

DYNAMIKA SILNIKA INDUKCYJNEGO Z USZKODZONĄ KLATKĄ WIRNIKA

Adam SOŁBUT

Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka
 15-351 Białystok, Wiejska 45d, tel. 085 746 94 39, asolbut@pb.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono model matematyczny oraz program symulacyjny dynamiki silnika asynchronicznego uwzględniający uszkodzenia klatki wirnika. Prezentowany program zrealizowano przy użyciu techniki programowania obiektowego w języku C++. Rozwiązanie takie daje możliwość szybkiej budowy aplikacji ułatwiającej testowanie algorytmów diagnostycznych.

Słowa kluczowe: maszyna asynchroniczna, diagnostyka, modelowanie i symulacja.

DYNAMICS OF INDUCTION MOTOR WITH BROKEN ROTOR BARS

Summary

The mathematical model and a program for simulation of dynamics of an asynchronous motor, including the damages of rotor bars, are presented in the paper. The presented program has been implemented using object-oriented programming techniques in C++ language. Such a solution gives an ability of quick building of applications, which can be used for testing of diagnostic algorithms.

Keywords: asynchronous motors, diagnostics, modeling and simulation.

1. WSTĘP

Diagnostyka napędów elektrycznych z silnikiem asynchronicznym, w przypadku stosowania zasilania z urządzeń przekształtnikowych, jest zagadnieniem stosunkowo trudnym. Większość badań, dostępnych w literaturze, opiera się na analizie harmonicznej prądu stojana. Pojawia się tu szereg problemów interpretacyjnych [1] związanych z istnieniem dużej liczby składowych harmonicznych generowanych przez źródło zasilania. Wpływ na ich rozkład ma także fakt różnorodności sposobów sterowania pracą układów zasilania. W literaturze światowej coraz częściej pojawiają się publikacje, w których poszukuje się innych metod diagnostycznych, wykorzystujących algorytmy takie jak transformata falkowa lub mechanizmy sztucznej inteligencji (sieci neuronowe) [3]. Z uwagi na duży stopień komplikacji zagadnień, wiążących niedoskonałość maszyny asynchronicznej oraz źródeł i algorytmów sterowania, coraz częściej poszukuje się sygnałów i wskaźników oceniających stan pracy maszyn jako całości [6]. W celu badań algorytmów diagnostycznych stosuje się symulacje numeryczne pracy układu z maszyną, uwzględniając wystąpienie awarii wirnika w postaci pękniętych prętów oraz mimośrodowego osadzenia wału. Niniejsza praca prezentuje oryginalny sposób rozwiązywania numerycznego modelu matematycznego maszyny asynchronicznej [2, 4]. Obiektowa struktura programu oraz wykorzystanie języka C++ daje możliwość niezależnego testowania fragmentów kodu odpowiedzialnych za metody numerycznego

rozwiązywania równań różniczkowych, opis numeryczny maszyny asynchronicznej, źródła zasilania oraz algorytmów sterowania i diagnostyki.

2. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA KLATKOWEGO

Silnik asynchroniczny klatkowy można opisać następującym układem równań różniczkowych [2, 4, 10]:

$$[u] = [R][i] + \frac{d}{dt}[\Phi] \quad (1)$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = T_e - f\Omega - T_0 \quad (2)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_s] & [0] \\ [0] & [R_r] \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} [\Phi_s] \\ [\Phi_r] \end{bmatrix} = [L][i] = \begin{bmatrix} [L_s] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[u] = \begin{bmatrix} [u_s] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (5)$$

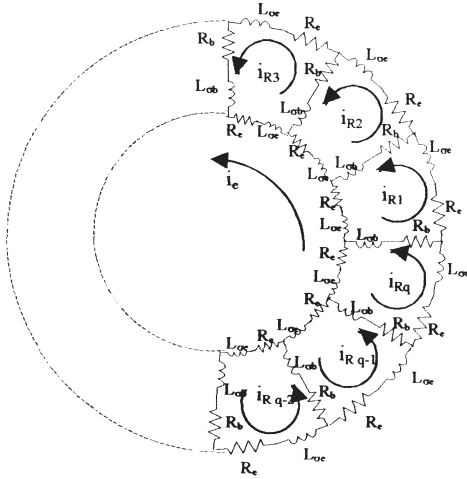
$$[I] = \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$T_e = \frac{1}{2} [i]^T \left\{ \frac{d}{d\theta} [L] \right\} [i] \quad (7)$$

J - moment bezwładności wirnika;
 T_e - moment elektromagnetyczny;
 T_0 - moment obciążenia maszyny;
 f - współczynnik tarcia;
 Ω - prędkość kątowna wirnika;

- Θ - kąt obrotu wirnika;
 $[u]$ - wektor napięć stojana $[u_s]$ i wirnika klatkowego $[u_R]=0$;
 $[i]$ - wektor prądów stojana $[i_s]$ i wirnika $[i_R]$;
 $[L]$ - macierze indukcyjności stojana $[L_s]$, wirnika $[L_R]$ oraz indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik $[L_{SR}]$.

Wymiar poszczególnych wektorów i macierzy stojana wynika z liczby faz m_1 , wektorów i macierzy wirnika z liczby żłobków (równaj liczbie faz wirnika) oraz prądu pierścienia zwierającego, tzn. m_2+1 .



Rys. 1. Schemat ideowy wirnika maszyny klatkowej

Na podstawie powyższego opisu maszyny otrzymamy następującą postać równań stanu maszyny asynchronicznej:

$$\frac{d}{dt}[i] = -[L]^{-1} \left\{ [R] + \Omega \frac{d[L]}{d\Theta} \right\} [i] + [L]^{-1} [u] \quad (8)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = (T_e - f\Omega - T_0) / J$$

$$\Omega = \frac{d\Theta}{dt}$$

Macierze opisujące równania silnika przyjmują postać:

$$[u_s] = [u_{s1} \quad u_{s2} \quad \dots \quad u_{sm_1}]^T \quad (9)$$

$$[i_s] = [i_{s1} \quad i_{s2} \quad \dots \quad i_{sm_1}]^T \quad (10)$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_{s1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_{s2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & R_{sm_1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[L_s] = [L_{s\sigma}] + [M_{ss}] \quad (12)$$

$$[M_{ss}] = \begin{bmatrix} M_{s11} & M_{s12} & \dots & M_{s1m_1} \\ M_{s21} & M_{s22} & \dots & M_{s2m_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{sm_11} & M_{sm_12} & \dots & M_{sm_1m_1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M_{sij} = N_s^2 \Lambda \sum_{\nu} \frac{1}{\nu^2} k_{s\nu}^2 \cos[(j-i) \frac{2\pi}{m_1}] \quad (14)$$

gdzie:

$$\Lambda = \frac{2\mu_0 D l_e}{\pi \delta p^2} \quad (15)$$

- D - wewnętrzna średnica stojana;
 l_e - długość zastępcza stojana;
 δ - zastępcza grubość szczeliny;
 N_s - liczba zwojów uzwojenia stojana;
 k_ν - współczynnik uzwojenia ν -tej harmonicznej.

$$[i_R] = [i_{R1} \quad i_{R2} \quad \dots \quad i_{Rm_1} \quad i_e]^T \quad (16)$$

Macierz rezystancji oraz indukcyjności rozproszenia wirnika maszyny klatkowej możemy przedstawić w postaci:

$$[R_r] = \begin{bmatrix} 2(R_e + R_b) & -R_b & 0 & \dots & -R_e \\ -R_b & 2(R_e + R_b) & -R_b & \dots & -R_e \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -R_b & \dots & -R_b & 2(R_e + R_b) & -R_e \\ -R_e & \dots & -R_e & -R_e & 2R_e \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[L_{\sigma r}] = \begin{bmatrix} 2(L_{oe} + L_{ob}) & -L_{ob} & 0 & \dots & -L_{oe} \\ -L_{ob} & 2(L_{oe} + L_{ob}) & -L_{ob} & \dots & -L_{oe} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -L_{ob} & \dots & -L_{ob} & 2(L_{oe} + L_{ob}) & -L_{oe} \\ -L_{oe} & \dots & -L_{oe} & -L_{oe} & 2L_{oe} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Przy założeniu równomiernej szczeliny powietrznej oraz pominięciu spadku napięcia magnetycznego w rdzeniu ferromagnetycznym elementy macierzy indukcyjności wzajemnych w obrębie wirnika możemy wyznaczyć z zależności [2,9]:

$$M_{rij} = \begin{cases} \frac{m_2 - 1}{m_2} \Lambda \pi^2 & \text{dla } i = j \\ -\frac{1}{m_2} \Lambda \pi^2 & \text{dla } i \neq j \end{cases} \quad (19)$$

przy czym $i, j = 1..m_2$.

Elementy macierzy indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik:

$$M_{srij} = \frac{4}{\pi} N_s \Lambda \sum_{\nu} \frac{1}{\nu^2} k_{s\nu} k_{r\nu} \cos[p\Theta + (j-1) \frac{2\pi}{m_2} - (i-1) \frac{2\pi}{m_1}] \quad (20)$$

gdzie:

- m_1 - liczba faz stojana;
 m_2 - liczba żłobków wirnika;
 R_b, L_b - rezystancja i reaktancja pręta;
 R_e, L_e - rezystancja i reaktancja wycinka pierścienia;
 N_s - liczba zwojów uzwojenia stojana;
 i - numer wiersza macierzy indukcyjności;
 j - numer kolumny macierzy indukcyjności.

3. PROGRAM SYMULACYJNY

Równania maszyny w układzie współrzędnych naturalnych bardzo rzadko były stosowane do numerycznego ich rozwiązywania, gdyż ich liczba zwiększyła się wielokrotnie, co bez użycia komputera uniemożliwia wykonywanie symulacji w takim układzie odniesienia. Numeryczne rozwiązywanie równań w naturalnym układzie odniesienia daje możliwość stosunkowo łatwego

i wygodnego modelowania stanów awaryjnych maszyny. Artykuł jest prezentacją takiego sposobu rozwiązywania równań różniczkowych opisujących silnik asynchroniczny. Do modelowania maszyny wykorzystano oryginalne rozwiązanie polegające na zastosowaniu biblioteki klas ułatwiających przygotowanie programów symulacyjnych [5]. Wykorzystano tu techniki programowania obiektowego w języku C++.

Budowa programu symulacyjnego z wykorzystaniem opisanej biblioteki klas wymaga jedynie dopisania do już gotowego kodu źródłowego funkcji obliczającej pochodne zmiennych stanu. Zapis kodu źródłowego takiej funkcji przyjmuje postać:

```
Inductance_rs();
SetVoltage();
dI=1/L*(U-(R+dL*pulsacja)*I);
mom=(!I)*dL*I*0.5;
Mo=Ma-Mb;
pulsacja^=(Me-Mo)/J;
kat^=pulsacja;
```

Zapis ten jest równoważny obliczeniom wartości z równań 8. Wykorzystano tu możliwość definiowania operatorów matematycznych dla określonej klasy (przeciążanie operatorów). W powyższym kodzie wielkości oznaczone jako L , R to macierze występujące w równaniach 3 i 4, dL to macierz pochodnych indukcyjności w dziedzinie kąta (równania 7 i 8):

$$\frac{d[L]}{d\theta} \quad (21)$$

Wektory napięcia i prądu oraz pochodnych prądu to U , I , dI . Zmienna $pulsacja$ to prędkość kątowa wirnika, a kat jest kątem obrotu wału wirnika. Zapis taki możliwy jest dzięki rozwiązaniom zawartym w oryginalnych bibliotekach klas przygotowanych jako kod źródłowy w języku C++.

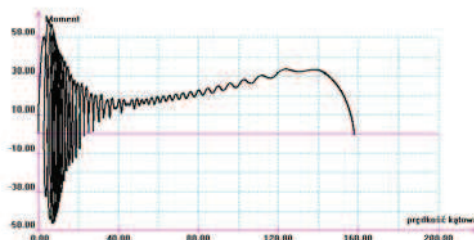
Powyższy kod wpisano do metody obliczającej pochodne zmiennych stanu w klasie dziedziczącej klasę biblioteki symulacyjnej $TModel$. Klasa taka, wraz z deklaracją opisanych zmiennych, wpisanymi parametrami maszyny oraz metoda obliczająca macierze indukcyjności L i dL , wystarcza do stworzenia pełnej wielowątkowej aplikacji symulacyjnej pracującej w środowisku Win32.

Wadą takiego rozwiązania jest konieczność pracy w kodzie źródłowym języka C++. Skompilowany program umożliwia interaktywną pracę z możliwością zapisu wyników modelowania do plików i analizę uzyskanych przebiegów w programie *Anagraf_win* [8]. Proponowane rozwiązanie ułatwia analizę i porównanie danych uzyskanych w procesie modelowania numerycznego z pomiarami uzyskanymi poprzez rejestrację prądów i napięć przy pomocy oscyloskopów cyfrowych.

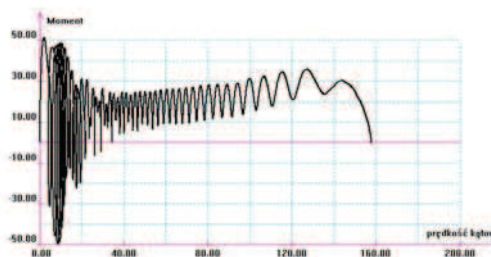
4. PRZYKŁADY ANALIZ NUMERYCZNYCH

Symulacje dynamiki maszyny uszkodzonej przeprowadzono dla 4-biegunowego ($p=2$) silnika klatkowego połączonego w gwiazdę z 25 żłobkami wirnika. Modelowanie uszkodzonych prętów

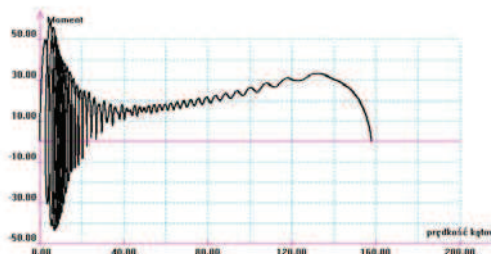
polegało na zwiększeniu rezystancji pręta. Program umożliwia łatwy i szybki dostęp do parametrów modelowanej maszyny. Celem modelowania maszyny jest tu powstanie narzędzi ułatwiających testowanie algorytmów numerycznych. W takiej sytuacji mniej istotne jest dokładne odwzorowanie parametrów maszyny a istotnym jest wygenerowanie przebiegów prądu, momentu i prędkości występujących w maszynie o różnym stopniu uszkodzenia. Ważnym elementem jest także możliwość badania wrażliwości na awarie wirnika przy różnych parametrach.



Rys. 2. Rozruch silnika – uszkodzony jeden pręt



Rys. 3. Rozruch silnika – uszkodzone trzy kolejne pręty (1, 2, 3)



Rys. 4. Rozruch silnika – uszkodzone trzy pręty (1, 6, 17)

Przeprowadzone symulacje wykazują, że zachowanie się maszyny uszkodzonej zależy nie tylko od liczby pękniętych prętów, lecz także od lokalizacji uszkodzeń na obwodzie wirnika. Na rysunku 3 przedstawiono rozruch silnika przy uszkodzonych trzech kolejnych prętach. Rysunki 2 i 4 różnią się nieznacznie, lecz rys. 2 prezentuje rozruch z uszkodzonym jednym prętem, natomiast na rys.4 uszkodzone są trzy pręty 1, 7 i 17.

5. WNIOSKI

Przeprowadzone badania symulacyjne miały za cel sprawdzenie możliwości modelowania silnika klatkowego w naturalnym układzie odniesienia, tzn. bez żadnych transformacji równań obwodowych maszyny. Stosowane transformacje upraszczają

postać równań jedynie w przypadkach symetrii uzwojeń, symetrii rezystancji lub pominięcia niektórych składowych występujących w stanach awaryjnych maszyny. Modelowanie maszyny w naturalnym układzie odniesienia daje możliwość testowania pracy przy różnorodnych uszkodzeniach. W niniejszej pracy testowano jedynie uszkodzenia prętów klatki wirnika. Uwzględnienie innych stanów awaryjnych wymaga opracowania procedur obliczania macierzy indukcyjności i rezystancji

Duża dynamika przyrostu mocy obliczeniowej współczesnych procesorów daje możliwość wykonywania takich symulacji w stosunkowo krótkim czasie. Badania przeprowadzone (rys. 2-4) na komputerze typu PC z procesorem Intel Pentium III taktowanym częstotliwością 800 MHz wykazały, że np. rozruch maszyny z uszkodzeniami prętami wirnika, trwający w rzeczywistości ok. 2s, wymaga ok. 30 minut czasu pracy procesora. Krytycznym zagadnieniem wydłużającym obliczenia jest czas niezbędny na odwracanie macierzy indukcyjności w każdym kroku całkowania numerycznego.

Wykonane symulacje oraz testowanie możliwości wykonywania modelowania uszkodzeń klatki wirnika w naturalnym układzie odniesienia wykazują, że możliwe jest modelowanie uszkodzeń w czasie dostępnym dla przeciętnego współczesnego komputera. Jednym z wniosków wynikających z przeprowadzonych dotychczas symulacji jest znaczenie wpływu sposobu rozłożenia pęknięć prętów na obwodzie maszyny. Najgorszy efekt występuje przy przerwanym kolejno na obwodzie prętach, natomiast taka sama ilość uszkodzeń, ale rozłożonych na obwodzie wirnika, nie daje widocznych efektów (rys. 1 i rys. 3).

LITERATURA

- [1] Dybowski P.: *Wpływ zasilania napięciem odkształconym na widmo prądów stojana cz. 2*. XIII Seminarium Techniczne: Problemy eksploatacji maszyn i napędów elektrycznych, Eksploatacja, diagnostyka i modernizacja silników elektrycznych, Ustroń Jaszowiec 19-21 maja 2004r, str. 25-29.
- [2] Houdouin G., Barakat G., Dakyo B., Destobbeleer E.: *A Method the Simulation of Inter-Turn Short Circuits in Squirrel Cage Induction Machines*. EPE-PEMC, Dubrownik & Cavtat, 2002 (on CD).
- [3] Kowalski C. T.: *Monitorowanie i diagnostyka uszkodzeń silników indukcyjnych z wykorzystaniem sieci neuronowych*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej nr 57, Wrocław 2005.
- [4] Pawlak M.: *Modelowanie uszkodzeń wirnika silnika klatkowego przy wykorzystaniu uproszczonego modelu dwuosiowego*. XLI International Symposium on Electrical Machines, Polska, Opole-Jarńołówek, 14-17 June 2005, p. 88-95.
- [5] Sołbut A.: *Modeling of electromechanical converters using object oriented programming techniques*. XV International Symposium Micromachines & Servosystems, Białowieża - Soplicowo 2006, str. 164-169.
- [6] Sołbut A.: *Możliwości automatycznej oceny stanu układu napędowego z maszyną asynchroniczną*. Diagnostyka nr 35 (2005), str.13-16.
- [7] Sołbut A.: *Simulations module on needs of modeling driving systems supplied by inverters*. Warsaw, European Simulation Multiconference ESM'99, 1-4 June 1999, p.502-504.
- [8] Sołbut A.: *Możliwości wykorzystania programu ANAGRAF_WIN 5.0 do analizy danych pomiarowych z oscyloskopów cyfrowych*. VII Krajowa konferencja naukowa: Sterowanie w energoelektronice i napędzie elektrycznym SENE'2005, str. 515-520.
- [9] Spałek D., Tokarz M.: *Moment elektromagnetyczny silnika indukcyjnego zasilanego przez sterownik napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym*. XLI International Symposium on Electrical Machines, Polska, Opole-Jarńołówek, 14-17 June 2005, p. 43-48.
- [10] Sobczyk T. J.: *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*. WNT, Warszawa 2004.



Dr inż. **Adam SOŁBUT** jest pracownikiem Wydziału Elektrycznego Politechniki Białostockiej od 1982 roku. W 1994 roku uzyskał stopień doktora nauk technicznych na podstawie rozprawy pt.: „Analiza i badania porównawcze silnika indukcyjnego 6-fazowego i 3-fazowego zasilanego z falownika napięcia”.

W ramach pracy zawodowej zajmuje się zagadnieniami maszyn elektrycznych zasilanych napięciem odkształconym od sinusoidy. W badaniach wykorzystuje oryginalne autorskie oprogramowanie wspomagające analizę wyników pomiarów laboratoryjnych oraz własne opracowania programów symulacyjnych.

Artykuł został opracowany w ramach pracy własnej W/WE/7/06