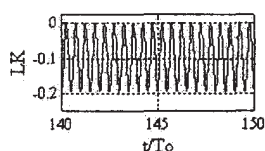
układ główny z eliminatorem      eliminator  
praca sił wymuszających



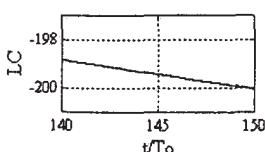
praca sił bezwładności



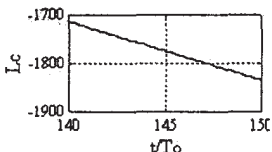
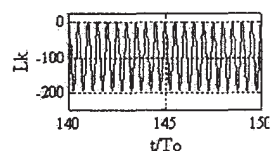
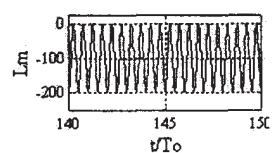
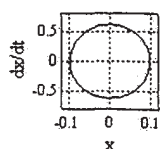
praca sił sprężystych



praca sił tłumienia



obrazy fazowe



Efektywność eliminacji drgań  $E = 101$

Rys. 3. Rozkład energii układu chronionego z eliminatorem dynamicznym

#### 4.2. Eliminatory wiskotyczny

Sprężenie układu chronionego z eliminatorem wiskotycznym ma postać:

$$S_{ob-damp}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) = c \cdot (\dot{x} - \dot{y}) \quad (8)$$

gdzie  $k$  i  $c$  odpowiednio sztywność i tłumienie eliminatora

##### ELIMINATOR WISKOTYCZNY

$F_0 = 1$ ;  $\delta = 1$

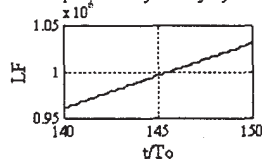
$\kappa_{si} = 0.05$

$m_i = 0.1$ ;  $\gamma = 1.5$

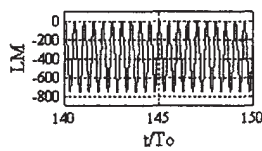
układ główny z eliminatorem

eliminatory

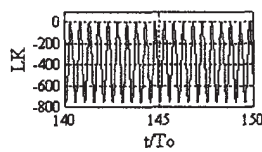
praca sił wymuszających



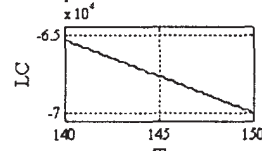
praca sił bezwładności



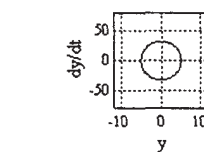
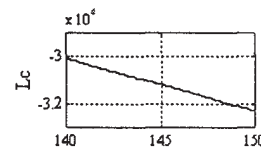
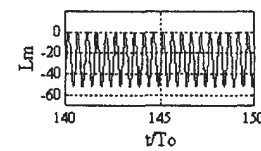
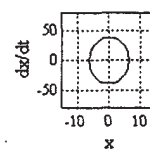
praca sił sprężystych



praca sił tłumienia



obrazy fazowe



Efektywność eliminacji drgań  $E = 1.617$

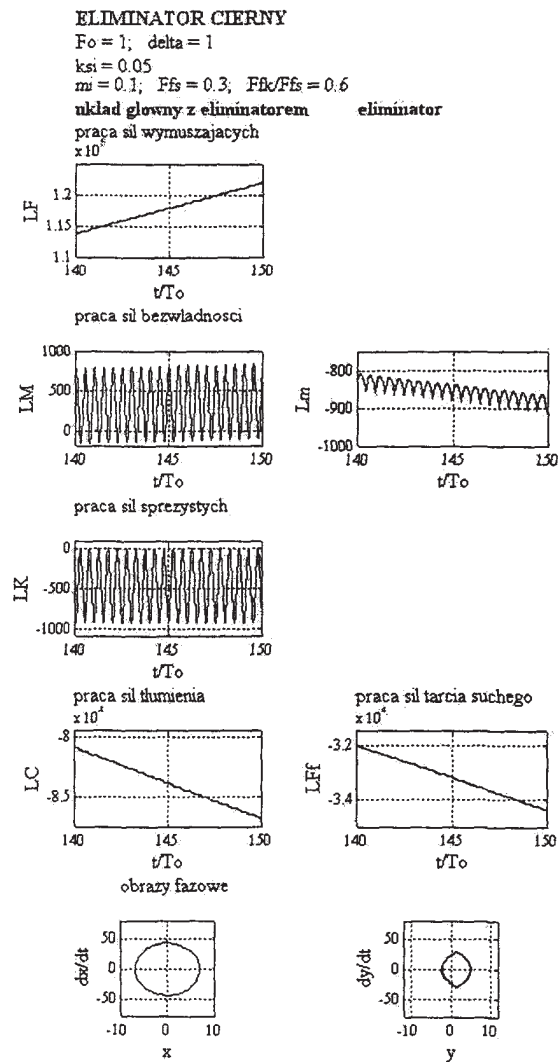
Rys. 5. Rozkład energii układu chronionego z eliminatorem ciernym

#### 4.3. Eliminatory cierny

Sprężenie układu chronionego z eliminatorem ciernym ma postać:

$$S_{ob-damp}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) = F_f \cdot \text{sign}(\dot{x} - \dot{y}) \quad (9)$$

gdzie  $F_f$  jest siłą tarcia suchego.



Efektywność eliminacji drgań  $E = 1.484$

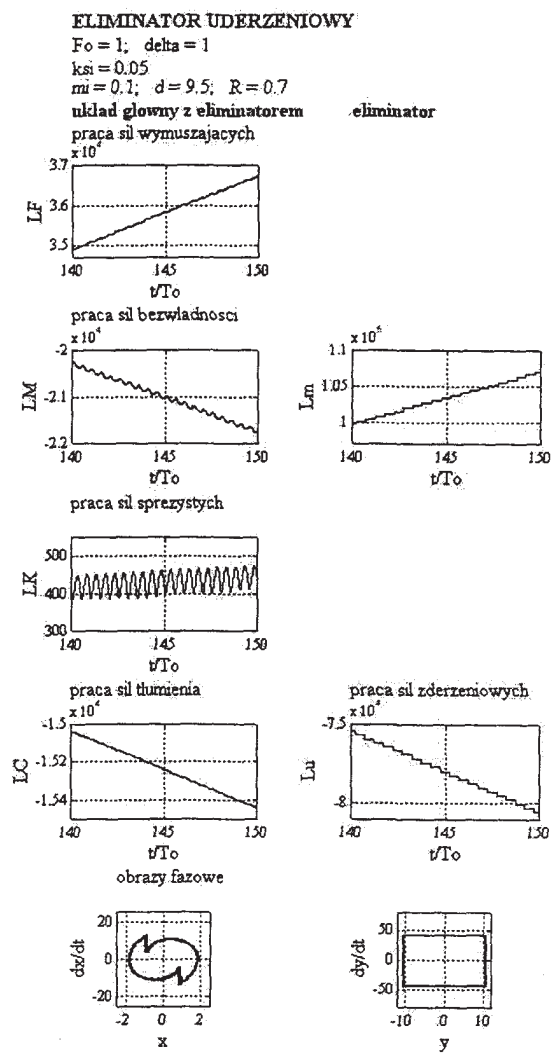
Rys. 5. Rozkład energii układu chronionego z eliminatorem ciernym

**4.4. Eliminator uderzeniowy**

Sprężenie układu chronionego z eliminatorem uderzeniowym ma postać:

$$S_{ob-damp}(x, x, y, y) = (1 + R) \cdot \frac{m \cdot M}{m + M} \cdot (x - y) \cdot |x - y| \cdot [\delta(x - y - d) + \delta(x - y + d)] \quad (10)$$

gdzie:  $\delta(\bullet)$  - delta Diraca,  
 $R$  - współczynnik restytucji,  
 $d$  - luz w układzie eliminatora.



Efektywność eliminacji drgań  $E = 5.756$

Rys. 6. Rozkład energii układu chronionego z eliminatorem uderzeniowym

Przedstawione wyniki badań rozkładu energii w układach eliminacji drgań pozwalają sformułować pewne wnioski:

- metoda ta pozwala jednoznacznie pokazać w jakich elementach układu jest dyssypowana energia,
- pozwala to dobrać w optymalny sposób konfigurację układu eliminacji drgań by spełnić jednocześnie dwa (niejednokrotnie sprzeczne) warunki: uzyskanie maksymalnej redukcji drgań i zapewnienia trwałości eliminatora drgań,
- przedstawione badania pokazują jedynie kierunek dalszych prac w zadaniu eliminacji drgań.

**5. Literatura**

1. Golec Z., Shot Dampers for Mechanical Vibrations Reduction, The International Workshop on Machine Dynamics and Production Automation, Szczecin, 20-22 April 1995, pp.139 - 151.