

BADANIE MODELI MODALNYCH FUNDAMENTÓW DUŻYCH MASZYN ENERGETYCZNYCH

Piotr KUROWSKI

AGH, Katedra Robotyki i Mechatroniki

Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, (12) 617 31 28, fax. (12) 634 35 05, kurowski@agh.edu.pl

Streszczenie

Analiza modalna jest narzędziem szeroko stosowanym do rozwiązywania wielu problemów u podstaw, których leżą zagadnienia związane z drganiami układów mechanicznych. W przypadku dużych maszyn energetycznych pojawiają się jednak problemy które często w innych przypadkach mają mniejsze znaczenie. W artykule przedstawiono typową metodologię badań modalnych oraz pokazano problemy i trudności pojawiające się w trakcie badań fundamentów dużych maszyn energetycznych.

Słowa kluczowe: analiza modalna, przetwarzanie sygnałów, metody pomiarowe.

RESEARCH INTO MODAL MODEL OF POWER PLANT FOUNDATIONS

Summary

Modal analysis is wide used tool for solving problems related with vibrations of mechanical systems. In case of big power machines the problems are usually different that in case of other smallest systems. In the paper typical modal analysis methodology is presented. There are also showed problems and difficulties that appears during tests of foundations of such turbine generators.

Keywords: modal analysis, signal processing, measurements methods.

1. WSTĘP

Modele modalne są powszechnie stosowaną formą opisu dynamiki konstrukcji mechanicznych. Znajdują one zastosowanie zarówno w diagnozowaniu stanu badanej maszyny jak również mogą być stosowane w procesie monitoringu. W praktyce badawczej najczęściej wykorzystywana jest eksperymentalna analiza modalna (EMA – ang. Experimental Modal Analysis) oraz operacyjna (eksploatacyjna) analiza modalna (OMA ang. Operational Modal Analysis). Trudności związane ze stosowaniem EMA oraz OMA sprawiają, iż coraz częściej szczególnie w przypadkach maszyn energetycznych rozpatrywany jest model OMAX. Założenia teoretyczne związane ze wszystkimi rodzajami analiz są bardzo podobne. W każdym przypadkach zakładana jest: liniowość badanych układów, stałość współczynników modelu modalnego w czasie eksperymentu, spełnienie zasady wzajemności Maxwella, obserwowalność układu, możliwość pomiaru wszystkich niezbędnych w czasie identyfikacji charakterystyk, oraz małe lub proporcjonalne tłumienie w badanym układzie. Założenia powyższe pozwalają na zastosowanie zasady superpozycji modalnej do badanego układu oraz przedstawienie go jako sumy rozprzężonych oscylatorów harmonicznym o jednym stopniu swobody. Różnice pomiędzy EMA i OMA związane są ze sposobem wymuszenia badanego obiektu. W eksperymentalnej analizie modalnej

zakłada się zastosowanie czynnego eksperymentu identyfikacyjnego. Badany układ poddawany jest kontrolowanemu oraz mierzalnemu wymuszeniu. Zakłada się, iż poza kontrolowaną (i mierzoną) siłą do układu nie jest dostarczane inne wymuszenie, a wszystkie dodatkowe oddziaływania traktowane są jako zakłócenia. Podejście takie bardzo dobrze sprawdza się z w warunkach laboratoryjnych, w których badany obiekt jest wyizolowany od swojego naturalnego środowiska pracy oraz zewnętrznych czynników zakłócających. Mały wpływ zakłóceń zewnętrznych sprawia, iż charakterystyki pomiarowe są zazwyczaj dobrej jakości, co pozwala na bezproblemową identyfikację parametrów modelu modalnego. Problem stanowi zazwyczaj uzyskanie tzw. warunków laboratoryjnych. Operacja taka często jest skomplikowana technicznie, czasochłonna a co za tym idzie kosztowna. W przypadku obiektów o dużych gabarytach i wielkiej wadze takich jak generatory ich fundamentowania oraz inne obiekty budownictwa lądowego nie jest w ogóle możliwa do przeprowadzenia. W takim przypadku, gdy wyizolowanie obiektu badań nie jest możliwe wszelkie zakłócenia znacznie pogarszają jakość charakterystyk pomiarowych zwiększając jednocześnie rozrzut estymatorów parametrów modelu modalnego. Szczególnie duże zakłócenia rejestrowane są zazwyczaj w trakcie badań maszyn energetycznych. Występują tutaj zakłócenia związane z pracą sąsiednich maszyn, które najczęściej są na poziomie rejestrowanego sygnału

pomiarowego. Charakterystyki pomiarowe uzyskane w ten sposób są najczęściej mało użyteczne dla estymacji parametrów modelu modalnego. Sytuacje mogłoby poprawić wyłączenie wszystkich pracujących maszyn. W warunkach przemysłowych sytuacja taka jest jednak niezmiernie rzadka. Innym problemem pojawiającym się w trakcie badania dużych obiektów jest dostarczenie odpowiedniej siły wymuszającej. W klasycznej eksperymentalnej analizie modalnej wykorzystane są najczęściej trzy rodzaje przebiegów wymuszających: impulsowe, szum losowy oraz sygnały zbudowane z zestawów odpowiednio przygotowanych funkcji harmonicznych. Wymuszenie impulsowe najczęściej stosowane jest w trakcie badań wstępnych. Eksperyment przeprowadzany jest w znacznie krótszym czasie w porównaniu z pozostałymi sposobami wymuszenia jednak charakterystyki pomiarowe są zazwyczaj gorszej jakości. Dwa pozostałe sposoby dostarczania kontrolowanego wymuszenia wymagają zastosowania dodatkowych układów generujących drgania tzw. wzbudników. W praktyce przemysłowej zastosowanie wzbudników jest znacznie ograniczone. Układy tego typu pozwalające na generowanie sił wymuszających na odpowiednim poziomie są kosztowne oraz niewygodne w użyciu ze względu na duże gabaryty oraz ciężar. Inną trudnością związaną z wymuszeniem drgań pojawiającym się szczególnie w przypadku dużych obiektów wymuszanych sygnałami impulsowymi jest problem jedynie lokalnego oddziaływania wymuszenia na badaną konstrukcję. Z jednej strony siła, z jaką trzeba oddziaływać na konstrukcję powinna być na tyle duża by odpowiedź mogła zostać zarejestrowana w dowolnym punkcie na konstrukcji z drugiej jednak nie może być ona niszcząca dla konstrukcji. W praktyce badań modalnych dużych maszyn energetycznych oraz ich fundamentów okazuje się, iż sygnały odpowiedzi są często niedetektowalne z uwagi na maskowanie ich przez zakłócenia. Najczęściej jest to spowodowane brakiem możliwości izolacji obiektu, na którym dokonywane są pomiary od otoczenia oraz wysokim poziomem zakłóceń związanych z pracą sąsiadujących maszyn.

Innym rozwiązaniem, które w ostatnich latach bardzo często stosowane jest do badania maszyn w trakcie ich normalnej pracy jest metoda OMA. Jak zaznaczono wcześniej podstawowa różnica w stosunku do metod EMA jest związana ze sposobem wymuszenia obiektu. W OMA zakłada się, iż obiekt wymuszany jest jedynie białym szumem losowym. Estymacja parametrów modelu modalnego bazuje w tym przypadku jedynie na znajomości przebiegów odpowiedzi badanego układu na naturalne wymuszenie eksploatacyjne. Sytuacja taka rodzi kilka konsekwencji zarówno pozytywnych jak i negatywnych. Po pierwsze w większości przypadków nie jest możliwe dokonywanie pomiaru siły wymuszającej. Siły eksploatacyjne zazwyczaj nie są związane z konkretnym miejscem na konstrukcji ale mają jakiś rozkład przestrzenny. W praktyce nie ma możliwości bezpośredniego pomiaru sił

eksploatacyjnych. Możliwe jest czasem ich szacowanie np. poprzez zastosowanie metod odwrotnej identyfikacji, jednakże w tym przypadku konieczne jest posiadanie zweryfikowanego modelu układu. Kolejny aspekt dotyczący szczególnie pracy maszyn energetycznych jest związany z dużym zróżnicowaniem warunków dynamicznych w trakcie normalnej pracy oraz w trakcie stanów przejściowych. Maszyny energetyczne projektowane są w ten sposób, aby w trakcie stabilnej pracy znajdowały się one w optymalnym dla siebie punkcie na charakterystyce częstotliwościowej. Dlatego w większości przypadków kluczowymi dla maszyn energetycznych momentami są stany przejściowe związane z rozbiegami czy też wybiegami. Stany te niosą bardzo dużą informację o parametrach dynamicznych maszyny i często, jeśli tylko istnieje taka możliwość wykorzystywane są do gromadzenia takiej informacji. Z punktu widzenia OMA model modalny powinien być estymowany na podstawie pomiarów dokonanych w warunkach stacjonarnych. Stąd często dochodzi do sytuacji, w której w trakcie normalnej pracy, wymuszenie eksploatacyjne nie pozwala na odpowiednio dobre wymuszenie wszystkich biegunów układu wzbudzanych np. w stanach przejściowych. Powoduje to w konsekwencji trudności w identyfikacji tych biegunów. Model modalny otrzymany w wyniku OMA jest związany z konkretnym punktem pracy badanej maszyny i dlatego jego uogólnianie często daje niedobre rezultaty.

Kolejną niedogodnością związaną z użyciem OMA dla przypadku badania maszyn energetycznych jest założenie jedynie losowego wymuszenia działającego na badany układ. Założenie to powoduje, iż zakłócenia harmoniczne związane np. z pracą innych maszyn wirujących znajdujących się w pobliżu traktowane są jako dodatkowe bieguny estymowanego modelu. Z tego powodu konieczna jest dodatkowa inspekcja parametrów otrzymanego modelu modalnego i usunięcie z niego nadmiarowych biegunów.

W ostatnich latach coraz częściej stosowana jest integracja cech OMA i EMA w postaci modelu OMAX. Struktura taka dopuszcza zarówno możliwość kontrolowanego wymuszenia drgań obiektu jak i pozwala na wykorzystanie naturalnego wymuszenia eksploatacyjnego. Wydaje się iż taka postać modelu modalnego jak najlepiej nadaje się do identyfikacji parametrów maszyn energetycznych.

Powyższe rozważania pokazują, iż zagadnienie związane z uzyskiwaniem modeli modalnych maszyn energetycznych nie jest sprawą trywialną i wymaga dużej uwagi i doświadczenia zarówno pomiarowego jak i wiedzy praktycznej w trakcie estymacji parametrów modelu modalnego.

2. PODSTAWY ESTYMACJI PARAMETRÓW MODELI MODALNYCH

Estymacje parametrów modeli modalnych można przeprowadzać w dziedzinie czasu lub częstotliwości. W pierwszym przypadku podstawą

do estymacji parametrów jest przebieg czasowy wymuszenia i odpowiedzi układu lub bezpośrednio przebieg impulsowej funkcji przejścia. W przypadku metod estymacji realizowanych w dziedzinie częstości podstawą estymacji parametrów są przebiegi widm wymuszenia i odpowiedzi lub zmierzone przebiegi charakterystyk częstościowych. W praktycznych zastosowaniach w diagnostyce podstawowymi metodami są klasyczne metody realizowane w dziedzinie częstotliwości. Jest to podyktowane faktem możliwości ograniczenia pasma częstotliwości, do tych częstotliwości, w których obserwuje się zmiany przebiegów drgań w procesie eksploatacji.

Oddzielną grupę metod stanowią metody estymacji parametrów modalnych oparte na znajomości modelu układu w postaci szeregu regresyjnego, najczęściej typu ARMAX.

Przeprowadzający analizę musi dysponować pewnym doświadczeniem badawczym, które umożliwi mu wybór metody. Przy wyborze należy zwrócić uwagę na następujące aspekty:

- złożoność obliczeń numerycznych.
- zakres badanych częstości.
- wartości tłumienia w układzie.
- rodzaj zastosowanego eksperymentu.

Metody estymacji realizowane w dziedzinie czasu z punktu widzenia obliczeń numerycznych są lepiej uwarunkowane ze względu na specyficzne przebiegi charakterystyk częstościowych (bardzo silne nachylenie zboczy przebiegów funkcji, których aproksymacja za pomocą założonych funkcji, o parametrach takich samych jak parametry modalne badanych układów, prowadzi do estymacji szukanych parametrów). Również z numerycznego punktu widzenia aproksymacja metodą najmniejszych kwadratów w dziedzinie częstości jest trudniejsza do realizacji ze względu na możliwość występowania lokalnych minimów. Z tego też powodu metody estymacji w dziedzinie czasu są bardziej efektywne dla danych zaszumionych. Stosując je unika się dodatkowych błędów wynikających z przecieków widma, aliasingu lub stosowania okien czasowych itp. Z drugiej jednak strony metody w dziedzinie częstości dają łatwiejszą możliwość uśredniania danych, które stosuje się do usuwania z mierzonych przebiegów szumów o wartości średniej równej zeru.

Jeżeli analizę przeprowadza się dla szerokiego zakresu częstości, to korzystniejsze jest stosowanie metod w dziedzinie czasu. Jeżeli wpływ postaci drgań występujących poza badanym zakresem jest duży, korzystniejsze jest stosowanie metod w dziedzinie częstości.

Dla układów z dużym tłumieniem łatwiejsze jest wyznaczenie biegunów układu na podstawie charakterystyk zmierzonych w dziedzinie częstości. Przyczyną tego jest krótki czas trwania odpowiedzi impulsowej postaci silnie tłumionych, co utrudnia analizy w dziedzinie czasu.

Jeżeli dysponuje się zmierzonymi w czasie eksperymentu przebiegami czasowymi odpowiedzi i wymuszenia, to istnieje możliwość zastosowania

metod estymacji zarówno w dziedzinie czasu jak i częstości. W przypadku kilku rodzajów eksperymentu, np. wymuszenia sinusoidalnie zmiennego o zmiennej skokowo częstości, z nierównomiernie rozłożonymi częstościami, stosuje się metody oparte o wcześniejszą identyfikację modeli, których parametry nie zależą od tych wielkości.

Metody sformułowane dla jednego stopnia swobody mogą być stosowane dla zgrubnego oszacowania parametrów modalnych oraz gdy nie dysponuje się odpowiednio dobrym sprzętem obliczeniowym i oprogramowaniem. Z metod stosowanych dla wielu stopni swobody do wyznaczania biegunów układu oraz współczynników udziału poszczególnych postaci drgań najczęściej wykorzystuje się metodę aproksymacji przebiegów czasowych funkcjami eksponencjalnymi (LSCE), natomiast do wyznaczenia postaci drgań własnych metodę najmniejszych kwadratów w dziedzinie częstości.

3. ZASTOSOWANIE EMA

W praktyce estymacji parametrów modelu modalnego rzadko stosuje się bezpośrednio dane pomiarowe w formie nieobrobionych przebiegów czasowych. Najczęściej dla potrzeb estymacji modelu EMA rejestrowane są widmowe funkcje przejścia (WFP). Sytuacja taka podyktowana jest kilkoma względami. Pierwszy z nich związany jest z redukcją rozmiaru danych pomiarowych. Metody estymacji parametrów modelu wymagają, aby dostępne były odpowiednio długie realizacje danego procesu, aby estymatory posiadały odpowiednie znaczenie statystyczne. Z drugiej jednak strony archiwizacja i przetwarzanie długich przebiegów czasowych jest bardzo niewygodne. W praktyce pomiarowej stosowana jest, więc technika pozwalająca na redukcję rozmiaru danych pomiarowych bez pogarszania jakości estymatorów. Polega ona na estymacji widmowych funkcji przejścia bezpośrednio w trakcie pomiarów. Jeszcze kilka lat temu rozwiązanie takie wymagało specjalizowanej aparatury pomiarowej wykorzystującej dedykowane procesory sygnałowe do wyznaczania szybkiego przekształcenia Fouriera będącego podstawą do wyznaczania WFP. W chwili obecnej komputery klasy PC wykorzystywane w celach pomiarowych są wystarczająco szybkie, aby takie estymatory wyznaczać bezpośrednio na procesorze głównym. Sprawia to znaczne obniżenie wymagań, co do części pomiarowej sprzętu.

Drugi aspekt związany jest z tym, iż najczęściej w trakcie pomiaru nie jest dostępna wystarczająca liczba kanałów pomiarowych na to, aby cały model został zebrany jednocześnie. W praktyce stosowane rozwiązanie polega na podziale całego procesu pomiarowego na sesje pomiarowe. W jednej sesji dokonywany jest pomiar jedynie na części badanego obiektu, a cały pomiar składa się z wielu niezależnych sesji. Estymacja parametrów modelu modalnego powinna zostać dokonana globalnie tzn. jednocześnie dla wszystkich dostępnych punktów

pomiarowych. Niezależność sesji pomiarowych dopuszcza zmiany parametrów pracy układu np. związanych z wymuszeniem. Zastosowanie estymacji WFP powoduje dodatkowo normalizację pomiarów związanych z konkretną sesją pomiarową na przypadek ogólny. W przypadku estymacji WFP konieczne jest założenie punktu lub punktów referencyjnych, w których pomiar wykonywany jest w każdej sesji pomiarowej. Najczęściej jako referencyjne przyjmowane są punkty, w których do układu dostarczane jest wymuszenie.

Z teoretycznego punktu widzenia dopuszczane jest zastosowanie punktów, w których mierzone są odpowiedzi układu jako referencyjnych. W praktyce pomiarowej szczególnie dla złożonych obiektów założenie takie jest ciężkie do zrealizowania. Wymaga ono, bowiem przyłożenia wymuszenia we wszystkich punktach oraz we wszystkich kierunkach na badanym obiekcie, co najczęściej jest nierealizowalne technicznie. Oczywiście w trakcie przeprowadzania pomiaru nie jest możliwa zmiana punktów referencyjnych, ponieważ uniemożliwiłoby to globalną normalizację danych pomiarowych.

W badaniach modalnych możliwe jest zastosowanie kilku estymatorów WFP.

$$H_1(j\omega) = \frac{S_{yx}(j\omega)}{S_{xx}(j\omega)},$$

$$H_2(j\omega) = \frac{S_{yy}(j\omega)}{S_{yx}(j\omega)},$$

$$|H_3(j\omega)|^2 = \frac{S_{yy}(j\omega)}{S_{xx}(j\omega)}$$

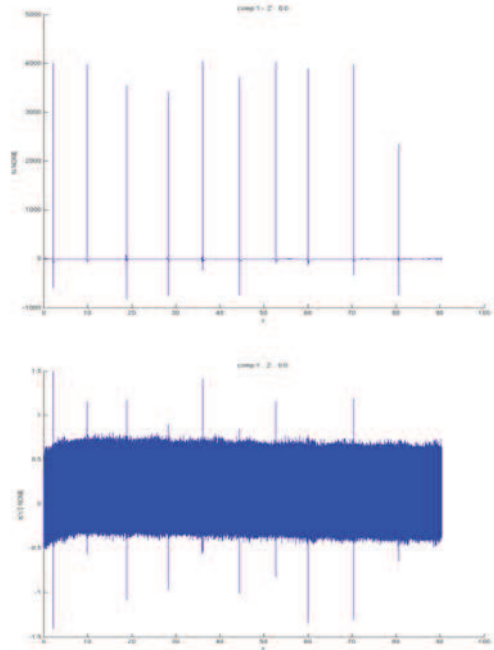
Z uwagi na najlepsze własności statystyczne związane ze specyfiką pomiaru, najczęściej używany jest estymator H_1 .

Praktyczna ilustracja problemów pomiarowych związanych z badaniem dużych maszyn energetycznych przedstawiona jest poniżej. Na rys. 1 pokazano przykładowe przebiegi zarejestrowanych sygnałów wymuszających oraz odpowiedzi układu w formie przyspieszenia drgań. Charakterystyki zostały zabrane na niepracującym bloku energetycznym. Wymuszenie dostarczane w tym przypadku do obiektu było w formie funkcji impulsowych. Na przebiegu odpowiedzi układu widoczne są, co prawda piki odpowiadające chwili wymuszenia jednakże cała pozostała część odpowiedzi maskowana jest przez zakłócenie, które w tym przypadku związane jest z pracą sąsiednich maszyn.

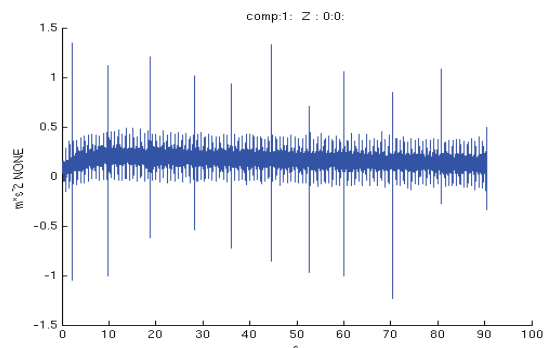
Postępowanie wstępne polegało w tym przypadku na zastosowaniu filtracji cyfrowej do sygnału odpowiedzi. Zastosowanie filtrowania przebiegu pasmowo-zaporowym filtrem Butterwortha 10 rzędu o częstotliwościach odcięcia 48, 52 Hz dało rezultaty pokazane na rys. 2.

Widać tutaj, iż największa część zakłócenia związana jest z częstotliwościami zbliżonymi do 50 Hz. Przebieg przefiltrowany zawiera jeszcze oczywiście znaczny poziom zakłóceń jednakże uwidoczniło się na nim przynajmniej część

odpowiedzi obiektu na zadane wymuszenie. Filtrację pasmową zastosowano również do podzakresów częstotliwości bliskich 100 Hz i 150 Hz jednakże poprawa przebiegu nie była już tak spektakularna jak poprzednio.



Rys. 1. Przykładowy przebieg wymuszenia i odpowiedzi układu zarejestrowanego na niepracującym bloku energetycznym



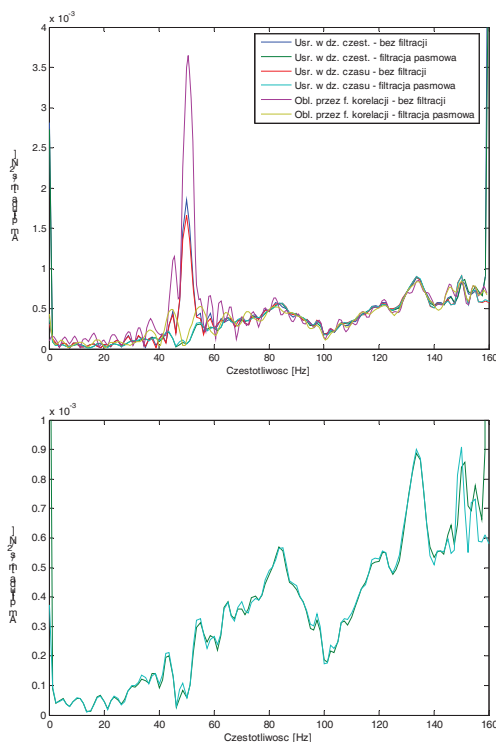
Rys. 2. Przebieg sygnału przyspieszenia drgań po filtracji pasmowej

W celu wyznaczenia widmowej funkcji przejścia zastosowano estymator H_1 dla którego wykorzystano trzy następujące algorytmy obliczeniowe:

- uśrednianie w dziedzinie częstotliwości – polegające na bezpośrednim wyznaczeniu uśrednionego widma sygnału wymuszającego S_{FF} oraz uśrednionego widma wzajemnego sygnałów wymuszenia i sygnału odpowiedzi S_{Fy} ; wyznaczone widma są bezpośrednio wykorzystywane w zależności na H_1 .
- uśrednianie w dziedzinie czasu – kolejne wyznaczone przedziały sygnału odpowiedzi zostały najpierw uśrednione (uśrednianie synchroniczne) w dziedzinie czasu poprzez wyznaczeniu średniej arytmetycznej amplitudy 10 sygnałów dla każdej próbki zarejestrowanego sygnału; dla uśrednionych sygnałów wyznaczone

zostały widma własne sygnału siły S_{FF} i wzajemne S_{Fy} i na ich podstawie estymata H_I widmowej funkcji przejścia

- obliczenie za pomocą funkcji korelacji – dla sygnałów (podzielonych na przedziały) dokonano obliczenia funkcji korelacji, wyznaczone zostały autokorelacje dla przebiegu wymuszającego R_{FF} oraz korelacje wzajemne sygnału wymuszającego i odpowiedzi R_{Fy} ; przebiegi funkcji korelacji zostały następnie uśrednione i na ich podstawie przy pomocy przekształcenia Fouriera zostały wyznaczone widma własne sygnału siły S_{FF} i wzajemne S_{Fy} i na ich podstawie estymata H_I widmowej funkcji przejścia.



Rys. 3 Przykładowe widmowe funkcje przejścia uzyskane w wyniku estymacji danych pomiarowych

Na rys. 3 przedstawione zostały WFP uzyskane w wyniku estymacji danych pomiarowych. Widać iż dla charakterystyk uzyskanych bezpośrednio po pomiarze dominujący wpływ ma prądek w okolicy 50 Hz. Eliminacja tego zakłócenia powoduje znaczne poprawienie charakterystyki częstotliwościowej. Dodatkowo z porównania zastosowanych algorytmów estymacji widmowej funkcji przejścia wynika, iż w tym przypadku najgorsze rezultaty otrzymane zostały stosując algorytm oparty na obliczaniu funkcji korelacji. Algorytmy oparte o wyznaczanie funkcji gęstości widmowej mocy z uśrednianiem w dziedzinie czasu oraz w dziedzinie częstotliwości dały w tym przypadku podobne rezultaty. Stosując metody analizy modalnej do zebranych WFP można otrzymać parametry modelu modalnego. Przykładowy zestaw częstości drgań własnych oraz

odpowiadających mu współczynników tłumienia modalnego zaprezentowany został w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry modelu modalnego otrzymane na podstawie analizy WFP

Lp.	Częstość drgań własnych [Hz]	Współczynnik tłumienia [%]
1	52,01	0,70
2	84,79	3,93
3	93,69	2,01
4	99,50	1,58
5	104,22	0,32
6	112,09	0,54
7	117,43	0,76
8	122,61	0,92
9	129,34	0,54
10	134,45	2,05
11	146,17	0,33
12	150,85	0,59

4. PODSTAWY ESTYMACJI PARAMETRÓW MODELI MODALNYCH W PRZYPADKU OMA

W ciągu ostatnich lat prowadzonych było wiele prac związanych z możliwością zastosowania podejścia „eksploatacyjnego” w eksperymentalnej analizie modalnej. Dostępnych jest tutaj kilka rozwiązań, które podobnie jak w przypadku podejścia klasycznego można podzielić na grupy. Również w przypadku eksploatacyjnej analizy modalnej można zastosować rozwiązania lokalne (metody SDOF) oraz globalne (MDOF). Jako metoda estymacji dla pojedynczego stopnia swobody może zostać zastosowana w przypadku danych eksploatacyjnych metoda Peak Picking lub jej zmodyfikowana wersja nazywana BFD (ang. Basics Frequency Domain). Metodę tę, dla danych zmierzonych w trakcie normalnej pracy badanego obiektu, można zastosować dla funkcji gęstości widmowych mocy.

W przypadku metod dających globalne rozwiązania, podobnie jak w przypadku klasycznym, można dokonać dodatkowego podziału na metody identyfikacji:

- w dziedzinie czasu,
- w dziedzinie częstotliwości,
- w dziedzinie amplitud.

Największe znaczenie dla eksploatacyjnych badań modalnych mają metody realizowane w dziedzinie czasu. Można zaliczyć do nich:

- znaną z klasycznej analizy modalnej metodę LSCE, zastosowaną dla funkcji korelacji własnych i wzajemnych,
- metody oparte na analizie podprzestrzeni stochastycznej, ze szczególnym uwzględnieniem metody CVA (ang. Canonical Variate Analysis) oraz BR (ang. Balanced Realisation).

W chwili obecnej w dziedzinie częstotliwości dla wielu stopni swobody dostępny jest algorytm FDD (ang. Frequency Domain Decomposition). Algorytm ten jest rozwinięciem znanej z klasycznej analizy

modalnej metody CMIF. Jego działanie oparte jest na rozkładzie macierzy funkcji gęstości widmowych mocy względem wartości szczególnych. Dodatkowym założeniem, przyjmowanym dla tego algorytmu, jest dobra separacja biegunów układu. Warunek ten dla pomiarów w warunkach eksploatacyjnych może być trudnym do spełnienia. Metody estymacji parametrów modalnych w dziedzinie amplitud oparte są na zastosowaniu modelu ARMA do wyznaczenia parametrów badanego układu.

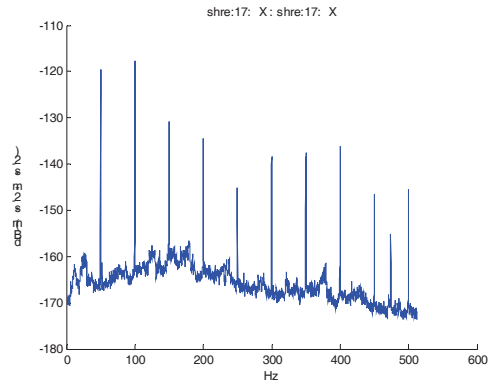
5. ZASTOSOWANIE OMA

W praktyce estymacja parametrów modelu modalnego dla OMA dokonywana jest na podstawie funkcji gęstości widmowych mocy lub na podstawie funkcji korelacji. Aby nadać estymatorom tych charakterystyk znaczenie statystyczne konieczne jest wydłużenie czasu potrzebnego na zebranie przebiegu porównaniu z metodami klasycznymi. Doświadczenie wskazuje, iż kilkuminutowe realizacje danego przebiegu czasowego są zazwyczaj wystarczające dla potrzeb OMA.

Estymacja parametrów modelu modalnego wymaga, aby znane były dla badanego obiektu zależności związane ze sposobem rozchodzenia się drgania na obiekcie. W przypadku klasycznej analizy modalnej zależności takie wynikają bezpośrednio ze sposobu przeprowadzania pomiaru. Wzbudzany obiekt zaczyna drgać i jego odpowiedź jest rejestrowana. Z punktu widzenia analizy modalnej istotne są zależności czasowe pomiędzy pojawieniem się wymuszenia oraz pojawieniem się odpowiedzi na zadane wymuszenie w wybranym punkcie na konstrukcji. W przypadku OMA wymuszenie nie jest znane. Tzn. nie można powiedzieć o punkcie jego przyłożenia, charakterze ani nawet o czasie, w którym rozpoczęło się jego oddziaływanie na badany obiekt. W przypadku eksploatacyjnej analizy modalnej podejście jest dla tego nieco inne. Jak już wcześniej zostało to powiedziane, zakłada się iż wymuszenie jest białym szumem wymuszającym całą konstrukcję równomiernie. Zależności czasowe związane z rozchodzeniem się drgania w konstrukcji wyznaczane są pośrednio poprzez odniesienie do jednego wybranego punktu na konstrukcji. Punkt taki nazywany jest zazwyczaj referencyjnym. Zasady jego wyboru są takie same jak wyboru punktu, w którym dokonuje się wymuszenia obiektu w klasycznej analizie modalnej. Wybranie punktu referencyjnego powoduje, że pomiary dokonywane na obiekcie muszą być powtarzane w tym punkcie w każdej sesji pomiarowej. Jednocześnie funkcje gęstości widmowych mocy lub funkcje korelacji wyznaczane dla każdej sesji pomiarowej odnoszone są zawsze do przebiegu referencyjnego w danej sesji.

Na rys. 4 przedstawione są przykładowe przebiegi funkcji gęstości widmowych mocy (część amplitudowo – częstotliwościowa charakterystyki). Widać na nich, iż charakterystyki są mniej gładkie w porównaniu z WFP. Ponadto na rys. 4 widać

dominujący wpływ częstotliwości harmonicznych związanych z prędkością obrotową maszyny.



Rys. 4. Funkcje gęstości widmowych mocy a) część amplitudowo-częstotliwościowa, b) część fazowo-częstotliwościowa

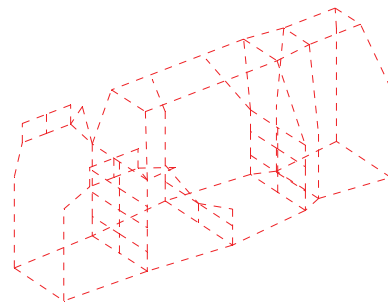
Jako przykład zastosowania OMA dokonano pomiaru przyspieszeń drgań w 77 punktach fundamentu turbogeneratora w czasie normalnej pracy bloku. Sieć wybranych punktów pomiarowych pokazano na rys 5.

Do rejestracji wykorzystano analizator sygnałów dynamicznych SCADAS III w konfiguracji 20 kanałowej i komputer. Przeprowadzono 13 sesji pomiarowych, w których rejestrowano 20 sygnałów przyspieszenia drgań:

- 2 sygnały odniesienia (z 2 czujników jednoosiowych umieszczonych w tym samym położeniu w czasie wszystkich sesji)
- 18 sygnałów przyspieszenia (6 punktów, w każdym pomiar w 3 wzajemnie prostopadłych kierunkach), czujniki w każdej sesji były rozmieszczane w kolejnych 6 punktach konstrukcji.

Rejestrowano przebiegi czasowe przyspieszeń drgań (240 sekundowe odcinki) z częstotliwością próbkowania 256 Hz.

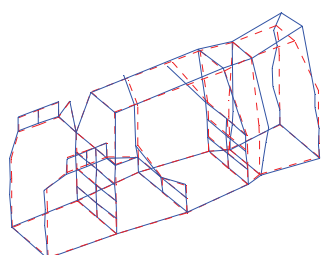
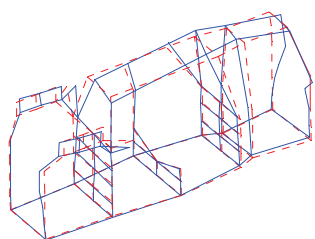
W analizie wyników badań wstępnych wyznaczano funkcje korelacji wzajemnych przy wykorzystaniu przekształcenia Fouriera, a estymację wartości parametrów modalnych wyznaczono dla wszystkich danych pomiarowych w jednej realizacji. Postępowanie takie, cechujące się prostotą, dało zadowalające wyniki estymacji.



Rys. 5. Sieć punktów pomiaru przyspieszenia drgań fundamentu w czasie pracy turbogeneratora

Tabela 2. Parametry modelu modalnego otrzymane na podstawie danych operacyjnych.

Lp.	Częstość drgań własnych [Hz]	Współczynnik tłumienia [%]
1	12,94	3,07
2	17,98	0,57
3	26,42	3,56
4	28,90	3,23
5	31,19	4,53
6	40,72	2,39
7	50,00	0,02
8	55,07	1,93
9	55,46	2,66
10	59,51	2,68
11	60,06	0,57



Rys. 6. Przykłady zidentyfikowanych postaci drgań

W rezultacie przeprowadzonej analizy wyestymowano 11 postaci drgań własnych i eksploatacyjną postać drgań odpowiadającą prędkości obrotowej wirnika. Na rys. 6 przedstawiono zidentyfikowane postacie drgań własnych 12.94 oraz postać drgań wymuszonych odpowiadającą prędkości obrotowej wirnika.

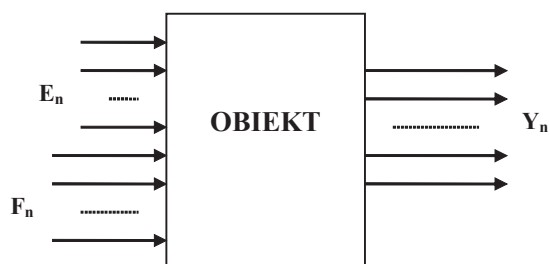
Ze względu na rozmieszczenie czujników odniesienia na słupach 1 ramy najlepiej w wynikach eksperymentu odwzorowały się postacie drgań, w których dominują drgania słupów. Polepszenie jakości odwzorowania innych postaci drgań można uzyskać przez zwiększenie ilości sygnałów odniesienia z 2 do 5 i rozmieszczenie czujników odniesienia w innych częściach fundamentu.

Wykorzystana sieć 77 punktów pomiarowych wydaje się być wystarczająca dla przedstawienia postaci drgań w rozważanym paśmie częstotliwości.

6. METODA OMAX

W przypadku eksperymentalnej analizy modalnej jako nieznane traktowane są siły stochastyczne pochodzące od zakłóceń działających na obiekt

natomiast w przypadku operacyjnej analizy modalnej do estymacji wykorzystuje się jedynie siły stochastyczne pomijając wpływ sił deterministycznych. Powstała, więc idea połączenia EMA oraz OMA, co doprowadziło do powstania metody Operacyjnej Analizy Modalnej z Mierzalnymi Wejściami (OMAX - z ang. Operational Modal Analysis with eXogenous inputs). Połączenie EMA oraz OMA umożliwia najpełniejsze wykorzystanie danych zmierzonych na obiekcie. Dzięki stosowaniu metody OMAX możliwa jest identyfikacja większej liczby postaci drgań własnych oraz dokładniejsza identyfikacja obiektów mechanicznych. Schematycznie metoda OMAX została przedstawiona na rys. 7.



Rys. 7. Operacyjna Analiza Modalna z Mierzalnymi Wejściami (OMAX), F – siły mierzalne, E – siły niemierzalne, Y – wyjścia układu

Można dokonać identyfikacji modelu OMAX na podstawie dwóch różnych rodzajów danych wejściowych – widm uzyskanych bezpośrednio z pomiarów lub też widm uśrednionych, jeżeli dostępną jest dostatecznie duża ilość zarejestrowanych danych.

W przypadku wykorzystania bezpośrednio widm obiektu można zidentyfikować na podstawie następującego modelu w przestrzeni stanów:

$$z_k X_k = AX_k + BF_k + W_k \quad (1)$$

$$Y_k = CX_k + DF_k + V_k \quad (2)$$

Na modelu tym widać bezpośrednio ideę połączenia opisu EMA (XX) i OMA (XX) w jeden spójny model. Związek pomiędzy wejściami i wyjściami dany jest zależnością:

$$Y_k = [C(Iz_k - A)^{-1}B + D]F_k + \dots \\ C(Iz_k - A)^{-1}W_k + V_k \quad (3)$$

Na podstawie zależności (3) można dokonać estymacji parametrów układu np. metodą LMFD.

W przypadku korzystania z danych z uśrednianiem estymacja parametrów obiektu przebiega w kilku etapach. W pierwszym z nich należy wyznaczyć widmowe funkcje przejścia pomiędzy wejściami oraz wyjściami układu oraz moc widma lub funkcje korelacji tej części odpowiedzi, która pochodzi od sił stochastycznych. W kolejnym kroku budowany jest stabilny model o biegunach wyznaczonych z widmowych funkcji przejścia oraz widm odpowiedzi układu.

W metodzie (OMAX) zakłada się, że odpowiedź drganiowa układu jest kombinacją deterministycznej

odpowiedzi spowodowanej przez mierzone siły oraz stochastycznej wywołanej przez siły niemierzalne. Zarówno deterministyczna jak i stochastyczna część zawiera informacje o badanym obiekcie i są one w jednakowym stopniu wykorzystywane do estymacji parametrów modalnych modelu.

W klasycznej eksperymentalnej analizie modalnej udział stochastycznej części odpowiedzi jest traktowany jako szum pomiarowy i eliminuje się go przez odpowiednie przetwarzanie sygnału. Takie podejście jest w sprzeczności z założeniami operacyjnej analizy modalnej, w której wszystkie parametry modalne są estymowane na podstawie czysto stochastycznej odpowiedzi układu wywołanej niemierzalnymi siłami eksploatacyjnymi.

Dla modelu OMAX można zbudować następujący opis [6]:

$$\begin{aligned} & [H^m(\omega_k) \quad S_{yy}^+(\omega_k)] = \\ & \sum_{r=1}^m \left(\frac{\phi_r Q_r^T}{1 - \lambda_r z_k^{-1}} + \frac{\phi_r^* Q_r^{*T}}{1 - \lambda_r^* z_k^{-1}} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

Dla modelu opisanego równaniem 4 można stosować klasyczne metody identyfikacji takie sam jak stosuje się w klasycznej eksperymentalnej analizie modalnej, czyli algorytmy identyfikacji oparte na modelach w przestrzeni stanu, modelach regresyjnych oraz modelach w podprzestrzeni stanu. Należy tylko zwrócić uwagę, że danymi wejściowymi są zarówno widmowe funkcje przejścia jak i widma mocy sygnałów odpowiedzi układu.

Wyżej omówione metody zastosowano do identyfikacji własności dynamicznych fundamentów i konstrukcji wsporczych turbozespołu.

7. LITERATURA

- [1] Box G.E.P. & Jenkins G.M., *Time Series analysis forecasting and control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
- [2] Cauberghe B.: *Applied frequency-domain system identification in the field of experimental and operational modal analysis*. Ph D. thesis of Vrije Universiteit Brussel, 2004.
- [3] Haylen W., Lammens S., Sas P.: *Modal Analysis Theory and Practice*. KU Leuven, 1997.
- [4] Hermans L., Van der Auweraer H.: *On the use of auto- and cross correlation functions to extract modal parameters from output only data*. ISVR, Southampton, pp. 324-331, 1997.
- [5] Hermans, L., Van der Auweraer, H., Coppens P., Mathieu, L.: *Modal Parameter Extraction from In-Operation Data*. XV IMAC, Orlando, pp. 531-539, 1996.
- [6] James G.H.III, Carne, T.G. and Laufer, J.P.: *The Natural Excitation Technique (NexT) for Modal Parameter Extraction from Operating Structures*. Int. Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, vol. 10, No. 4, pp. 260-277, 1995.
- [7] Lisowski, W., Uhl T.: *Application of modal analysis to diagnostics of complex mechanical systems*. Exploitation Problems of Machines, Polish Academy of Science, Vol. 36, No. 4 (2001).
- [8] Pandit S. M.: *Modal and Spectrum Analysis: Data Dependent Systems in State Space*. Wiley Interscience, 1991.
- [9] Sinha N., Rao G.: *Identification of continuous time systems — Methodology and Computer Implementation*. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [10] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. WNT, Warszawa, 1997.
- [11] Uhl T., Lisowski W.: *Eksplatacyjna analiza modalna i jej zastosowanie*. AGH, Kraków, 1999.
- [12] Uhl T, Barszcz T., Bednarz J.: *Application of modal models for rotating machinery Diagnostics*. Key Engineering Materials, Proc of DAMAS 2005.
- [13] Uhl T., Bednarz J.: *Metoda OMAX w identyfikacji układów mechanicznych*. Współczesne problemy analizy modalnej ed. T. Uhl, ITE, Radom, 2004.
- [14] Uhl T., Lisowski W., Kurowski P.: *In-operation modal analysis and it's application*. AGH.

Dr inż. **Piotr**

KUROWSKI - jest adiunktem w Katedrze Robotyki i Dynamiki Maszyn, Akademii Górniczo - Hutniczej w Krakowie. Jego zainteresowania naukowe skupiają się na zagadnieniach przetwarzania sygnałów, problemów dynamiki konstrukcji oraz prototypowaniu algorytmów klasycznej i operacyjnej analizy modalnej. Jest autorem kilku publikacji związanej z podanymi tematami. Jest również autorem oprogramowania do analizy modalnej VIOMA.

