

IDENTYFIKACJA MODELU KONSTRUKCJI PODPIERAJĄCEJ MASZYNY WIRNIKOWEJ

Grzegorz ŻYWICA, Józef RYBCZYŃSKI

Instytut Maszyn Przepływowych im. R. Szewalskiego PAN
80-952 Gdańsk, ul. Fiszera 14, tel. (58) 346-08-81, gzywica@imp.gda.pl, ryb@imp.gda.pl

Streszczenie

W pracy omówiono proces identyfikacji modelu konstrukcji podpierającej wirnik na przykładzie wybranej maszyny wirnikowej. Obiektem badań była konstrukcja podpierająca wirnik wielkogabarytowego Stanowiska Badawczego Dynamiki Wirników i Łożysk, znajdującego się w Laboratorium Wibrodiagnostyki Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku. W kolejnych punktach omówiono wszystkie etapy procesu identyfikacji, tzn.: eksperyment, modelowanie, estymację parametrów oraz weryfikację modelu. W wyniku identyfikacji otrzymano model dobrze odzwierciedlający zachowanie rzeczywistego obiektu oraz umożliwiający jego dalszą, wszechstronną analizę.

Słowa kluczowe: dynamika maszyn, maszyny wirnikowe, identyfikacja, symulacje komputerowe.

IDENTIFICATION OF MODEL SUPPORT STRUCTURE OF ROTOR MACHINE

Summary

The paper discusses an identification process of the rotor support structure model in relation to selected example of rotor machine. The object of investigation was the rotor support structure of the large-size Dynamics of Rotors and Bearings Test Rig, located in Vibro-diagnostics Laboratory of Institute of Fluid Flow Machinery PAS, Gdansk. All stages of identification process have been talked over: experiment, modeling, estimation of parameters and model verification. As the result of identification, the structure model has been built, which well reflects the actual object and enables its subsequent diverse analysis.

Keywords: machine dynamics, rotor machines, identification, computer simulation.

1. WPROWADZENIE

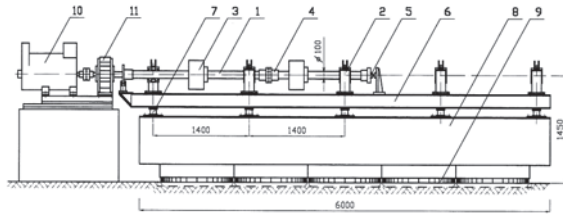
Własności dynamiczne klasycznej maszyny wirnikowej dają się opisać wyłącznie poprzez wnikliwą analizę każdego ze składających się na nią podukładów. Analiza taka najczęściej sprowadza się do analizy układu typu wirnik – łożyska – konstrukcja podpierająca. Z uwagi na złożone własności, każdy z powyższych podukładów stanowić może odrębny problem [5]. Dodatkowo zagadnienie komplikuje fakt, że pomiędzy poszczególnymi podukładami zachodzą sprzężenia, co oznacza, że ich opis powinien być spójny [6]. W ostatnich latach coraz częściej w diagnostyce maszyn wirnikowych, szczególnie maszyn krytycznych takich jak turbozespoły energetyczne, stosuje się diagnostykę według modelu [3, 5, 6]. Wymaga to jednak wcześniejszego opracowania wiarygodnych modeli symulacyjnych obiektów rzeczywistych. Budową modeli zajmuje się dyscyplina nauki nazwana identyfikacją [4, 9].

W artykule omówiono wszystkie etapy procesu identyfikacji modelu konstrukcji podpierającej wybranej maszyny wirnikowej, tzn.: eksperyment, modelowanie, estymację parametrów i weryfikację modelu [2, 4, 5, 9, 14]. Do opracowania modelu

numerycznego badanego obiektu posłużył system wykorzystujący algorytmy Metody Elementów Skończonych (MES). Otrzymany model zostanie wykorzystany w dalszych pracach jako baza dla modeli wirnika i łożysk ślizgowych, które nie mogą być analizowane bez sprzężenia z konstrukcją podpierającą.

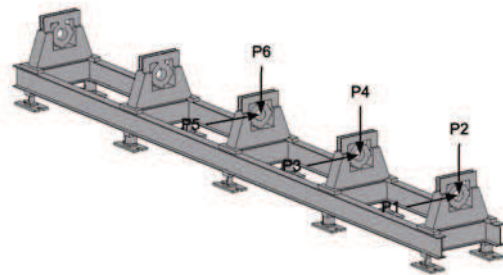
2. CHARAKTERYSTYKA OBIEKTU BADAŃ

Obiektem badań była konstrukcja podpierająca wirnik wielkogabarytowego Stanowiska Badawczego Dynamiki Wirników i Łożysk, znajdującego się w Laboratorium Wibrodiagnostyki Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku. Stanowisko jest doskonałym przykładem klasycznej maszyny wirnikowej. Jej część roboczą stanowi ułożyskowany ślizgowo trójpodporowy wirnik osadzony w stalowej ramie, która jest przymocowana do żelbetonowego bloku fundamentowego. Cała konstrukcja spoczywa na wibroizolatorach pneumatycznych. Ogólny schemat stanowiska wraz z najważniejszymi wymiarami oraz opisem podstawowych elementów przedstawiono na rys. 1.



1 - wirnik, 2 - stojak łożyskowy, 3 - dysk, 4 - sprzęgło, 5 - łożysko oporowe, 6 - rama stalowa, 7 - wsporniki ramy, 8 - blok fundamentowy, 9 - wibroizolatory pneumatyczne, 10 - silnik, 11 - przekładnia zębata

Rys. 1. Schemat stanowiska badawczego dynamiki wirników i łożysk



Rys. 2. Miejsca przyłożenia wymuszeń harmoniczných

Stanowiska badawcze jest dobrze rozpoznana konstrukcją, będącą obiektem badań eksperymentalnych oraz symulacyjnych [6, 11, 12, 13, 16]. Służyło między innymi do weryfikacji opracowanej w IMP PAN, unikalnej w skali kraju, serii programów komputerowych MESWIR przeznaczonych do analizy stanu dynamicznego maszyn wirnikowych w zakresie liniowym i nieliniowym [6]. Stanowisko zostało zbudowane jako obiekt doświadczalny, więc prace badawcze nie wymagają wykluczania go z eksploatacji. Umożliwia to prowadzenie szeregu pomiarów, których wyniki mogą być wykorzystane w procesie identyfikacji modelu tego obiektu. W dalszych punktach artykułu zostaną omówione wszystkie etapy tego procesu.

3. BADANIA EKSPERYMENTALNE

W celu pozyskania wiedzy o badanym obiekcie wykonano eksperymentalną identyfikację charakterystyk podparcia łożysk. W przypadku rozpatrywanej maszyny wirnikowej, przy zaniedbaniu sił wzdłużnych w łożyskach, oddziaływanie pomiędzy wirnikiem i konstrukcją podpierającą można opisać za pomocą składowych sił (poziomych i pionowych) w podporach łożyskowych. Związki sił i przemieszczeń w wszystkich więziach można zdefiniować przy pomocy zespołu współczynników ułożonych w macierz kwadratową [11]. Eksperyment polegał więc na określeniu wartości tych współczynników w interesującym nas zakresie częstotliwości. W celu ich wyznaczenia zastosowano metodę wymuszeń harmoniczných w odniesieniu do każdej z podpór wirnika. Metoda wymuszeń harmoniczných polega na przykładaniu siły harmonicznej o znanej amplitudzie i częstotliwości do każdej z więzi oraz pomiarze odpowiedzi w postaci przemieszczeń. Przemieszczenia mierzono zarówno pod względem amplitudy, jak i przesunięcia fazowego. Sposób zadawania wymuszeń przedstawiono na rys. 2.

Harmoniczną siłą wzbudzącą generowano za pomocą elektrodynamicznego wzbudnika drgań przystosowanego w specjalny sposób do pracy bezwładnościowej. Wymuszenia przenoszone były ze wzbudnika na panwie łożyskowe za pośrednictwem dynamometru do pomiaru sił zmiennych. Z uwagi na rozbudowany program pomiarów oraz związaną z tym potrzebą rejestracji i przetwarzania dużej ilości sygnałów, badania zostały w całości zautomatyzowane i odbywały się techniką komputerową. Pomiarami sterowano za pomocą odpowiednio skonfigurowanego programu pomiarowego współpracującego z kartą przetwornika A/C.

Otrzymane podczas eksperymentu sygnały pochodzące z poszczególnych czujników pomiarowych, po ich kondycjonowaniu (wzmocnieniu oraz odfiltrowaniu zakłóceń i składowej stałej sygnału), za pośrednictwem modułu przetwornika analogowo-cyfrowego rejestrowano na dyskach komputera klasy PC. Na podstawie tych danych wyznaczone zostały następujące wielkości:

- moduł podatności zespolonej

$$|L_{mn}| = \frac{A_{mn}}{P_m}, \quad (1)$$

- faza podatności φ_{mn} ,

gdzie:

A - amplituda przemieszczeń,

P - amplituda siły wymuszającej,

m - numer więzi w której wymuszano drgania,

n - numer więzi w której mierzono przemieszczenia.

Następnie dla wszystkich częstotliwości wzbudzenia utworzono kwadratową macierz współczynników podatności zespolonej o wymiarach 6×6 (gdyż $m=n=6$). Elementy uzyskanych tą drogą 36-cio elementowych macierzy mają postać:

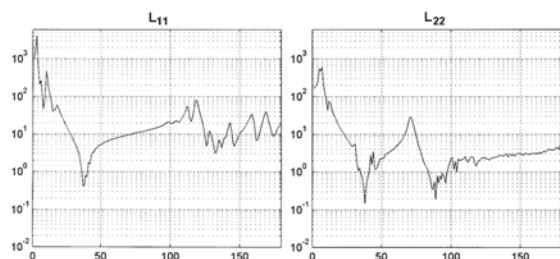
$$L_{mn} = |L_{mn}| \cdot e^{i\varphi_{mn}}. \quad (2)$$

Każdy element macierzy można zapisać w równoważnej mu postaci trygonometrycznej:

$$L_{mn} = |L_{mn}| \cdot \cos \varphi_{mn} + i \cdot |L_{mn}| \cdot \sin \varphi_{mn}, \quad (3)$$

$$L_{mn} = \text{Re}(L_{mn}) + i \cdot \text{Im}(L_{mn}). \quad (4)$$

Na rys. 3 przedstawiono przykładowe przebiegi zespolonych podatności głównych w funkcji częstotliwości dla jednej z podpór wirnika.



Rys.3. Charakterystyki podatnościowe dla pierwszej podpory (kierunek poziomy i pionowy).

Wyniki tych badań zostały wykorzystane podczas weryfikacji modelu MES konstrukcji podpierającej wirnik (podpunkt 4.2). W otrzymanych charakterystykach zakodowanych jest szereg bardzo użytecznych informacji na temat własności dynamicznych badanego obiektu. Przede wszystkim są w niej zawarte wartości częstości drgań własnych konstrukcji, które odpowiadają częstotliwościom występowania maksimum lokalnych (rezonansów). Na podstawie wielkości amplitudy drgań można wnioskować o poziomie współczynników tłumienia modalnego. Posiadając widma drgań dla punktów znajdujących się w różnych miejscach konstrukcji (a nie dysponując wynikami analizy modalnej) można spodziewać się określonych postaci drgań własnych [16].

4. SYMULACJE KOMPUTEROWE

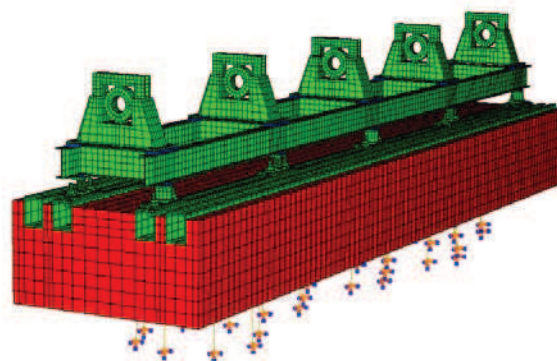
W tej części artykułu zostaną omówione kolejne etapy procesu identyfikacji bazujące na modelu symulacyjnym badanej maszyny. Wartości parametrów wyestymowanych podczas omówionego w poprzednim punkcie eksperymentu zostaną wykorzystane przy dostrajaniu modelu. Prace związane z opracowaniem modelu oraz symulacjami komputerowymi naśladującymi eksperyment wykonano przy użyciu komercyjnego systemu ABAQUS [1].

4.1. Opracowanie modelu numerycznego

Konstrukcja podpierająca wirnik wybranej maszyny wirnikowej składa się z kilku podstawowych elementów, są to: stojaki łożyskowe, rama stalowa, wsporniki ramy, blok fundamentowy oraz wibroizolatory pneumatyczne (rys. 1). Opracowanie modelu konstrukcji podpierającej polegało więc na modelowaniu geometrii, dyskretyzacji oraz przypisaniu odpowiednich właściwości fizycznych poszczególnym częściom tego układu. Następnie części te połączono więzami oraz przyjęto warunki brzegowe.

Completny model konstrukcji podpierającej został przedstawiony na rysunku 4. Do jego budowy

wykorzystano odkształcalne elementy skończone (C3D20R, C3D8R, C3D15, C3D6) oraz bezmasowe elementy sprężyste (SPRING2) [1]. Otrzymany model składa się z 35 478 elementów, 124 835 węzłów i 374 505 stopni swobody. Elementom należącym do modelu nadano właściwości fizyczne odpowiadające trzem materiałom: stali konstrukcyjnej, żywicy epoksydowej oraz żelbetonu. Ponieważ nie był znany dokładny typ żywicy epoksydowej, z której wykonano łączniki elastyczne użyte do mocowania ramy, do wstępnych rozważań przyjęto zakres wartości typowych, obejmujących różne odmiany tego tworzywa. Budowa bloku fundamentowego znacznie odbiega od typowej struktury żelbetonowej, w związku z tym założono możliwość zmiany początkowo przyjętych właściwości materiałowych tego kompozytu [8, 10]. Parametry charakteryzujące żywicę epoksydową oraz żelbeton zostały uściślone w procesie dostrajania modelu.



Rys. 4. Model konstrukcji podpierającej wirnik

Opracowany model konstrukcji podpierającej posiada liczne uproszczenia. Najważniejsze z nich to: zastosowanie prostego, liniowego modelu opon samochodowych (wibroizolatorów pneumatycznych) w postaci bezmasowych elementów sprężystych, przyjęcie liniowych własności żelbetonu, nie uwzględnienie grawitacji, założenie "twardego" kontaktu pomiędzy ramą i blokiem żelbetonowym. W stworzeniu dokładniejszego modelu numerycznego przeszkadzał też brak wiedzy na temat niektórych parametrów rzeczywistego obiektu, takich jak: masa bloku oraz jej rozkład, typ zastosowanej żywicy epoksydowej. Należy więc mieć świadomość, że otrzymany model reprezentuje jedynie pewien wyidealizowany stan badanego obiektu.

4.2. Weryfikacja modelu

Bardzo ważnym etapem budowy modeli jest ich weryfikacja, polegająca na badaniu rozbieżności pomiędzy własnościami modelu i układu rzeczywistego. Takie porównanie pozwala na dostrojenie modelu, który dopiero wtedy umożliwia pozyskanie wiarygodnych informacji o obiekcie

rzeczywistym. Dostrajanie modeli teoretycznych jest pracochłonnym i długotrwałym procesem. Ważnym zagadnieniem jest tu odpowiedni wybór parametrów modelu, które należy zmodyfikować. Dla omawianego modelu parametrami tymi były: własności fizyczne żelbetonu i żywicy epoksydowej oraz sztywności elementów modelujących wibroizolatory pneumatyczne. Na drodze kolejnych iteracji dokonano ich korekcyj.

Do wyznaczenia charakterystyk podatności dynamicznej podparć łożysk modelu MES wykorzystano procedurę dostępną w systemie ABAQUS umożliwiającą wyznaczenie ustalonej odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości (Mode-based steady state dynamic analysis). Procesor systemu ABAQUS korzysta przy tym z metody superpozycji modalnej, która przy analizie układów liniowych jest znacznie efektywniejsza od metody bezpośredniego całkowania równań ruchu [1, 7, 15]. Ponieważ bazuje ona na modelu modalnym układu, wymaga wcześniejszego wyznaczenia częstości i postaci drgań własnych.

Symulację prowadzono w zakresie siły wymuszającej 1÷150 Hz (wyższe wartości znacznie wykraczają poza zakres pracy omawianego stanowiska), z rozdzielczością 1 Hz (z taką samą rozdzielczością przeprowadzony był eksperyment). Aby ograniczyć wielkość amplitud drgań odpowiadających częstotliwościom rezonansowym, konieczne było wprowadzenie do układu tłumienia. Wprowadzono, więc tłumienie strukturalne (Structural damping), przy którym siła tłumiąca jest proporcjonalna do sił powodujących naprężenia wewnętrzne, lecz jest zwrócona przeciwnie do kierunku prędkości [1]. W początkowej fazie obliczeń wartość współczynnika tłumienia została dobrana arbitralnie i uległa zmianie podczas procesu dostrajania. Tak przeprowadzona symulacja pozwoliła na wyznaczenie amplitud drgań w interesujących nas podporach.

W tabeli 1 zestawiono właściwości fizyczne materiałów uściślone w wyniku dostrajania modelu. Wartość współczynnika tłumienia strukturalnego osiągnęła wartość $\xi = 0,02$.

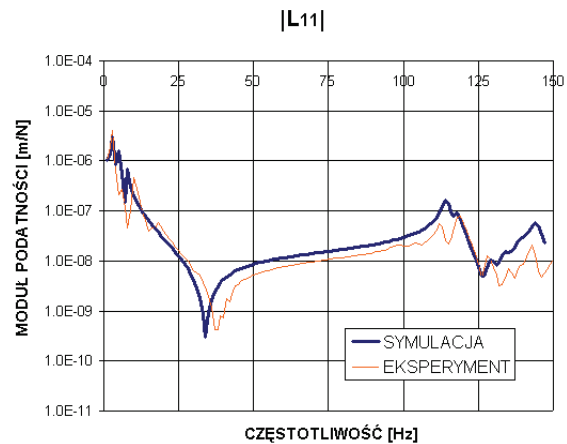
Tabela 1. Właściwości fizyczne materiałów

	Stal konstrukcyjna	Zywica epoksydowa	Żelbeton
Gęstość (ρ) [kg/m ³]	7860	1150	2400
Moduł Younga (E) [Pa]	$210 \cdot 10^9$	$1,6 \cdot 10^9$	$35,6 \cdot 10^9$
Liczba Poissona (ν)	0,3	0,3	0,17

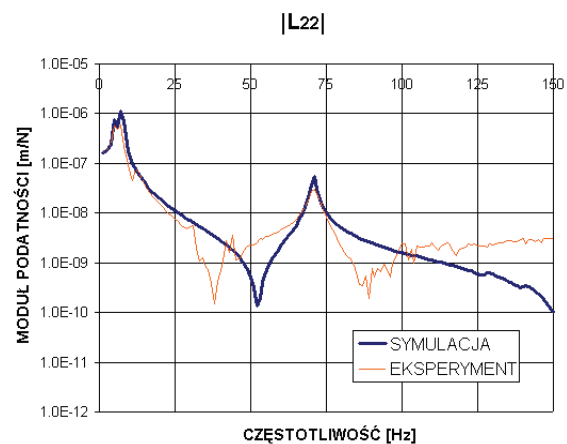
Sztywności elementów sprężystych modelujących opony zostały ustalone na poziomie 715 000 [N/m] dla kierunku pionowego oraz 325 000 [N/m] dla kierunku poprzecznego i wzdłużnego.

Wyniki symulacji komputerowej przedstawione zostały w formie charakterystyk podatnościowych

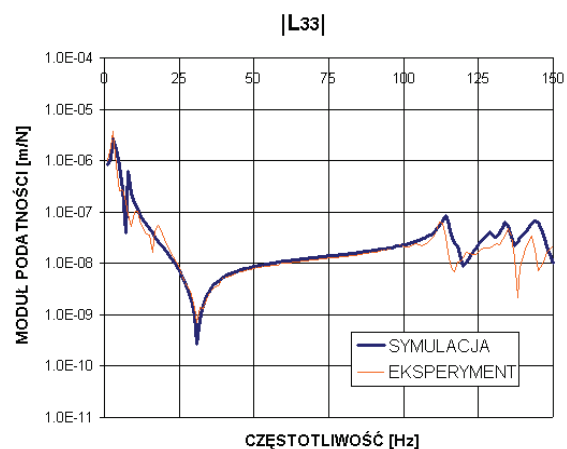
w funkcji częstotliwości wymuszenia. Na rysunkach 5 ÷ 10 zaprezentowano przebiegi zespolonych podatności głównych, otrzymanych dla dostrojonego modelu konstrukcji podpierającej. Dla porównania na rysunkach tych umieszczono również charakterystyki otrzymane eksperymentalnie.



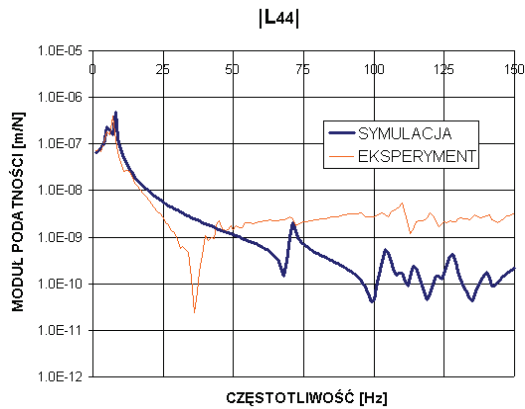
Rys. 5. Charakterystyka podatnościowa przy wymuszeniu poziomym (podpora 1)



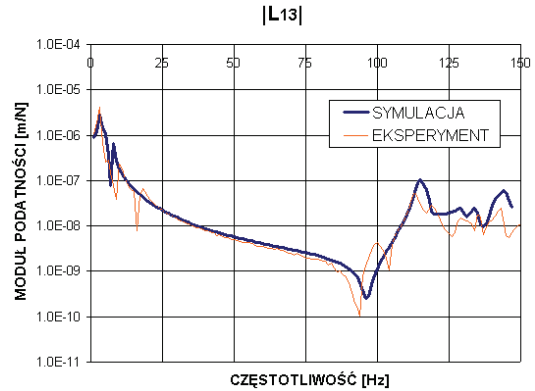
Rys. 6. Charakterystyka podatnościowa przy wymuszeniu pionowym (podpora 1)



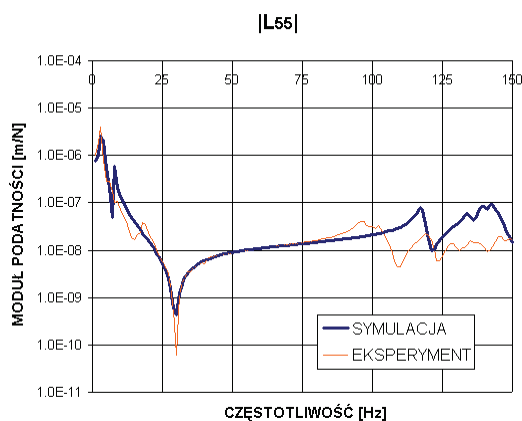
Rys. 7. Charakterystyka podatnościowa przy wymuszeniu poziomym (podpora 2)



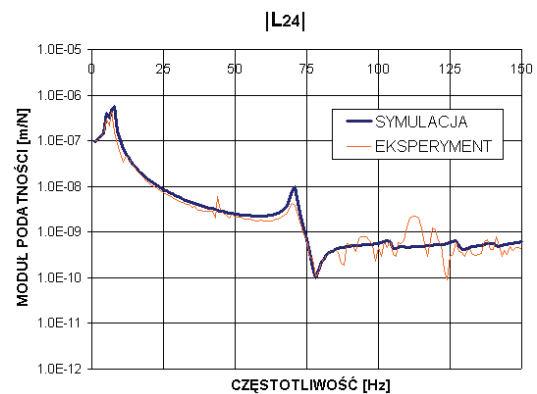
Rys. 8. Charakterystyka podatnościowa przy wymuszeniu pionowym (podpora 2)



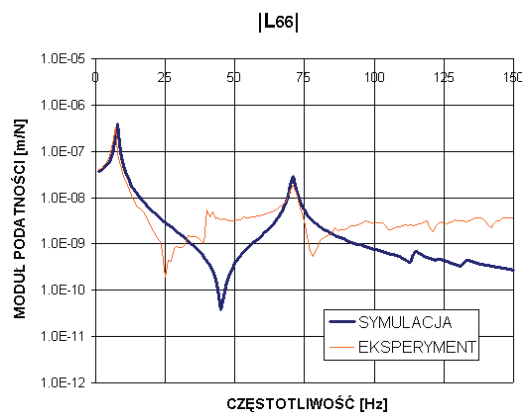
Rys. 11. Charakterystyka podatnościowa dla wymuszenia poziomego (podpora 1 i 2)



Rys. 9. Charakterystyka podatnościowa przy wymuszeniu poziomym (podpora 3)



Rys. 12. Charakterystyka podatnościowa dla wymuszenia pionowego (podpora 1 i 2)



Rys. 10. Charakterystyka podatnościowa przy wymuszeniu pionowym (podpora 3)

Oprócz zespolonych podatności głównych wyznaczono również przebiegi podatności przeniesionych. Podatność przeniesioną wyznacza się mierząc przemieszczenia w innej podporze niż ta, do której przykładana jest siła wymuszająca [5]. Przykłady takich charakterystyk zaprezentowano na rys. 11 i 12.

5. PODSUMOWANIE

W artykule omówiono identyfikację modelu konstrukcji podpierającej wybranej maszyny wirnikowej. Dzięki zdobytej podczas eksperymentu wiedzy możliwe było opracowanie złożonego modelu istniejącego obiektu, charakteryzującego się dużą zgodnością rezultatów obliczeń z pomiarami (rys. 5÷12), w odniesieniu do własności podparcia wirnika. Bardzo dobre dopasowanie charakterystyk uzyskano dla wymuszeń działających w płaszczyźnie poziomej. Nieco gorsze rezultaty otrzymano dla wymuszeń pionowych, przy czym największe rozbieżności obserwuje się w zakresie antyrezonansów. Przyczyną powstałych niezgodności są ograniczenia i uproszczenia przyjętego modelu. W związku z tym, na otrzymanych symulacyjnie charakterystykach nie występują niskoamplitudowe rezonanse przy częstotliwości około 40Hz (dla wymuszeń pionowych). Rozbieżności te są prawdopodobnie związane z drganiami lokalnymi niektórych elementów stanowiska, które nie zostały wykryte podczas symulacji komputerowej, gdyż model numeryczny zakłada idealne połączenie wszystkich jego części. Występowanie tych rezonansów spowodowało przesunięcie antyrezonansów w kierunku niższych częstotliwości. Mając na uwadze fakt, że pomiary oraz obliczenia zespolonej

podatności dynamicznej konstrukcji podpierających należą do najtrudniejszych zagadnień w dynamice maszyn wirnikowych i z reguły charakteryzują się dużą rozbieżnością uzyskane rezultaty należy uznać za satysfakcjonujące.

Otrzymany model konstrukcji podpierającej otwiera nowe możliwości badawcze w zakresie symulacji komputerowych. Może być także wykorzystany do pozyskania relacji diagnostycznych w ramach diagnostyki według modelu, gdyż umożliwia wprowadzanie różnej klasy defektów a następnie, drogą symulacji komputerowej pozyskanie ich symptomów [3, 5, 6].

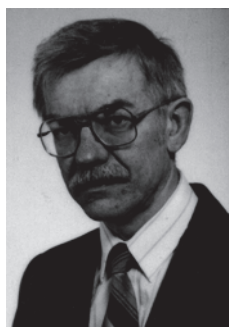
Kolejne zamierzenia badawcze, dotyczące wykorzystania prezentowanego modelu, związane będą z uzupełnieniem modelu konstrukcji podpierającej o trójwymiarowy model wirnika. Tak opracowany, pełny model maszyny wirnikowej umożliwi jej dalszą, wszechstronną analizę. Wyniki tych prac będą tematem kolejnych publikacji.

LITERATURA

- [1] ABAQUS Analysis User's Manual, Volume II, III, IV, V. Version 6.5. ABAQUS, Inc. 2004.
- [2] Batko W., Dąbrowski Z., Engel Z., Kiciński J., Weyna S.: *Nowoczesne metody badania procesów wibroakustycznych*. Biblioteka Problemów Eksploatacji, Radom 2005.
- [3] Cholewa W., Kiciński J. (Red.): *Diagnostyka techniczna. Odwrotne modele diagnostyczne*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.
- [4] Giergiel J., Uhl T.: *Identyfikacja układów mechanicznych*. PWN, Warszawa 1990.
- [5] Kiciński J., (Red.) i in.: *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbospołach energetycznych*. Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk 2005.
- [6] Kiciński J.: *Dynamika wirników i łożysk ślizgowych*. Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk 2005.
- [7] Kruszewski J. (Red.) i in.: *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji*. Arkady, Warszawa 1984.
- [8] Lipiński J.: *Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny*. Arkady, Warszawa 1975
- [9] Niziński S., Michalski R.: *Diagnostyka obiektów technicznych*. Biblioteka Problemów Eksploatacji, Warszawa - Sulejówek - Olsztyn - Radom 2002.
- [10] Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2005.
- [11] Rybczyński J.: *Doświadczalne charakterystyki podatnościowe jako dane do wyznaczenia parametrów modalnych korpusu maszyny*. Materiały z VI Szkoły Analizy Modalnej. Red. Uhl T., Kraków 2001, s. 219-226.
- [12] Rybczyński J.: *Stanowisko do badania dynamiki wirników i łożysk ślizgowych*. Zeszyt Naukowy IMP PAN, nr 429/1394/94.
- [13] Rządowski R., Sokołowski J., Banaszek S.: *Drgania własne układu rama-wał wirnikowy. Zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych*. Red. Uhl T., Kraków 2003, s. 239-248.
- [14] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. WNT, Warszawa 1997.
- [15] Zienkiewicz O. C.: *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1972.
- [16] Żywica G., Łuczak M.: *Opracowanie modelu MES konstrukcji podpierającej wirnik Stanowiska Badawczego Dynamiki Wirników i Łożysk*. Opracowanie wewnętrzne IMP PAN nr arch. 6277/06.



Mgr inż. **Grzegorz ŻYWICA** (ur. 1980r.) - ukończył studia na Wydziale Nauk Technicznych Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie na kierunku Mechanika i Budowa Maszyn (spec. Inżynierskie Zastosowanie Komputerów). Posiada doświadczenie w przemyśle jako konstruktor urządzeń ciśnieniowych. Od 2005 r. pracuje w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN na stanowisku asystenta w Zakładzie Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych. Zajmuje się głównie zagadnieniami modelowania i symulacji maszyn wirnikowych przy wykorzystaniu Metody Elementów Skończonych.



Dr inż. **Józef RYBCZYŃSKI** Absolwent Politechniki Gdańskiej, Wydziału Budowy Maszyn, specjalność Maszyny Ciepłne Wirnikowe. Od 1972 r. zatrudniony w Instytucie Maszyn Przepływowych im. Roberta Szewalskiego, Polskiej Akademii Nauk w Gdańsku. Doktor nauk technicznych, adiunkt w Zakładzie Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych Ośrodka Mechaniki Maszyn. Obszar zainteresowania: dynamika wirników podpartych w łożyskach ślizgowych, łożyskowanie, diagnostyka maszyn, badania doświadczalne drgań wirników i elementów maszyn, techniki pomiarowe, programowanie techniczne, obliczenia numeryczne.