

SPRZEŻENIE RÓŻNYCH FORM DRGAŃ SYMPTOMEM DIAGNOSTYCZNYM PĘKNIĘCIA

Leszek MAJKUT

Akademia Górniczo – Hutnicza, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, majkut@agh.edu.pl

Streszczenie

Praca dotyczy analizy wpływu pęknięcia na pojawienie się sprzężonych form drgań. Wykazano, że w przypadku elementu konstrukcyjnego z pęknięciem drgania poprzeczne wymuszone poprzecznymi siłami zewnętrznymi generują również drgania wzdłużne, pomimo to, że wymuszenia na tych kierunkach nie działają. Opisany w pracy model pęknięcia polega na zastąpieniu przekroju z pęknięciem pewnym elementem sprężystym o określonej macierzy podatności. Poszczególne podatności wyznaczono ze znanych z mechaniki pęknięcia zależności wiążących zmianę energii potencjalnej odkształcenia, wynikającej z powstania pęknięcia z jego głębokością oraz twierdzenia Castigliano.

Słowa kluczowe: pęknięcie, diagnostyka wibroakustyczna, modelowanie, drgania sprzężone.

COUPLED VIBRATIONS AS A DIAGNOSTIC SYMPTOM OF CRACK

Summary

Work refers to the analysis of influence of the crack on couple of different forms of vibration. It is shown that in cracked element transverse vibrations generate longitudinal vibrations although no excitation at this direction is applied. The crack is substituted by elastic element, which flexibility matrix is calculated by using Castigliano theorem and laws of the fracture mechanics.

Keywords: crack, vibroacoustic diagnostics, modeling, coupled vibrations.

1. WSTĘP

Techniczne układy konstrukcyjne poddane działaniom dynamicznym mogą ulegać różnorodnym uszkodzeniom. Typowymi uszkodzeniami są pęknięcia poszczególnych elementów konstrukcji. Bardzo ważnym jest, więc działanie zapobiegające trwałym uszkodzeniom, co wiąże się bezpośrednio z oceną stanu technicznego konstrukcji w okresie eksploatacji np. w przypadkach dużych, złożonych układów strukturalnych (mostów, wież wiertniczych itp.), czy obudowanych wałów maszyn wirujących, typowe metody nieinwazyjne oceny stanu konstrukcji związane np. z wykorzystaniem fal powierzchniowych, efektu Barkhausena, itp. opisane w [16] są mało użyteczne. Stało się to powodem poszukiwań wpływu pęknięcia na parametry charakterystyk dynamicznych obiektów.

Przeglądowe prace [2] i [6] zawierają razem ponad 450 pozycji literatury dotyczących tego zagadnienia.

Większość cytowanych tam prac dotyczy wpływu pęknięcia o znanych parametrach na charakterystykę dynamiczną drgań poprzecznych belki. Najczęściej analizowanymi symptomami są zmiana częstości drgań własnych, zmiana postaci drgań własnych, czy wzrost amplitudy drgań

wymuszonych. Związane z tym metody identyfikacji polegają na odczytywaniu z charakterystyk tych zmian, tzw. nomogramów głębokości i miejsca pęknięcia. Nomogramy te wyznaczone zostały dla różnych (określonych) warunków brzegowych i można wykorzystując je określić głębokość i miejsce pęknięcia na podstawie zmierzonych częstości drgań własnych, o ile warunki brzegowe analizowanej belki odpowiadają belce, dla której został wyznaczony nomogram.

W pracach [7 i 12] autor wykazuje, że pęknięcia o głębokościach mniejszych od 10 % wysokości (średnicy) belki z wykorzystaniem tych symptomów diagnostycznych jest niemożliwa. Wynika to z tego, że pęknięcia o takiej „małej” głębokości powodują zmiany częstości własnych czy amplitud drgań wymuszonych, mniejsze niż niepewność ich wyznaczenia.

W wielu elementach konstrukcyjnych (np. wały turbogeneratorów) istotnym jest sama informacja o wystąpieniu pęknięcia (nawet w sytuacji, gdy nie ma możliwości identyfikacji jego głębokości czy lokalizacji), ale przy wykorzystaniu prostej procedury pomiarowej.

Niniejsza praca dotyczy takiej właśnie procedury diagnostycznej opartej na pomiarze drgań na kierunkach, na których nie działają żadne wymuszenia. Udowodniono, że źródłem sprzężenia

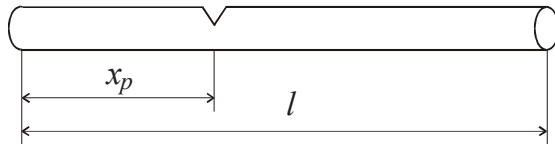
jest pęknięcie tzn., że w przypadku elementu konstrukcyjnego z pęknięciem drgania poprzeczne wymuszone poprzecznymi siłami zewnętrznymi generują również drgania wzdłużne, mimo tego, że wymuszenia na tych kierunkach nie działają.

Pęknięcie zostało zamodelowane jako układ sprężyn, których podatności wyznaczono na bazie mechaniki pęknięcia w funkcji głębokości pęknięcia.

2. OPIS PROBLEMU

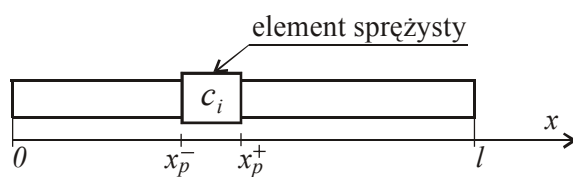
Rozpatrywany w pracy problem opisany został modelem pęknięcia nie uwzględniającego efektu zamykania się szczeliny podczas drgań, co schematycznie pokazano na rys. 1.

W przypadku drgań poprzecznych w pracy wykorzystano model Bernoulliego – Eulera belki.



Rys. 1. Model pręta z pęknięciem

Analizowane w pracy modelowanie pęknięcia polega na „przecięciu” elementu konstrukcyjnego w miejscu pęknięcia jak to pokazano na rys. 2 i zastąpieniu oddziaływań wewnętrznych w tym przekroju pewnym elementem sprężystym (jedną bądź układem sprężyn) o podatnościach c_i , niezbędnych do napisania równań ciągłości w przekroju z pęknięciem. I tak np. w przypadku czystego zginania będzie to tylko podatność c_g , która wiąże ze sobą moment gnący w przekroju x_p i różnicę stycznych do linii ugięcia z prawej i lewej strony przekroju x_p .



Rys.2. Model pęknięcia

W przypadku drgań sprzężonych pęknięcie zostało zamodelowane jako układ sprężyn, których podatności wiążą ze sobą moment gnący M_g , siłę wzdłużną P_w i moment skrajający M_s w przekroju o współrzędnej $x = x_p$ oraz odpowiednio kąty obrotu przekroju $y'(x)$, przemieszczenia wzdłużne $u(x)$ i kąty skręcenia $\varphi(x)$ z prawej i lewej strony przekroju, w którym występuje pęknięcie, czyli:

$$\begin{bmatrix} c_g & c_{gw} & 0 \\ c_{wg} & c_w & 0 \\ 0 & 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_g(x_p) \\ P_w(x_p) \\ M_s(x_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'(x_p^+) - y'(x_p^-) \\ u(x_p^+) - u(x_p^-) \\ \varphi(x_p^+) - \varphi(x_p^-) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sposób wyznaczenia równania wiążącego ze sobą odpowiednie podatności c_i z głębokością pęknięcia, oparty o mechanikę pęknięcia zostanie pokazany w następnym punkcie pracy.

3. MODELOWANIE PĘKNIĘCIA

Prace z zakresu mechaniki pęknięcia [15] pozwalają na znalezienie zależności pomiędzy globalną wielkością G - Współczynnikiem Uwalniania Energii (WUE) określającej przyrost energii potencjalnej odkształcenia belki, przy elementarnym wzroście pęknięcia:

$$G = \frac{\partial U}{\partial A_p}$$

a lokalną wielkością K - Współczynnikiem Intensywności Naprężeń (WIN), który zależy od głębokości pęknięcia:

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot K_I^2 + \frac{1-\nu^2}{E} \cdot K_{II}^2 + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2)$$

gdzie:

G - Współczynnikiem Uwalniania Energii;

A_p - pole pęknięcia;

ν - współczynnik Poissona;

E - moduł Younga;

K_I, K_{II}, K_{III} - Współczynniki Intensywności Naprężeń dla odpowiednio pierwszego (I), drugiego (II) i trzeciego (III) sposobu obciążenia szczeliny;

W przypadku dowolnie obciążonego prostoliniowego elementu konstrukcyjnego należy wziąć pod uwagę fakt, że naprężenia normalne do powierzchni szczeliny pochodzą zarówno od obciążeń gnących jak i obciążeń wzdłużnych, czyli:

$$K_I = K_{Ig} + K_{Iw}$$

K_{Ig} - Współczynnikiem Intensywności Naprężeń (WIN) pochodzący od zginania,

$$K_{Ig} = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F_{Ig} \left(\frac{a}{h} \right)$$

gdzie:

σ_g - naprężenie normalne pochodzące od zginania,

a - głębokość pęknięcia

F_{Ig} - współczynnik korekcyjny [14]

$$F_{Ig} \left(\frac{a}{h} \right) = 1.122 - 1.40 \cdot \left(\frac{a}{h} \right) + 7.33 \cdot \left(\frac{a}{h} \right)^2 - 13.08 \cdot \left(\frac{a}{h} \right)^3 + 14.0 \cdot \left(\frac{a}{h} \right)^4$$

Uwaga 1: W przypadku elementu o przekroju okrągłym wielkość h oznacza średnicę elementu

K_{Iw} - WIN pochodzący od obciążenia wzdłużnego,

$$K_{Iw} = \sigma_w \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F_{Iw} \left(\frac{a}{h} \right)$$

gdzie:

σ_w - naprężenie normalne pochodzące od obciążenia wzdłużnego,

F_{Iw} - współczynnik korekcyjny [14]

$$F_{Iw}\left(\frac{a}{h}\right) = 1.12 - 0.231 \cdot \left(\frac{a}{h}\right) + 10.55 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 - 21.72 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^3 + 30.39 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^4$$

Pozostałe współczynniki wyznacza się z zależności (oznaczenia na rys. 3):

$$K_{II} = \tau_{II} \sqrt{\pi a} \cdot F_{II}\left(\frac{a}{h}\right)$$

gdzie:

τ_{II} - ta część naprężenia stycznego do powierzchni pęknięcia, która jest równoległa do płaszczyzny pęknięcia i prostopadła do jego krawędzi.

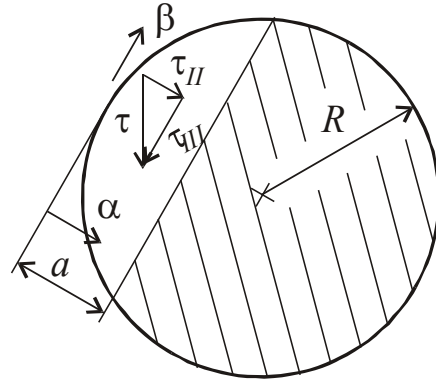
$$F_{II}\left(\frac{a}{h}\right) = 4.89 \cdot \left(\frac{a}{h}\right) - 11.38 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 + 28.2 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^3 - 38.56 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^4 + 20.55 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^5$$

Uwaga 2: Przemieszczeniem uogólnionym, będącym skutkiem zmiany energii potencjalnej odkształcenia powodowanym przez współczynnik K_{II} , jest kąt odkształcenia postaciowego γ . Różnica kąta γ z prawej i lewej strony przekroju x_p pomnożona przez odpowiedni współczynnik podatności jest równa sile poprzecznej w tym przekroju $T(x_p)$. W pracy drgania poprzeczne opisano modelem Bernoulliego – Eulera belki, gdzie wpływ sił poprzecznych i kąta odkształcenia postaciowego jest pomijany, z tego powodu współczynnik K_{II} jest w dalszej części pracy pominięty. Zmianę kąta γ uwzględnić można analizując model Timoshenki belki, co będzie przedmiotem osobnego opracowania.

$$K_{III} = \tau_{III} \sqrt{\pi a} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi a} \cdot \text{tg} \frac{\pi a}{2}}$$

τ_{III} - część naprężenia stycznego, która jest równoległa jednocześnie do płaszczyzny i krawędzi pęknięcia

Całkowity przyrost energii związany z powstaniem szczeliny o głębokości a jest, więc równy (oznaczenia na rys. 3):



Rys. 3. Przekrój poprzeczny pręta przekroju z pęknięciem

$$U = \int_{A_p} G dA_p = \int_0^b d\beta \int_0^{\sqrt{R^2 - \beta^2} - (R-a)} G d\alpha \quad (3)$$

gdzie:

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot (K_{Ig} + K_{Iw})^2 + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2$$

$dA_p = d\alpha \cdot d\beta$ - elementarne pole pęknięcia;

α - zmienna niezależna liczona od górnej krawędzi pręta do głębokości pęknięcia a , $\alpha \in \langle 0, a \rangle$;

β - zmienna niezależna liczona od środka przekroju poprzecznego pręta do szerokości pęknięcia b , $\beta \in \langle 0, b \rangle$;

a - głębokość pęknięcia.

Po wyznaczeniu wartości energii potencjalnej odkształcenia, wartości poszczególnych podatności z zależności (1) wyznaczyć można z twierdzenia Castigliano:

$$c_g = \frac{\partial^2 U}{\partial M_g^2(x_p)}$$

$$c_w = \frac{\partial^2 U}{\partial P_w^2(x_p)}$$

$$c_s = \frac{\partial^2 U}{\partial M_s^2(x_p)}$$

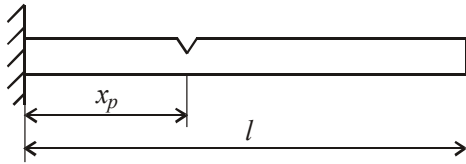
$$c_{gw} = \frac{\partial^2 U}{\partial M_g(x_p) \partial P_w(x_p)}$$

$$c_{wg} = \frac{\partial^2 U}{\partial P_w(x_p) \partial M_g(x_p)}$$

Tak wyznaczone podatności poprzez równanie (1) służą do napisania równań ciągłości w przekroju z pęknięciem.

4. PRZYKŁAD OBLICZEŃ

Wyznaczona w opisany powyżej sposób macierz podatności zostanie wykorzystana do wyznaczenia drgań belki pokazanej na rys. 4.



Rys. 4. Model rozpatrywanej belki

Drgania proste tj. poprzeczne, wzdłużne i skrętne zostały przez autora przeanalizowane, a wpływ pęknięcia na częstości drgań własnych i amplitudy drgań wymuszonych monoharmonicznie przedstawione w pracach [7, 8, 10, 11, 12]. W dalszej części pracy pokazane zostaną wyniki analizy drgań sprzężonych (opisanych równaniem 1).

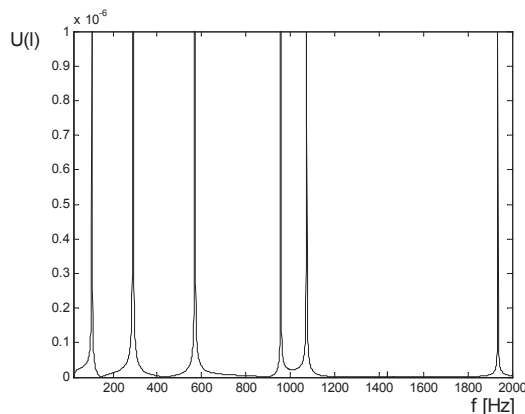
Sprzężenie między drganiami giębnymi i wzdłużnymi wynika wprost z opisu pęknięcia (1).

$$\begin{bmatrix} c_g & c_{gw} & 0 \\ c_{wg} & c_w & 0 \\ 0 & 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_g(x_p) \\ P_w(x_p) \\ M_s(x_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'(x_p^+) - y'(x_p^-) \\ u(x_p^+) - u(x_p^-) \\ \varphi(x_p^+) - \varphi(x_p^-) \end{bmatrix}$$

Analizując tą zależność wywnioskować można, że przy wymuszeniu drgań siłą poprzeczną ($M_g \neq 0$), mimo braku wymuszenia na kierunku wzdłużnym ($P_w = 0$), ze względu na sprzężenie (współczynnik c_{wg}) wystąpią drgania na kierunku wzdłużnym ($u(x, t) \neq 0$).

Symptomem diagnostycznym pęknięcia w belce może być więc, przy wymuszeniu poprzecznym, mierzona na kierunku wzdłużnym niezerowa amplituda drgań mimo, że nie działa na tym kierunku wymuszenie.

Na rys. 5 pokazano charakterystykę amplitudowo - częstościową drgań mierzonych na kierunku wzdłużnym belki pokazanej na rys. 5.



Rys. 5. Charakterystyka amplitudowo - częstościowa drgań wzdłużnych belki

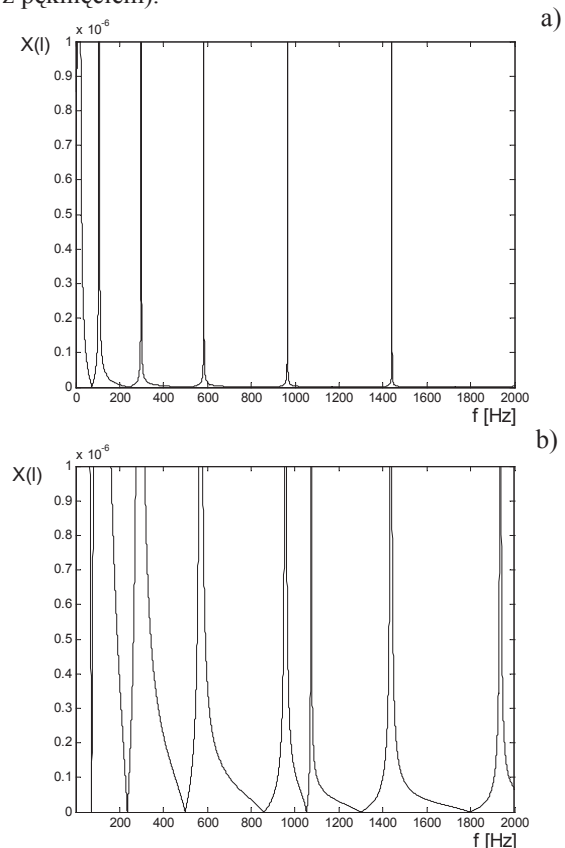
W każdym z rozpatrywanych w pracy przypadków obliczenia przeprowadzono dla siły o jednakowej amplitudzie dla każdej częstości wymuszenia, którą zmieniano w zakresie od $\omega_w = 2\pi \cdot 1$ rad/s (częstość $f = 1$ Hz) do

$\omega_w = 2\pi \cdot 2000$ rad/s (częstość $f = 2$ kHz) co 1 Hz.

Jak łatwo zauważyć źródłem sprzężenia jest pęknięcie tzn., że w przypadku elementu konstrukcyjnego z pęknięciem drgania poprzeczne wymuszone poprzecznymi siłami zewnętrznymi generują również drgania wzdłużne, mimo tego, że wymuszenia na tych kierunkach nie działają.

Prowadząc dalszą analizę zależności (1) łatwo zauważyć, że niezerowe drgania na kierunku poziomym ($u(x, t) \neq 0$) powodują pojawienie się niezerowych sił wewnętrznych na kierunku wzdłużnym ($P_w \neq 0$), mimo braku wymuszenia zewnętrznego na tym kierunku. Niezerowa siła wzdłużna, ze względu na sprzężenie (współczynnik c_{gw}) spowoduje pojawienie się drgań na kierunku poprzecznym. Pojawienie się drgań na kierunku poprzecznym przy wymuszeniu na kierunku poprzecznym trudno oczywiście uznać za symptom diagnostyczny, ale znaleźć je można analizując charakterystykę amplitudowo - częstościową belki wymuszając drgania poprzeczne impulsem siły (wymuszenie szerokopasmowe).

Na rys. 6 pokazano przebieg charakterystyki amplitudowo - częstościowej (amplitudę drgań poprzecznych końca belki $X(l)$) belki wymuszonej do drgań impulsem siły na kierunku poprzecznym (na rys. a dla belki bez pęknięcia, na rys. b dla belki z pęknięciem).



Rys. 6. Charakterystyka amplitudowo - częstościowa drgań poprzecznych belki: a - bez pęknięcia, b - z pęknięciem

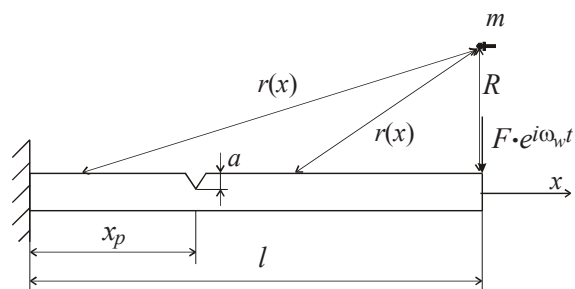
Jak łatwo zauważyć w widmie drgań wymuszonych pojawia się dodatkowy prążek dla częstotliwości około 1090 Hz. Częstotliwość ta odpowiada pierwszej częstotliwości wzdłużnych drgań własnych.

Widoczny na rysunku wzrost amplitud drgań poza pikami rezonansowymi, trudno uznać za symptom pęknięcia z powodu pominięcia w rozważanym modelu tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego. Innymi słowy z jednej strony przy wymuszeniu wyższymi częstotliwościami amplituda drgań rośnie na skutek pęknięcia, ale również maleje na skutek tłumienia. Szczególnie duży wpływ ma tłumienie wewnętrzne, które jest proporcjonalne do prędkości odkształceń, osiąga więc wartość nadkrytyczną dla wyższych harmonicznych.

Charakterystykę pokazaną na rys. 6b otrzymano dla głębokości pęknięcia $a = 30\%$ średnicy belki.

Pojawienie się dodatkowego prążka w widmie drgań wymuszonych stało się przyczynkiem do próby opracowania nowej procedury diagnostycznej.

Proponowana procedura diagnostyczna polega na analizie drgań wymuszonych impulsem siły oraz poszukiwanie, w sygnale akustycznym rejestrowanym przy użyciu mikrofonu m , symptomów pęknięcia belki pokazanej na rys. 7.



Rys. 7. Diagnostyka akustyczna pęknięcia w belce

Analizę przeprowadzono w dziedzinie częstotliwości wyznaczając dla każdej częstotliwości wymuszenia funkcję prędkości drgań belki. Do opisu rozchodzenia się fali akustycznej wykorzystano funkcję Greena wyznaczoną dla przestrzeni otwartej.

Drgająca belka jest źródłem dźwięku, którego ciśnienie w funkcji częstotliwości wymuszenia drgań ω opisuje zależność (4) wynikająca bezpośrednio z funkcji Greena [3, 13]:

$$p(\omega) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi} \cdot b \cdot \int_0^l \frac{v(x) \cdot e^{jkr(x)}}{r(x)} dx \quad (4)$$

gdzie:

ρ_0 - gęstość powietrza,

d - szerokość belki,

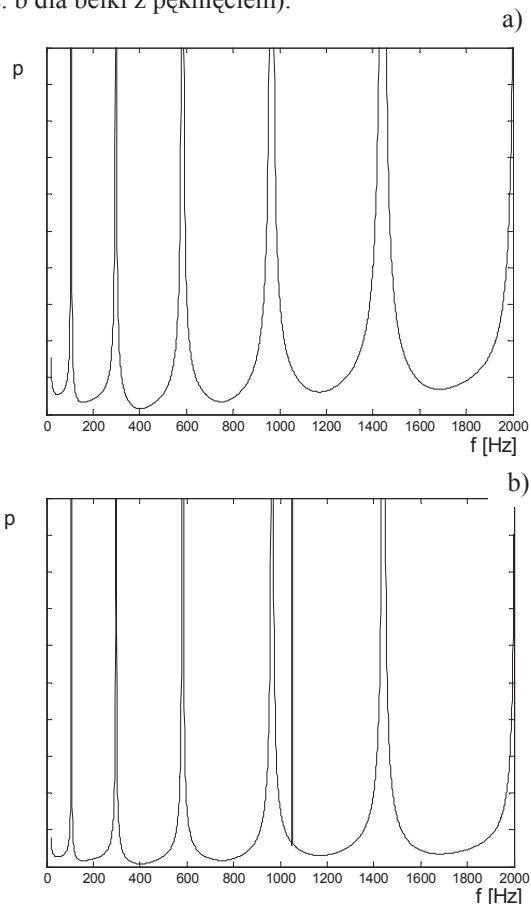
$v(x)$ - funkcja prędkości drgań belki,

k - liczba falowa,

l - długość belki,

$r(x) = \sqrt{R^2 + (l-x)^2}$ - odległość przekroju belki o współrzędnej x od punktu pomiarowego.

Na rys. 8 pokazano przebieg charakterystyki amplitudowo - częstotliwościowej ciśnienia akustycznego, którego źródłem jest belka, opisana modelem uwzględniającym sprzężenie drgań, pobudzona do drgań impulsem siły na kierunku poprzecznym (na rys. a dla belki bez pęknięcia, na rys. b dla belki z pęknięciem).



Rys. 8. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe ciśnienia akustycznego, którego źródłem jest pobudzona impulsowo belka: a - bez pęknięcia, b - z pęknięciem

Charakterystykę pokazaną na rys. 8b otrzymano dla głębokości pęknięcia $a = 3\%$ średnicy belki, z czego wynika, że analiza drgań sprzężonych pozwala diagnozować takie pęknięcia (o „małej” głębokości) w belkach, które są niewykrywalne przy pomiarach zmian częstotliwości drgań własnych, czy amplitud drgań wymuszonych monoharmonicznie [7, 8, 9].

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy opisano efekt sprzęgania się różnych form drgań w elemencie konstrukcyjnym na skutek jego pęknięcia. Podobnie efekt sprzężenia opisuje w swoich pracach prof. Kiciński [4, 5], z tą różnicą, że jego zdaniem „źródłem sprzężonych form drgań mogą być jedynie człony nieliniowe występujące w układzie” [5 str. 13]. W niniejszej pracy

udowodniono na bazie modeli liniowych, że źródłem sprzężenia jest samo pęknięcie.

W rozważanym przypadku sprzężenie oznacza, że w przypadku elementu konstrukcyjnego z pęknięciem drgania poprzeczne wymuszone poprzecznymi siłami zewnętrznymi generują również drgania wzdłużne, mimo tego, że wymuszenia na tych kierunkach nie działają.

Wykazano ponadto, że symptomem diagnostycznym pęknięcia jest pojawienie się w widmie zarejestrowanego sygnału drganiowego na kierunku poprzecznym, prążków dla częstotliwości bliskich częstotliwościom własnym drgań wzdłużnych elementu, nie jest natomiast możliwa, z tego eksperymentu identyfikacja parametrów pęknięcia tj. jego głębokości i położenia.

Ten fakt wykorzystano do zaproponowania pewnej procedury diagnostyki akustycznej pęknięcia elementu konstrukcyjnego na przykładzie belki wspornikowej. Diagnostyka akustyczna jest jedną z metod nieinwazyjnych opartych na pomiarze biernym, w którym zakłócające działanie czujników pomiarowych jest pomijalne. Zaletą metod nieinwazyjnych jest możliwość diagnozowania i monitorowania (ciągłej kontroli) bez przerywania normalnej pracy obiektu. Dodatkową zaletą diagnostyki akustycznej jest stosunkowo łatwa rejestracja sygnałów diagnostycznych, którymi są sygnały emisji akustycznej.

LITERATURA

- [1] Basztura Cz.: *Komputerowe systemy diagnostyki akustycznej*, PWN Warszawa 1996
- [2] Dimarogonas A. D.: *Vibration of cracked structures: a state of the art review*, Engineering Fracture Mechanics 55 (1996) str. 831-857.
- [3] Fahy F.: *Sound and structural vibration*, Academic Press, London 1985.
- [4] Kiciński J.: *Coupled forms of non-linear vibrations as a new tool of crack detection in rotating shaft*, Transactions of the Institute of Fluid-Flow Machinery 2004, 115 pp. 37-58.
- [5] Kiciński J.: *Sprzężone formy drgań w budowie maszyn – próba określenia wyróżnika diagnostycznego*, Diagnostyka 26 (2002) str. 13-20.
- [6] Krawczuk M., Ostachowicz W.: *Damage indicators for diagnostic of fatigue cracks in structures by vibration measurements*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana 34 (1996) str. 307-326.
- [7] Majkut L.: *Wpływ pęknięcia na drgania belki. Symptomy diagnostyczne*, rozdział 3.8 w pracy Analiza ryzyka i diagnostyka procesów degradacyjnych i zmęczeniowych pod redakcją S. Radkowskiego, Warszawa 2004, str. 131-137.
- [8] Majkut L.: *Identyfikacja pęknięcia w belkach o znanych warunkach brzegowych*. Diagnostyka, 2004, 32 str. 107-116.
- [9] Majkut L.: *Modelowanie pęknięcia w wibroakustycznej diagnostyce według modelu*. Diagnostyka, 34 (2005), str. 15-22.
- [10] Majkut L.: *Identyfikacja pęknięcia w belkach na podstawie pomiaru częstości własnych*. Kwartalnik AGH Mechanika 24 (2005), str. 21-28.
- [11] Majkut L.: *Identyfikacja pęknięcia w belkach na podstawie pomiarów amplitud drgań wymuszonych*. Kwartalnik AGH Mechanika 24 (2005), str. 199-204.
- [12] Majkut L.: *Wpływ pęknięcia na drgania skrętne pręta*. Diagnostyka nr 36/2005, str. 99-102.
- [13] Malecki I.: *Teoria fal i układów akustycznych*, PWN, Warszawa 1964.
- [14] Murakami Y.: *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon Press Oxford, 1987
- [15] Neimitz A.: *Mechanika pękania*, Warszawa PWN 1998.
- [16] Szala J.: *Przegląd możliwości diagnozowania obiektów technicznych ze względu na zmęczeniowe pęknięcie*, Przegląd Mechaniczny LXII (2003) str. 7-15.



dr inż. **Leszek MAJKUT**
(ur. 1970), absolwent Wydziału Elektroniki, Automatyki, Informatyki i Elektrotechniki AGH (1995). Pracę doktorską dotyczącą wpływu lokalnej zmiany sztywności na amplitudę drgań i widmo częstości obronił w 1999 na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki AGH w Krakowie. Obecnie prace badawcze dotyczące diagnostyki wibroakustycznej, problemów związanych z odwracaniem modeli diagnostycznych oraz szeroko pojętej teorii drgań (drgania, wibroizolacja, hałas), ze szczególnym uwzględnieniem układów ciągłych i dyskretno-ciągłych prowadzi w Katedrze Mechaniki i Wibroakustyki AGH.