

Piotr FOŁĘGA

Politechnika Śląska, Gliwice

ANALIZA NAPRĘŻEŃ W KOŁACH ZĘBATYCH WYZNACZONYCH METODĄ ELEMENTÓW BRZEGOWYCH

Słowa kluczowe

Koła zębate, zużycie ściernie zębów, stan naprężenia, karb, metoda elementów brzegowych.

Streszczenie

W artykule przeprowadzono analizę wpływu zużycia ściernego zębów na wartości naprężeń w ich stopach oraz karbie spowodowanym zachodzącym zużyciem. W obliczeniach wytrzymałościowych zębów kół zewnętrznie uzębionych wykorzystano metodę elementów brzegowych (MEB).

Wprowadzenie

W czasie eksploatacji przekładni zębatych, poza przypadkami uszkodzeń doraźnych spowodowanymi przekroczeniem granicznych naprężeń, można najczęściej spotkać następujące rodzaje zużycia eksploatacyjnego zębów kół: zmęczeniowe pęknięcie, pitting, zatarcie, zużycie adhezyjne lub ściernie warstwy wierzchniej zębów. Uszkodzenie zębów w wyniku zużycia ściernego, ze względu na występowanie w określonych warunkach nie jest przedmiotem tak dużej liczby badań i opracowań jak pozostałe wymienione rodzaje uszkodzeń zębów kół. W przypadku przekładni zębatych problem zużycia ściernego dotyczy przede wszystkim przekładni, w których dochodzi do zanieczyszczenia czynnika smarującego. Najczęściej są to przekładnie wykorzystywane w górnictwie, bu-

downictwie, rolnictwie oraz motoryzacji. Zanieczyszczenia czynnika smarującego tych przekładni mogą być spowodowane zużyciem innych elementów przekładni (np. łożysk) lub wpływem otoczenia w jakim przekładnia pracuje (pył, piasek).

W pracy przeprowadzono analizę stanu naprężenia zębów kół z wykorzystaniem metody elementów brzegowych (MEB) [1, 2]. Rozważono przypadek zużycia zębów w wyniku ich współpracy, a w szczególności przeprowadzono analizę wpływu wartości współczynnika przesunięcia zarysu na wartości naprężeń występujących w stopie zęba po jego rozciąganej stronie. Zakres pracy obejmuje zęby kół zewnętrznie uzębionych.

1. Zużycie ściernie zębów kół

W przypadku zębów kół zużycie ściernie zębów definiowane jest jako ubytek materiału współpracujących boków zębów spowodowany procesami tarcia między zębami oraz udziałem obcych ciał o własnościach ściernych. W czasie konstruowania kół zębatych duże znaczenie mają informacje na temat procesów zużycia lub uszkodzeń kół zębatych. Są one podstawą wprowadzania zmian w metodach obliczeń i projektowania kół zębatych. Dlatego ciekawym problemem związanym z eksploatacją kół zębatych w przekładniach jest wpływ zachodzącego zużycia na występujące naprężenia w stopie zęba. Na podstawie doświadczeń eksploatacyjnych można stwierdzić, że zużycie ściernie zębów prowadzi do wystąpienia karbu w skrajnym punkcie przyporu położonym na stopie zęba [3]. Wzrost wartości naprężeń w karbie w wyniku zachodzącego tam zużycia w znacznym stopniu odciąża stopę zęba, powodując w niej stopniowy spadek naprężeń ze wzrostem wartości zużycia.

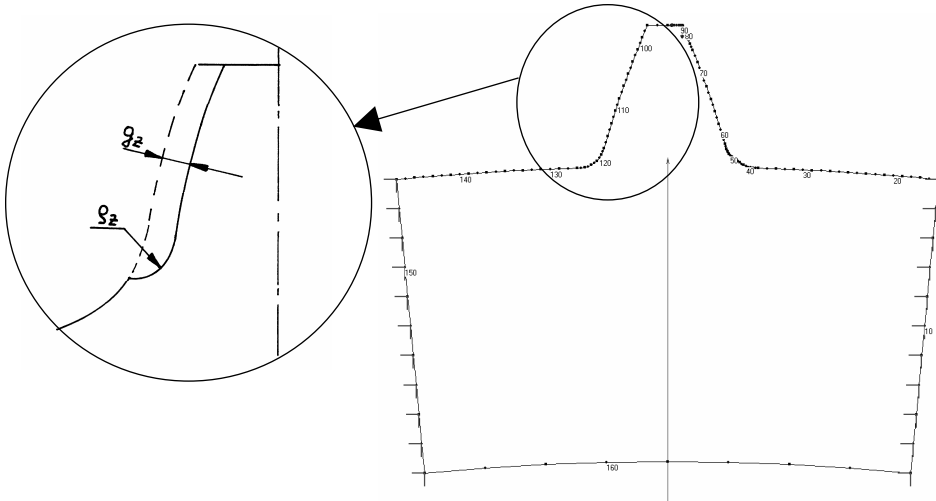
W praktyce konstrukcyjnej do wyznaczania naprężeń w podstawie zęba stosuje się obecnie metody zalecane przez normy. Jednakże dla uściślenia obliczeń wytrzymałościowych celowe jest stosowanie dokładnych metod wyznaczania naprężeń, takich jak MES lub MEB. Umożliwiają one analizę wpływu cech geometrycznych kół zębatych oraz parametrów zarysu odniesienia na wartości naprężeń.

W obliczeniach numerycznych z wykorzystaniem MEB zastosowano oprogramowanie własne, które powstało na Wydziale Transportu Politechniki Śląskiej [2]. Stworzone aplikacje pozwalają na:

- wyznaczenie dokładnego zarysu zęba koła zewnętrznie lub wewnętrznie uzębionego w zależności od przyjętych cech geometrycznych kół zębatych i parametrów zarysu odniesienia,
- wyznaczenie dokładnego zarysu zęba koła zewnętrznie uzębionego z uwzględnieniem naturalnego procesu zużywania się zębów w wyniku ich współpracy,
- obliczenia wartości i rozkładu naprężeń w stopie zęba z wykorzystaniem MEB.

Wykonane w pracy obliczenia dotyczą zębów stalowych obciążonych jednostkową siłą skupioną w górnej części zarysu oraz podpartych w sposób przed-

stawiony na rysunku 1. Analizowane w obliczeniach parametry zużycia: głębokość g_z oraz promień ρ_z pokazano na powiększeniu na rysunku 1.

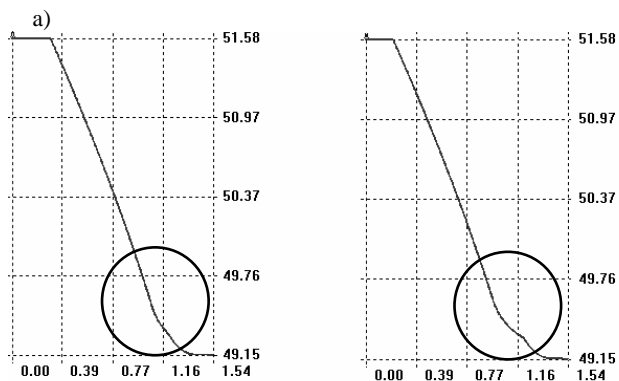


Rys. 1. Przyjęty w obliczeniach numerycznych sposób obciążenia i podparcia zęba

Wszystkie wymiary zębów oraz parametry zużycia zostały odniesione do modułu, co pozwoliło uzyskać parametry geometryczne zarysu zęba i zużycia oraz wyniki obliczeń w wielkościach bezwymiarowych. W obliczeniach rozpatrywano wyodrębniony z koła zębatego pojedynczy ząb pomijając wpływ sąsiednich zębów.

W opracowanym modelu numerycznym jego dyskretyzacji dokonano przy pomocy liniowych elementów brzegowych z kwadratową funkcją kształtu.

Przykładowe zarysy boczne zębów dla różnych głębokości zużycia wygenerowane w generatorze zarysu przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Przykładowe zarysy boczne zębów dla różnych głębokości zużycia: a) $g_z/m = 0,04$, b) $g_z/m = 0,12$

3. Wpływ zużycia zębów na wartości naprężeń w ich stopach

W pracy [4] przeprowadzono wstępne obliczenia dla kół zębatach o następujących parametrach: $z = 31$, $x = 0,5$ oraz $z = 31$, $x = -0,5$, wykonanych, za pomocą zarysu odniesienia o następujących parametrach: kąt zarysu $\alpha_{on} = 20^\circ$, wysokość głowy narzędzia $h_{ao} = 1,25$, promień zaokrąglenia głowy narzędzia $\rho_{ao} = 0,38$.

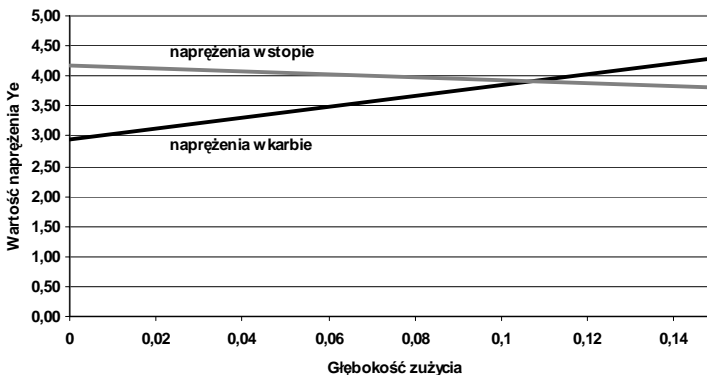
Wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach jako zależność naprężeń w stopie zęba oraz naprężeń w karbie w funkcji głębokości zużycia (rys. 3 i 4). Naprężenia podano w jednostkach bezwymiarowych:

$$Y_e = \sigma_{\max} \cdot \frac{b \cdot m}{F_{bn}} \quad (1)$$

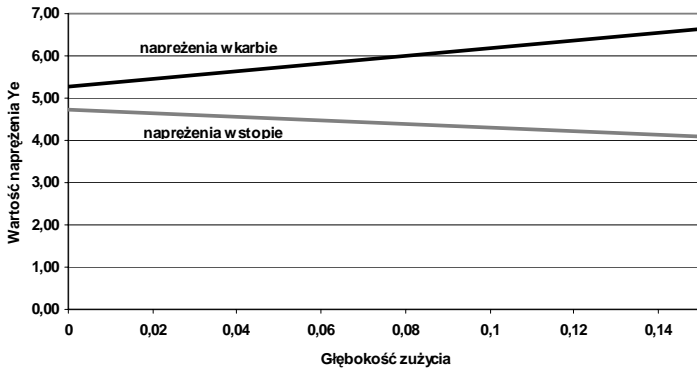
gdzie: σ_{\max} – maksymalna wartość naprężenia na brzegu zęba,
 b – szerokość koła zębatego,
 m – moduł zęba,
 F_{bn} – wartość siły międzyzębnej.

Na podstawie otrzymanych wartości naprężeń stwierdzono następujące prawidłowości dotyczące procesu zużycia kół zewnętrznie uzębionych:

1. Ze wzrostem zużycia można zaobserwować spadek wartości naprężeń w stopie zęba, przy jednoczesnym wzroście naprężeń w karbie spowodowanym zużyciem. Przyczyną tego jest odciążenie stopy zęba przez powstający w wyniku zużycia karb.
2. W określonych przypadkach (rys. 3) karb spowodowany zużyciem zęba spełnia rolę karbu odciążającego, zwiększając wytrzymałość podstawy zęba na złamanie.
3. W przypadku przedstawionym na rysunku 4 naprężenia w karbie spowodowane zużyciem są większe od naprężeń w stopie i rosną w miarę zużycia. O wytrzymałości zęba decydują w tym przypadku naprężenia w karbie.



Rys. 3. Zależność naprężeń w funkcji głębokości zużycia dla $z = 31$, $x = 0,5$



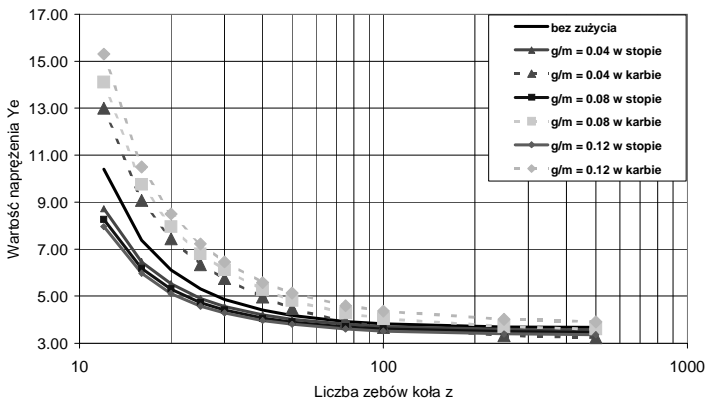
Rys. 4. Zależność naprężeń w funkcji głębokości zużycia dla $z = 31$, $x = -0,5$

Analizując uzyskane wyniki obliczeń można stwierdzić, że istotnym czynnikiem mającym wpływ na zmiany wartości naprężeń w stopie oraz karbie spowodowanym zużyciem jest wartość współczynnika przesunięcia zarysu.

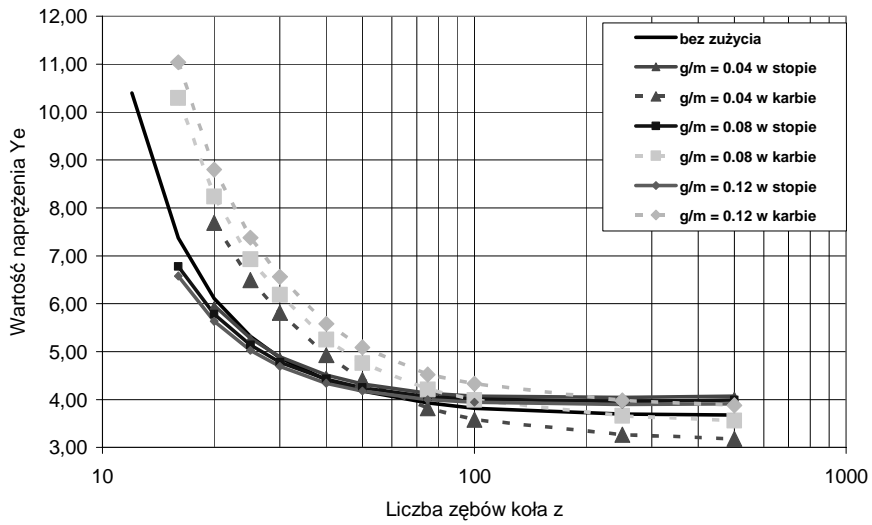
Dlatego celowe jest opracowanie zbiorczych wykresów przedstawiających zmiany naprężeń w stopie zęba i karbie spowodowanym zużyciem w funkcji liczby zębów koła przy założeniu różnych wartości współczynnika przesunięcia zarysu.

Obliczenia dotyczące wpływu liczby zębów na naprężenia występujące w stopie i karbie przeprowadzono przyjmując następujące cechy konstrukcyjne zarysu odniesienia: $\alpha_{on} = 20^\circ$, $h_{a0} = 1,25$, $\rho_{a0} = 0,38$ oraz $\rho_{a0} = 0,25$. Założono wartości liczby zębów $z = 10 \div 500$ oraz trzy wartości współczynnika przesunięcia zarysu $x = (-0,5, 0, 0,5)$. Obliczenia zostały wykonane dla zęba niezutytego oraz dla trzech wartości głębokości zużycia $g_z/m = (0,04, 0,08, 0,12)$ i promienia zużycia $\rho_z/m = 0,5$ przyjętych na podstawie badań doświadczalnych [3].

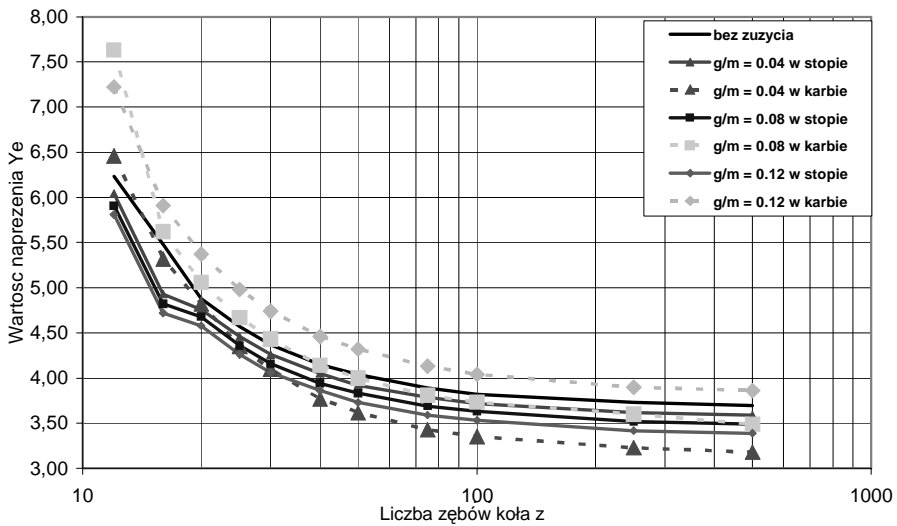
Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach od 5 do 8.



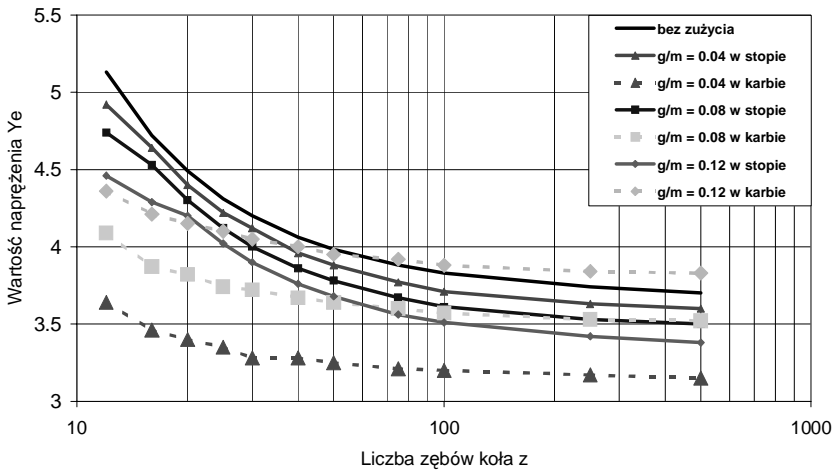
Rys. 5. Zależność naprężeń w funkcji liczby zębów koła dla $x = -0,5$, $\rho_z/m = 0,5$ oraz $\alpha_{on} = 20^\circ$, $h_{a0} = 1,25$, $\rho_{a0} = 0,38$



Rys. 6. Zależność naprężeń w funkcji liczby zębów koła dla $x = -0,5$, $\rho_z/m = 0,5$ oraz $\alpha_{on} = 20^\circ$, $h_{a0} = 1,25$, $\rho_{a0} = 0,25$



Rys. 7. Zależność naprężeń w funkcji liczby zębów koła dla $x = 0$, $\rho_z/m = 0,5$ oraz $\alpha_{on} = 20^\circ$, $h_{a0} = 1,25$, $\rho_{a0} = 0,38$



Rys. 8. Zależność naprężeń w funkcji liczby zębów koła dla $x = 0,5$, $\rho_z/m = 0,5$ oraz $\alpha_{on} = 20^\circ$, $h_{ao} = 1,25$, $\rho_{ao} = 0,38$

Podsumowanie

Analizując uzyskane wyniki obliczeń przedstawione na rysunku 5 można stwierdzić niekorzystny wpływ ujemnej wartości współczynnika przesunięcia zarysu na wartości naprężeń. W całym analizowanym zakresie liczb zębów koła naprężenia spowodowane zużyciem zębów w karbie są większe od naprężeń w stopie zęba. O wytrzymałości stopy zęba na złamanie decydują w tym przypadku naprężenia w karbie spowodowanym zużyciem.

Zastosowanie współczynnika przesunięcia zarysu o wartości dodatniej (rys. 8) lub brak korekcji (rys. 7) powoduje, że przy zachodzącym procesie zużycia ściernego zęba występują przypadki pozytywnego wpływu karbu, który spełnia wówczas rolę karbu odciążającego. Analizując wyniki pokazane na rysunku 8 można stwierdzić, że dla małych wartości głębokości zużycia ($g_z/m < 0,08$) w całym zakresie analizowanych liczb zębów koła naprężenia w karbie są niższe od naprężeń w stopie zęba. Wzrost stopnia zużycia powoduje spadek wartości naprężeń w stopie zęba, przy jednoczesnym wzroście naprężeń w karbie. W tym przypadku karb spowodowany zużyciem zęba spełnia rolę karbu odciążającego, zwiększając wytrzymałość podstawy zęba na złamanie.

Analizując wpływ wartości promienia zaokrąglenia głowy narzędzia (rys. 5 i 6) można stwierdzić, że niższa wartość ρ_{ao} powoduje w całym zakresie analizowanych liczb zębów wzrost wartości naprężeń w stopie zęba przy ich jednoczesnym obniżeniu w karbie.

Przedstawione w pracy wykresy zbiorcze wyników obliczeń mogą stanowić wytyczne do konstruowania kół o uzębieniu zewnętrznym.

Bibliografia

1. Brebbia C.A., Dominquez J.: Boundary Elements - An Introductory Course, Computational Mechanics Publications , Southampton and Boston 1989.
2. Wilk A., Matyja T., Fołęga P.: Analiza wpływu cech konstrukcyjnych koła wewnętrznie uzębionego i narzędzia na naprężenia w podstawie zęba, ZN Pol. Śl. s. Transport , z. 28, Gliwice 1996.
3. Wilk A., Kowal A.: Wpływ zużycia na naprężenia w stopie zęba, Szybko-
bieżne pojazdy gąsienicowe, Biuletyn NT OBR OBRUM, nr 7, Gliwice 1995.
4. Wilk A., Fołęga P.: Wyznaczanie wytrzymałości podstawy zębów kół napę-
dów zębatych, ZN Pol. Śl., s. Transport, z. 29, Gliwice 1997.

Recenzent:

Włodzimierz WALIGÓRA

Analysis of stress of the gear wheels with boundary elements method

Summary

Application of the Boundary Element Method in numerical analysis of the strength of the wheel gears has been presented in the paper. The analysis of influence of wear of teeth on values of stresses in their bases has been presented too. The obtained calculation results shown in the form of graphs facilitate the optimal choice of selected design and process features of the toothing.