ANALIZA BEZPIECZEŃSTWA SYSTEMÓW WIELOSTANOWYCH W ZMIENNYCH WARUNKACH EKSPLOATACJI

Joanna SOSZYŃSKA
Akademia Morska w Gdyni
81-225 Gdynia, Morska 81-87, e-mail: joannas@am.gdynia.pl

Streszczenie

W artykule zaproponowano wielostanowe podejście do oceny bezpieczeństwa systemów oraz zastosowane są procesy sami-markova do modelowania ich procesu eksploatacji. Zdefiniowano funkcję bezpieczeństwa systemu i funkcja ryzyka systemu. Zaproponowano również podejście do rozwiązania bardzo ważnego, praktycznego problemu powiązania bezpieczeństwa systemów z ich procesami eksploatacji. Zastosowanie proponowanej metody zostało przedstawione na przykładzie oceny bezpieczeństwa portowego systemu transportu paliwa.

Słowa kluczowe: bezpieczeństwo systemów, systemy wielostanowe, diagnostyka, transport rurociągowy.

MULTI-STATE SYSTEM SAFETY ANALYSIS IN CHANGING OPERATION CONDITIONS

Summary

A multi-state approach to estimation of the systems' safety is proposed and a semi-markov processes for their operation modelling are applied. A system safety function and a system risk function are defined. The paper offers an approach to the solution of a practically very important problem of linking the systems' safety and their operation processes. Application of the proposed method is illustrated in the safety evaluation of the port oil transportation system.

Keywords: system safety, multi-state systems, diagnostics, piping transport.

1. WPROWADZENIE

Z uwagi na bezpieczeństwo oraz efektywność eksploatacji systemów podczas analizy ich bezpieczeństwa wskazanym jest odejście od modelu dwustanowego ich bezpieczeństwa. Przyjęcie założenia, że są one wielostanowymi systemami starzejącymi się z powodu pogarszających się w czasie stanów technicznych ich elementów jest podstawą do bardziej dokładnej analizy ich procesu eksploatacji. Założenie to pozwala na wyróżnienie progowego stanu krytycznego systemu, którego przekroczenie jest niebezpieczne dla otoczenia lub też nie zapewnia odpowiedniego poziomu efektywności eksploatacji tego systemu. Wtedy podstawową charakterystyką bezpieczeństwa systemu staje się rozkład czasu do przekroczenia stanu progowego zwany funkcją ryzyka systemu. Rozkład ten jest ściśle wyznaczony przez wielostanową funkcję bezpieczeństwa systemu. Modelowanie skomplikowanych procesów eksploatacji systemów jest trudne przede wszystkim z powodu dużej liczby stanów eksploatacyjnych, z powodu często spotykanej niemożności precyzyjnego ich zdefiniowania oraz z powodu niemożności dokładnego opisu zmian pomiędzy tymi stanami. Dobrym podejściem do modelowania tych skomplikowanych procesów wydaje się być opis ich za pomocą procesów semi-markowskich. Połączenie modelowania bezpieczeństwa systemów wielostanowych z modelem semi-markowskim procesów eksploatacji tych systemów jest podstawowym zadaniem badawczym niniejszej pracy.

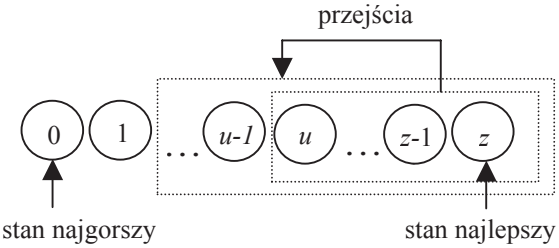
2. POJĘCIA PODSTAWOWE

W celu wprowadzenia wielostanowego podejścia do analizy bezpieczeństwa systemów przyjmujemy, że ([2], [3], [4]):

- E_{ij}, $i = 1,2,...,k_n$, $j = 1,2,...,l_i$, są elementami systemu,
- wszystkie rozważane elementy oraz system mają zbiór stanów bezpieczeństwa $\{0,1,...,z\}$, $z \geq 1$,
- stany są uporządkowane, 0 jest stanem najgorszym natomiast stan z jest najlepszym,
- $T_{ij}(u)$ są niezależnymi zmiennymi losowymi reprezentującymi czasy przebywania elementów E_{ij} w podzbiorze stanów $\{u,u+1,...,z\}$, podczas gdy elementy te w chwili $t = 0$ znajdowały się w stanie z,
- $T(u)$ jest zmienną losową reprezentującą czas przebywania systemu w podzbiorze stanów $\{u,u+1,...,z\}$, podczas gdy w chwili $t = 0$ system ten znajdował w stanie z,
- stany bezpieczeństwa systemu oraz elementów pogarszają się wraz z upływem czasu t,

- $E_{ij}(t)$ jest stanem elementu E_{ij} w chwili t, $t \in (-\infty,\infty)$, podczas gdy element ten w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie z,
- $S(t)$ jest stanem systemu w chwili t, $t \in (-\infty,\infty)$, podczas gdy system w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie z.

Powyższe założenia oznaczają, że stany bezpieczeństwa systemu oraz elementów mogą zmieniać się w czasie tylko od lepszych do gorszych. Sposób, w jaki zmieniają się stany elementów i systemu zilustrowany jest na rys. 1.



Rys. 1. Zmiany stanów bezpieczeństwa systemu

Definicja 1. Wektor:

$$s_{ij}(t,\cdot) = [s_{ij}(t,0), s_{ij}(t,1),..., s_{ij}(t,z)]$$

dla $t \in (-\infty,\infty)$, $i = 1,2,...,k_n$, $j = 1,2,...,l_i$, gdzie

$$s_{ij}(t,u) = P(E_{ij}(t) \geq u \mid E_{ij}(0) = z) = P(T_{ij}(u) > t) \quad (1)$$

dla $t \in (-\infty,\infty)$, $u = 0,1,...,z$, jest prawdopodobieństwem tego, że element E_{ij} w chwili t, $t \in (-\infty,\infty)$, znajduje się w jednym ze stanów podzbioru $\{u,u+1,...,z\}$, podczas gdy w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie z, nazywamy wielostanową funkcją bezpieczeństwa elementu E_{ij}.

Definicja 2. Wektor:

$$\boldsymbol{s}_n(t,\cdot) = [\boldsymbol{s}_n(t,0), \boldsymbol{s}_n(t,1),..., \boldsymbol{s}_n(t,z)],\ t \in (-\infty,\infty),$$

gdzie:

$$\boldsymbol{s}_n(t,u) = P(S(t) \geq u \mid S(0) = z) = P(T(u) > t) \quad (2)$$

dla $t \in (-\infty,\infty)$, $u = 0,1,...,z$,

jest prawdopodobieństwem tego, że system w chwili t, $t \in (-\infty,\infty)$, znajduje się w podzbiorze stanów $\{u,u+1,...,z\}$, podczas gdy w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie z, nazywamy wielostanową funkcją bezpieczeństwa systemu.

Definicja 3. Prawdopodobieństwo:

$$\boldsymbol{r}(t) = P(S(t) < r \mid S(0) = z) = P(T(r) \leq t),\ t \in (-\infty,\infty),$$

tego, że system w chwili t znajduje się w podzbiorze stanów bezpieczeństwa gorszych niż stan krytyczny r, $r \in \{1,...,z\}$, podczas gdy w chwili $t = 0$ znajdował się w stanie z, nazywamy funkcją ryzyka systemu lub krótko ryzykiem.

Przy tej definicji, uwzględniając (2), mamy:

$$\boldsymbol{r}(t) = 1 - P(S(t) \geq r \mid S(0) = z) = 1 - \boldsymbol{s}_n(t,r) \quad (3)$$

dla $t \in (-\infty,\infty)$.

Ponadto, jeśli τ jest chwilą, w której ryzyko przekroczy pewien dopuszczalny poziom δ, $\delta \in \langle 0,1 \rangle$, to

$$\tau = \boldsymbol{r}^{-1}(\delta), \quad (4)$$

gdzie $\boldsymbol{r}^{-1}(t)$, jeśli istnieje, jest funkcją odwrotną funkcji ryzyka $\boldsymbol{r}(t)$.

2. BEZPIECZEŃSTWO SYSTEMU SZEREGOWO-PROGOWEGO

Definicja 4. System wielostanowy nazywamy szeregowo-progowym „m z k_n", $m \leq k_n$, jeśli jego czas $T(u)$ przebywania w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u,u+1,...,z\}$ określony jest wzorem:

$$T(u) = T_{(k_n-m+1)}(u),\ u = 1,2,...,z,$$

gdzie $T_{(k_n-m+1)}(u)$ jest m-tą statystyką maksymalną w zbiorze zmiennych losowych:

$$T_i(u) = \min_{1 \leq j \leq l_i} \{T_{ij}(u)\},\ i = 1,2,...,k_n,\ u = 1,2,...,z.$$

Powyższa definicja oznacza, że wielostanowy system szeregowo-progowy znajduje się w podzbiorze stanów $\{u,u+1,...,z\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej m z jego k_n podsystemów szeregowych znajduje się w tym podzbiorze stanów. Można uzasadnić następujący fakt. System wielostanowy szeregowo-progowy jest systemem wielostanowym szeregowym, gdy $m = k_n = 1$, natomiast jest systemem wielostanowym szeregowo-równoległym, gdy $m = 1$, $k_n > 1$.

Wniosek 1. Funkcja bezpieczeństwa wielostanowego systemu szeregowo-progowego określona jest wzorem

$$\boldsymbol{s}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,\cdot) = [1, \boldsymbol{s}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,1), ..., \boldsymbol{s}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,z)],$$

gdzie:

$$\boldsymbol{s}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,u) =$$

$$1 - \sum_{\substack{r_1,r_2,...,r_{k_n}=0 \\ r_1+r_2+...+r_{k_n} \leq m-1}}^{1} \prod_{i=1}^{k_n} [\prod_{j=1}^{l_i} s_{ij}(t,u)]^{r_i} [1 - \prod_{j=1}^{l_i} s_{ij}(t,u)]^{1-r_i},$$

$$t \in (-\infty,\infty),\ u = 1,2,...,z,$$

lub wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,\cdot)=[1,\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,1),\ ...,\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,z)],$$

gdzie:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(m)}_{k_n,l_1,l_2,...,l_{k_n}}(t,u)=$$

$$\sum_{\substack{r_1,r_2,...,r_{k_n}=0\\ r_1+r_2+...+r_{k_n}\le k_n-m}}^{1}\ \prod_{i=1}^{k_n}[1-\prod_{j=1}^{l_i}s_{ij}(t,u)]^{r_i}[\prod_{j=1}^{l_i}s_{ij}(t,u)]^{1-r_i},$$

$$t\in(-\infty,\infty),\ \ u=1,2,...,z.$$

Definicja 5. Wielostanowy system szeregowo-progowy „*m* z k_n" nazywamy regularnym jeśli:

$$l_1=l_2=\ldots=l_{k_n}=l_n,\ l_n\in N.$$

Definicja 6. Wielostanowy regularny system szeregowo-progowy „*m* z k_n" nazywamy niejednorodnym, jeśli składa się z podsystemów szeregowych a typów, $1\le a\le k_n$, $k_n\in N$, oraz frakcja podsystemów szeregowych $i-$tego typu w systemie jest równa q_i, gdzie $q_i>0$, $\sum_{i=1}^{a}q_i=1$. Ponadto podsystem szeregowy *i*-tego typu składa się z elementów e_i typów, $1\le e_i\le l_n$, $l_n\in N$, o składowych wielostanowej funkcji bezpieczeństwa:

$$s^{(i,j)}(t,u)=1-F^{(i,j)}(t,u),\ \ j=1,2,...,e_i,$$
$$u=1,2,...,z,$$

oraz frakcja elementów *j*-tego typu w tym podsystemie jest równa p_{ij}, gdzie $p_{ij}>0$ oraz $\sum_{j=1}^{e_i}p_{ij}=1$.

Wniosek 2. Funkcja bezpieczeństwa niejednorodnego wielostanowego systemu szeregowo-progowego „*m* z k_n" określona jest wzorem:

$$\boldsymbol{s}'^{\cdot(m)}_{k_nl_n}(t,\cdot)=[1,\ \boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,1),\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,2),...,\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,z)],$$

gdzie:

$$\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)$$
$$=1-\sum_{\substack{r_1+...+r_a=0\\ 0\le r_i\le q_ik_n}}^{m-1}\ \prod_{i=1}^{a}\binom{q_ik_n}{r_i}[s^{(i)}(t,u)]^{l_nr_i}[1-(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{q_ik_n-r_i},$$
$$t\in(-\infty,\infty),$$

lub wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}'^{\cdot(m)}_{k_nl_n}(t,\cdot)=[1,\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,1),\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,2),...,\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,z)],$$

gdzie:

$$\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)$$
$$=\sum_{\substack{r_1+...+r_a=0\\ 0\le r_i\le q_ik_n}}^{k_n-m}\ \prod_{i=1}^{a}\binom{q_ik_n}{r_i}[1-(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{r_i}[(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{(q_ik_n-r_i)},$$

$$t\in(-\infty,\infty),$$

przy czym:

$$s^{(i)}(t,u)=\prod_{j=1}^{e_i}[s^{(i,j)}(t,u)]^{p_{ij}}\ \ ,\ i=1,2,...,a,$$
$$u=1,2,...,z.$$

Wniosek 3. Jeśli elementy niejednorodnego wielostanowego systemu szeregowo-progowego mają wykładniczą funkcję bezpieczeństwa, tzn., gdy:

$$s^{ij}(t,\cdot)=[1,\ s^{ij}(t,1),...,\ s^{ij}(t,z)],$$

gdzie:

$$s^{ij}(t,u)=1,\ t<0,$$

$$s^{ij}(t,u)=\exp[-\lambda_{ij}(u)t],\ t\ge0,\ \ \lambda_{ij}(u)>0$$

dla $u=1,2,...,z,\ i=1,2,...,a,\ j=1,2,...,e_i$,

to jego funkcja bezpieczeństwa określona jest wzorem

$$\boldsymbol{s}'^{\cdot(m)}_{k_nl_n}(t,\cdot)=[1,\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,1),\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,2),...,\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,z)],$$

gdzie:

$$\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)=1\ \ \text{dla}\ \ t<0,$$

$$\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)$$
$$=1-\sum_{\substack{r_1+...+r_a=0\\ 0\le r_i\le q_ik_n}}^{m-1}\ \prod_{i=1}^{a}\binom{q_ik_n}{r_i}[(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{r_i}[1-(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{(q_ik_n-r_i)}$$

dla $t\ge0$,

lub

$$\bar{\boldsymbol{s}}'^{\cdot(m)}_{k_nl_n}(t,\cdot)=[1,\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,1),\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,2),...,\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,z)],$$

gdzie:

$$\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)=1\ \ \text{dla}\ \ t<0,$$

$$\bar{s}'^{(m)}_{k_n l_n}(t,u) = \sum_{\substack{r_1+\ldots+r_a=0 \\ 0\le r_i\le q_i k_n}}^{k_n-m} \prod_{i=1}^{a} \binom{q_i k_n}{r_i} [1-(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{r_i} [(s^{(i)}(t,u))^{l_n}]^{(q_i k_n - r_i)}$$

dla $t \ge 0$,

przy czym:

$$s^{(i)}(t,u) = \prod_{j=1}^{e_i} [\exp[-p_{ij}\lambda_{ij}(u)t]], \; i = 1,2,...,a,$$

$u = 1,2,...,z$.

3. BEZPIECZEŃSTWO SYSTEMU SZEREGOWO-PROGOWEGO W ZMIENNYCH WARUNKACH EKSPLOATACYJNYCH

Zakładamy, że system podczas eksploatacji przyjmuje v, $v \in N$ różnych stanów eksploatacyjnych. Stąd możemy zdefiniować proces eksploatacji systemu $Z(t)$, $t \in <0,\infty)$, z dyskretnymi stanami ze zbioru stanów:

$$Z = \{z_1, z_2, ..., z_v\}.$$

Przyjmujemy semi-markowski model ([1]) procesu eksploatacji systemu $Z(t)$ oznaczmy przez θ_{bl} jego losowe warunkowe czasy przebywania w stanie eksploatacyjnym z_b przy warunku, że następne przejście nastąpi do stanu eksploatacyjnego z_l, b, l = 1,2,...,v, $b \neq l$. Wtedy proces ten można opisać przez:

- macierz prawdopodobieństw przejść pomiędzy tymi stanami $[p_{bl}]_{v \times v}$, gdzie $p_{bb} = 0$ dla $b = 1,2,...,v$,
- macierz $[H_{bl}(t)]_{v \times v}$ warunkowych dystrybuant czasów θ_{bl} przebywania procesu $Z(t)$ w stanie eksploatacyjnym z_b przy warunku, że następne przejście nastąpi do stanu eksploatacyjnego z_l, b, l = 1,2,...,v, $b \neq l$, gdzie $H_{bl}(t) = P(\theta_{bl} < t)$ dla $b, l = 1,2,...,v$, $b \neq l$, i $H(t) = 0$ dla $b = 1,2,...,v$.

Przy tych założeniach, wartości oczekiwane $E[\theta_{bl}]$ określone są wzorem:

$$M_{bl} = E[\theta_{bl}] = \int_0^\infty t dH_{bl}(t), \;\; b, l = 1,2,...,v, \;\; b \neq l. \quad (5)$$

Bezwarunkowe dystrybuanty czasów θ_b przebywania procesu $Z(t)$ w stanie eksploatacyjnym z_b, b = 1,2,...,v, określone są wzorem:

$$H_b(t) = \sum_{l=1}^{v} p_{bl} H_{bl}(t), \;\; b = 1,2,...,v,$$

natomiast wartości oczekiwane $E[\theta_b]$ zmiennych θ_b określone są odpowiednio:

$$M_b = E[\theta_b] = \sum_{l=1}^{v} p_{bl} M_{bl}, \; b = 1,2,...,v,$$

gdzie M_{bl} są określone przez (5).

Graniczne wartości prawdopodobieństw chwilowych w poszczególnych stanach eksploatacyjnych:

$$p_b(t) = P(Z(t) = z_b), \; t \in <0,+\infty), \;\; b = 1,2,...,v,$$

są określone przez

$$p_b = \lim_{t\to\infty} p_b(t) = \frac{\pi_b M_b}{\sum_{l=1}^{v} \pi_l M_l}, \;\; b = 1,2,...,v, \quad (6)$$

gdzie prawdopodobieństwa π_b występujące we wzorze (6) spełniają układ równań:

$$\begin{cases} [\pi_b] = [\pi_b][p_{bl}] \\ \sum_{l=1}^{v} \pi_l = 1 \end{cases},$$

gdzie

$$[\pi_b] = [\pi_1, \pi_2, ..., \pi_v].$$

Zakładamy, że zmiany stanów procesu eksploatacji $Z(t)$ powodują zmiany funkcji bezpieczeństwa elementów systemu E_{ij}. Ponadto zakładamy, że proces eksploatacji systemu ma wpływ na jego strukturę bezpieczeństwa.

Oznaczmy, więc warunkową funkcję bezpieczeństwa elementu E_{ij} systemu, podczas gdy system znajduje się w stanie eksploatacyjnym z_b, $b = 1,2,...,v$, przez:

$$[s^{(i,j)}(t,\cdot)]^{(b)} = [1, [s^{(i,j)}(t,1)]^{(b)}, ..., [s^{(i,j)}(t,z)]^{(b)}],$$

gdzie dla $t \in <0,\infty)$, $b = 1,2,...,v$, $u = 1,2,...,z$,

$$[s^{(i,j)}(t,u)]^{(b)} = P(T_{ij}^{(b)}(u) > t \,|\, Z(t) = z_b),$$

natomiast warunkową funkcję bezpieczeństwa systemu szeregowo-progowego „m z k_n"oznaczmy przez:

$$[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,\cdot)]^{(b)}=[1,[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,1)]^{(b)},...,[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,z)]^{(b)}$$

gdzie dla $t\in<0,\infty)$, $b=1,2,...,\nu$, $u=1,2,...,z$,

$$[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)]^{(b)}=P(T^{(b)}(u)>t\big|Z(t)=z_b),$$

$$=1-\sum_{\substack{r_1+...+r_a=0\\0\le r_i\le q_ik_n}}^{m-1}\prod_{i=1}^{a}\binom{q_ik_n}{r_i}[([s^{(i)}(t,u))]^{(b)^{l_n}}]^{r_i}[1-([s^{(i)}(t,u)]^{(b)})^{l_n}]^{(q_ik_n-r_i)}$$

lub przez:

$$[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,\cdot)]^{(b)}=[1,[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,1)]^{(b)},...,$$
$$[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,z)]^{(b)},$$

gdzie dla $t\in<0,\infty)$, $b=1,2,...,\nu$, $u=1,2,...,z$,

$$[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)]^{(b)}=P(T^{(b)}(u)>t\big|Z(t)=z_b)$$

$$=\sum_{\substack{r_1+...+r_a=0\\0\le r_i\le q_ik_n}}^{k_n-m}\prod_{i=1}^{a}\binom{q_ik_n}{r_i}[1-([s^{(i)}(t,u)]^{(b)})^{l_n}]^{r_i}[([s^{(i)}(t,u)]^{(b)})^{l_n}]^{(q_ik_n-r_i)}.$$

Funkcja bezpieczeństwa elementu $[s^{(i,j)}(t,\cdot)]^{(b)}$ jest warunkowym prawdopodobieństwem tego, że czas $T^{(b)}_{ij}(u)$ przebywania elementu E_{ij} systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u,u+1,...,z\}$ jest nie krótszy niż t, podczas gdy proces eksploatacji $Z(t)$ tego systemu znajduje się w stanie z_b. Podobnie funkcja bezpieczeństwa systemu $[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)]^{(b)}$ lub $[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)]^{(b)}$ jest warunkowym prawdopodobieństwem tego, że czas $T^{(b)}(u)$ przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u,u+1,...,z\}$ jest nie krótszy niż t, podczas gdy proces eksploatacji $Z(t)$ znajduje się w stanie z_b. W przypadku, gdy czas eksploatacji jest dostatecznie duży bezwarunkowa funkcja bezpieczeństwa systemu określona jest wzorem:

$$\boldsymbol{s}^{(m)}_{k_n,l_n}(t,\cdot)=[1,\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,1),...,\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,z)],$$

gdzie:

$$\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)=P(T(u)>t)$$

$$\cong\sum_{b=1}^{\nu}p_b[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)]^{(b)},\quad t\ge 0,\qquad(7)$$

lub

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(m)}_{k_n,l_n}(t,\cdot)=[1,\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,1),...,\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,z)],$$

gdzie

$$\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)=P(T(u)>t)$$

$$\cong\sum_{b=1}^{\nu}p_b[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_n,l_n}(t,u)]^{(b)},\quad t\ge 0,\qquad(8)$$

dla $u=1,2,...,z$, oraz $T(u)$ jest bezwarunkowym czasem przebywania systemu w podzbiorze stanów bezpieczeństwa $\{u,u+1,...,z\}$.

Wartości średnie i odchylenia standardowe czasu przebywania systemu szeregowo-progowego „m z k_n" w podzbiorach stanów wynoszą odpowiednio:

$$M(u)\cong\sum_{b=1}^{\nu}p_bM_b(u),\quad u=1,2,...,z,\qquad(9)$$

gdzie

$$M_b(u)=\int_0^{\infty}[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{\boldsymbol{k_n},l_n}]^{(b)}(t,u)dt,\qquad(10)$$

lub

$$M_b(u)=\int_0^{\infty}[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{\boldsymbol{k_n},l_n}]^{(b)}(t,u)dt,\qquad(11)$$

oraz

$$D[T^{(b)}(u)]=2\int_0^{\infty}t[\boldsymbol{s}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)]^{(b)}dt-E^2[T^{(b)}(u)],\qquad(12)$$

lub

$$D[T^{(b)}(u)]=2\int_0^{\infty}t[\bar{\boldsymbol{s}}'^{(m)}_{k_nl_n}(t,u)]^{(b)}dt-E^2[T^{(b)}(u)].\qquad(13)$$

Bezwarunkowe wartości średnie czasów przebywania systemu w poszczególnych stanach bezpieczeństwa określone są wzorami:

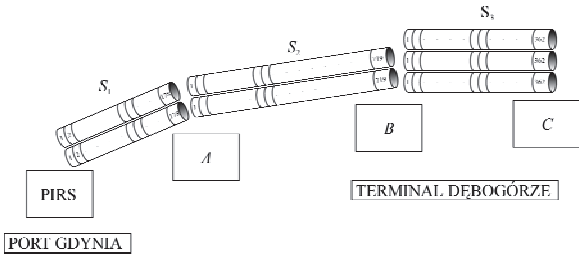
$$\overline{M}(u)=M(u)-M(u+1),\ u=1,2,...,z-1,$$

$$\overline{M}(z)=M(z).\qquad(14)$$

5. ZASTOSOWANIA

Baza Paliw Nr 21 w Dębogórzu jest zakładem przeznaczonym do odbioru ze statków, magazynowania i wysyłki drogą kolejową lub transportem samochodowym produktów naftowych (mediów), takich jak benzyna, olej napędowy oraz olej opałowy. Zadania te wykonują trzy części A, B i C Bazy, połączone rurociągowymi systemami transportowymi. Bezpośredni rozładunek tankowców odbywa się na pirsie rozładunkowym znajdującym się na falochronie Portu Gdynia. Pirs jest połączony z częścią A Bazy Paliw poprzez

podsystem transportowy S_1 dwóch nitek rurociągów. W części A Bazy Paliw znajduje się stacja podporowa wzmacniająca pompy tankowca i umożliwiająca dalszy transport produktu. Posiada ona agregaty pompowe służące do tłoczenia produktu podsystemem transportowym S_2 do części B Bazy Paliw. Podsystem transportowy S_2 stanowią dwie nitki rurociągów. Część B Bazy Paliw jest częścią magazynową, połączoną podsystemem transportowym S_3 z częścią C Bazy Paliw. Podsystem transportowy S_3 składa się z trzech nitek rurociągu. Część C Bazy Paliw przeznaczona jest do załadunku produktem cystern kolejowych oraz do ekspedycji pociągów do węzła kolejowego Gdynia Port i dalej w głąb kraju. Baza Paliw w Dębogórzu przeznaczona jest także do odbioru z wagonów kolejowych lub cystern samochodowych, magazynowania i załadunku na statki produktów naftowych, takich jak benzyna, olej napędowy lub opałowy. Schemat systemu przedstawiony jest na Rysunku 2.



Rys. 2. Schemat portowego systemu transportu paliwa

Biorąc pod uwagę opinie ekspertów w procesie eksploatacji $Z(t)$, $t \geq 0$, rozpatrywanego systemu zostało wyróżnionych 5 stanów eksploatacyjnych.

Stan eksploatacyjny 1 – transport dwóch rodzajów medium z części B (zbiorniki) do części C przy użyciu dwóch z trzech nitek rurociągu w części S_3,

Stan eksploatacyjny 2 – transport jednego rodzaju medium z części C, z wagonów kolejowych do części B przy użyciu jednej z trzech nitek rurociągu w części S_3,

Stan eksploatacyjny 3 – transport jednego rodzaju medium z części B przez część A do pirsu przy użyciu jednej z dwóch nitek rurociągu w części S_2 oraz jednej z dwóch nitek rurociągu w części S_1.

Stan eksploatacyjny 4 – transport dwóch rodzajów medium z Pirsu przez część A i część B do części C przy użyciu dwóch z dwóch nitek rurociągu w części S_1 i dwóch z dwóch nitek rurociągu w części S_2 oraz dwóch z trzech nitek rurociągu w części S_3,

Stan eksploatacyjny 5 – transport jednego rodzaju medium z Pirsu przez część A i część B do części C przy użyciu jednej z dwóch nitek rurociągu w części S_1 i jednej z dwóch nitek rurociągu w części S_2 oraz jednej z trzech nitek rurociągu w części S_3.

Na podstawie danych uzyskanych od ekspertów oszacowane zostały prawdopodobieństwa przejść pomiędzy stanami eksploatacyjnymi systemu, dane w poniższej macierzy ([2]):

$$[p_{bl}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0.89 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

natomiast wartości oczekiwane wynoszą odpowiednio:

$$M_1 = E[\theta_1] = 1 \cdot 0.0046 = 0.0046,$$
$$M_2 = E[\theta_2] = 1 \cdot 0.0064 = 0.0064,$$
$$M_3 = E[\theta_3] = 0.11 \cdot 0.0023 + 0.89 \cdot 0.0027 = 0.00266,$$
$$M_4 = E[\theta_4] = 0.5 \cdot 0.0009 + 0.5 \cdot 0.0009 = 0.0009,$$
$$M_5 = E[\theta_5] = 1 \cdot 0.1644 = 0.1644.$$

Z układu równań:

$$\begin{cases} [\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5] \\ = [\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0.89 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1 \end{cases}$$

otrzymujemy:

$$\pi_1 = \frac{1}{22}, \quad \pi_2 = \frac{9}{22}, \quad \pi_3 = \frac{9}{22}, \quad \pi_4 = \frac{2}{22},$$
$$\pi_5 = \frac{1}{22}.$$

Wtedy, niezbędne w dalszych rozważaniach, graniczne wartości prawdopodobieństw chwilowych przebywania procesu $Z(t)$ w poszczególnych stanach eksploatacyjnych wynoszą odpowiednio:

$$p_1 = 0.018, \quad p_2 = 0.228, \quad p_3 = 0.095,$$
$$p_4 = 0.007, \quad p_5 = 0.652. \qquad (15)$$

Z uwagi na bezpieczeństwo eksploatacji, po przeprowadzeniu konsultacji z użytkownikami rurociągu, wyróżniamy trzy stany bezpieczeństwa ich elementów:

stan 2 – zapewniający pełne bezpieczeństwo eksploatacji rurociągu,
stan 1 – zapewniający mniejsze bezpieczeństwo eksploatacji rurociągu związane z zagrożeniem zanieczyszczeniem środowiska naturalnego,
stan 0 – powodujący niezdatność rurociągu.

Portowy system transportu paliwa składa się trzech podsystemów S_1, S_2, S_3.

Podsystem S_1 składa się z $k_n = 2$ nitek rurociągu, z których każda jest zbudowana z $l_n = 178$ elementów. W każdej nitce rurociągu znajdują się:
- 176 segmentów rur, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(1,1)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0062t],$$
$$[s^{(1,1)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0088t],\ b = 1,2,3,4,5,$$

- 2 zasuwy, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(1,2)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0166t],$$
$$[s^{(1,2)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0181t],\ b = 1,2,3,4,5.$$

Podsystem S_2 składa się z $k_n = 2$ nitek rurociągu, z których każda jest zbudowana z $l_n = 719$ elementów. W każdej nitce rurociągu znajdują się:
- 717 segmentów rur, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(1,1)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0062t],$$
$$[s^{(1,1)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0088t],\ b = 1,2,3,4,5,$$

- 2 zasuwy, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(1,2)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0166t],$$
$$[s^{(1,2)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0181t],\ b = 1,2,3,4,5.$$

Podsystem S_3 składa się z 2 nitek rurociągu pierwszego typu oraz z jednej nitki rurociągu drugiego typu, z których każda jest zbudowana z $l_n = 362$ elementów.

W każdej z dwóch nitek rurociągu pierwszego rodzaju znajdują się:
- 360 segmentów rur, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(2,1)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0059t],$$
$$[s^{(2,1)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0074t],\ b = 1,2,3,4,5,$$

- 2 zasuwy, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(2,2)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0166t],$$

$$[s^{(2,2)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0181t],\ b = 1,2,3,4,5.$$

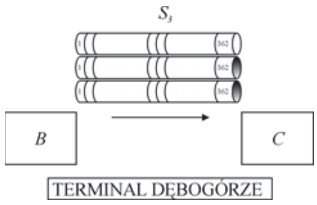
W nitce rurociągu drugiego rodzaju znajduje się:
- 360 segmentów rur, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(1,1)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0071t],$$
$$[s^{(1,1)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0079t],\ b = 1,2,3,4,5,$$

- 2 zasuwy, których warunkowe funkcje bezpieczeństwa w podzbiorach stanów bezpieczeństwa odpowiednio wynoszą:

$$[s^{(1,2)}(t,1)]^{(b)} = \exp[-0.0166t],$$
$$[s^{(1,2)}(t,2)]^{(b)} = \exp[-0.0181t],\ b = 1,2,3,4,5.$$

W stanie eksploatacyjnym 1, system jest zbudowany z podsystemu S_3, który jest systemem szeregowo-progowym „2 z 3" zbudowanym z trzech niejednorodnych podsystemów szeregowych.



Rys. 3. Schemat struktury portowego systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym 1

Zatem funkcja bezpieczeństwa systemu określona jest wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,\cdot) = [\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,1),\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,2)],\ t \geq 0, \text{ gdzie}$$

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,1) = [\boldsymbol{s}^{(2)}_{3,362}(t,1)]^{(1)}$$
$$= \exp[-4.3019t] + 2\exp[-4.7375t]$$
$$-2\exp[-6.8885t],\ t \geq 0, \qquad (16)$$

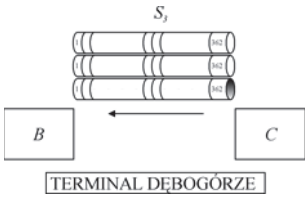
$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,2) = \boldsymbol{s}^{(2)}_{3,362}(t,2)]^{(1)}$$
$$= \exp[-5.3668t] + 2\exp[-5.5544t]$$
$$-2\exp[-8.2378t],\quad t \geq 0, \qquad (17)$$

natomiast zgodnie z (10) lub (11) wartości średnie i odchylenia standardowe czasu przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa wynoszą odpowiednio:

$$M_1(1) \cong 0.3643, \;\; M_1(2) \cong 0.3036, \tag{18}$$

$$\sigma_1(1) \cong 0.263, \;\; \sigma_1(2) \cong 0.374. \tag{19}$$

W stanie eksploatacyjnym 2, system składa się z podsystemu S_3, który jest niejednorodnym systemem szeregowo-równoległym składającym się z trzech nitek rurociągu.



Rys. 4. Schemat struktury portowego systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym 2

Zatem funkcja bezpieczeństwa systemu określona jest wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,\cdot) = [\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,1),\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,2)],\ t \geq 0, \text{ gdzie}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,1) &= [\,\boldsymbol{s}_{3,362}(t,1)]^{(2)} \\ &= \exp[-2.5865t] + 2\exp[-2.15098t] \\ &-2\exp[-4.7375t] - \exp[-4.30196t] \\ &+ \exp[-6.88848t],\ t \geq 0,\end{aligned} \tag{20}$$

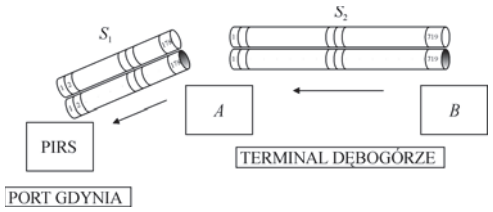
$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,2) &= [\,\boldsymbol{s}_{3,362}(t,2)]^{(2)} \\ &= \exp[-2.8710t] + 2\exp[-2.6834t] \\ &-2\exp[-5.5544t] - \exp[-5.3668t] \\ &+ \exp[-8.4378t],\ \ t \geq 0,\end{aligned} \tag{21}$$

natomiast zgodnie z (10) lub (11) wartości średnie i odchylenia standardowe czasu przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa wynoszą odpowiednio:

$$M_2(1) \cong 0.8066, \;\; M_2(2) \cong 0.6657, \tag{22}$$

$$\sigma_2(1) \cong 0.518, \;\; \sigma_2(2) \cong 0.429. \tag{23}$$

W stanie eksploatacyjnym 3, system jest systemem szeregowym zbudowanym z dwóch niejednorodnych podsystemów szeregowo-równoległych S_1 i S_2, z których każdy zbudowany jest z dwóch nitek rurociągu.



Rys. 5. Schemat struktury portowego systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym 3

Zatem funkcja bezpieczeństwa całego systemu określona jest wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,\cdot) = [\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,1),\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,2)],\ t \geq 0, \text{ gdzie}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,1) &= [\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,178}(t,1)]^{(3)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,719}(t,1)]^{(3)} \\ &= 4\exp[-5.6132t] - 2\exp[-6.7397t] \\ &-2\exp[-10.0999t] + \exp[-11.2264t],\ t \geq 0,\end{aligned} \tag{24}$$

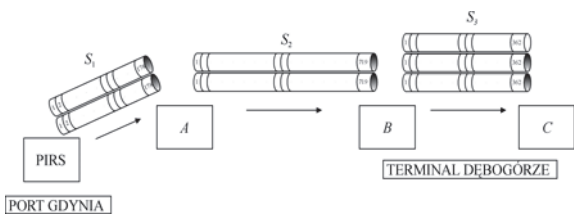
$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,2) &= [\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,178}(t,2)]^{(3)}\ [\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,719}(t,2)]^{(3)} \\ &= 4\exp[-7.9060t] - 2\exp[-14.2318t] \\ &-2\exp[-9.4862t] + \exp[-15.8120t],\ t \geq 0,\end{aligned} \tag{25}$$

natomiast zgodnie z (10) lub (11) wartości średnie i odchylenia standardowe czasu przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa wynoszą odpowiednio:

$$M_3(1) \cong 0.3069, \;\; M_3(2) \cong 0.2178, \tag{26}$$

$$\sigma_3(1) \cong 0.22, \;\; \sigma_3(2) \cong 0.157. \tag{27}$$

W stanie eksploatacyjnym 4, system jest systemem szeregowym zbudowanym z dwóch niejednorodnych podsystemów szeregowych S_1 i S_2 oraz jednego podsystemu progowego „2 z 3" S_3.



Rys. 6. Schemat struktury portowego systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym 4

Zatem funkcja bezpieczeństwa całego systemu określona jest wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,\cdot) = [\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,1),\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,2)],\ t \ge 0\text{, gdzie}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,1) &= [\boldsymbol{s}_{356}(t,1)]^{(4)}\,[\boldsymbol{s}_{1438}(t,1)]^{(4)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}_{3,362}(t,1)]^{(4)}\\ &= \exp[-15.5284t] + 2\exp[-15.964t]\\ &\quad -2\exp[-18.115t],\ t \ge 0,\end{aligned} \tag{28}$$

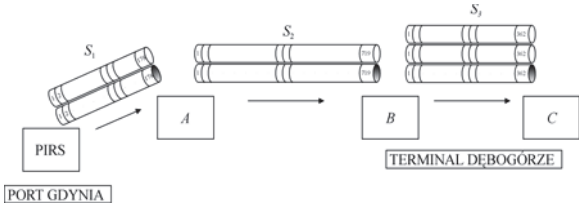
$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,2) &= [\boldsymbol{s}_{356}(t,2)]^{(4)}\,[\boldsymbol{s}_{1438}(t,2)]^{(4)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}_{3,362}(t,2)]^{(4)}\\ &= \exp[-21.1789t] + 2\exp[-21.3665t]\\ &\quad -2\exp[-24.04999t],\ t \ge 0,\end{aligned} \tag{29}$$

natomiast zgodnie z (10) lub (11) wartości średnie i odchylenia standardowe czasu przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa wynoszą odpowiednio:

$$M_4(1) = 0.0793,\ M_4(2) = 0.0577, \tag{30}$$

$$\sigma_4(1) = 0.0745,\ \sigma_4(2) = 0.0546. \tag{31}$$

W stanie eksploatacyjnym 5, system jest systemem szeregowym zbudowanym z dwóch niejednorodnych podsystemów szeregowo-równoległych S_1 i S_2 (złożonych z dwóch nitek rurociągu) oraz jednego podsystemu szeregowo-równoległego S_3 (złożonego z trzech nitek rurociągu).



Rys. 7. Schemat struktury portowego systemu transportu paliwa w stanie eksploatacyjnym 5

Zatem funkcja bezpieczeństwa całego systemu określona jest wzorem:

$$\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,\cdot) = [\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,1),\ \bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,2)],\ t \ge 0\text{, gdzie}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,1) &= \\ &[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,178}(t,1)]^{(5)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,719}(t,1)]^{(5)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{3,362}(t,1)]^{(5)}\\ &= 8\exp[-6.967t] + 4\exp[-8.1997t]\\ &\quad +4\exp[-10.6805t] + 4\exp[-10.9083t]\\ &\quad +4\exp[-14.0407t] + 2\exp[-9.4483t]\\ &\quad +2\exp[-12.5807t] + 2\exp[-12.8085t]\\ &\quad +\exp[-13.8129t] + \exp[-16.5215t]\\ &\quad -8\exp[-9.5540t] - 4\exp[-8.0940t]\\ &\quad -4\exp[-8.3218t] - 4\exp[-11.4542t]\\ &\quad -2\exp[-9.3262t] - 2\exp[-12.0348t]\\ &\quad -2\exp[-12.6864t] - 2\exp[-15.1672t]\\ &\quad -2\exp[-15.3950t] - \exp[-13.9350t],\ t \ge 0,\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,2) &= \\ &[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,178}(t,2)]^{(5)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{2,719}(t,2)]^{(5)}\,[\,\bar{\boldsymbol{s}}_{3,362}(t,2)]^{(5)}\\ &= 8\exp[-10.5894t] + 4\exp[-10.7770t]\\ &\quad +4\exp[-15.0400t] + 4\exp[-16.3438t]\\ &\quad +4\exp[-19.7862t] + 2\exp[-14.8530t]\\ &\quad +2\exp[-18.4954t] + 2\exp[-19.5986t]\\ &\quad +\exp[-18.6830t] + \exp[-24.2498t]\\ &\quad -8\exp[-13.4604t] - 4\exp[-12.1696t]\\ &\quad -4\exp[-13.2728t] - 4\exp[-16.9152t]\\ &\quad -2\exp[-12.3572t] - 2\exp[-17.1028t]\\ &\quad -2\exp[-17.9240t] - 2\exp[-21.3664t]\\ &\quad -2\exp[-22.6696t] - \exp[-21.1788t],\ t \ge 0,\end{aligned} \tag{33}$$

natomiast zgodnie z (10) lub (11) wartości średnie i odchylenia standardowe czasu przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa wynoszą odpowiednio:

$$M_5(1) = 0.275,\ M_5(2) = 0.199 \tag{34}$$

$$\sigma_5(1) = 0.169,\ \sigma_5(2) = 0.135. \tag{35}$$

Ostatecznie bezwarunkowa funkcja bezpieczeństwa portowego systemu transportu paliwa ma postać:

$$\bar{\boldsymbol{s}}(t,\cdot) = [\bar{\boldsymbol{s}}(t,1),\ \bar{\boldsymbol{s}}(t,1)],\ t \ge 0, \tag{36}$$

gdzie

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}(t,1) &\cong 0.018\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,1) + 0.228\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,1)\\ &\quad + 0.095\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,1) + 0.007\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,1)\\ &\quad + 0.652\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,1),\ t \ge 0,\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{s}}(t,2) &\cong 0.018\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,2) + 0.228\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,2)\\ &\quad + 0.095\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,2) + 0.007\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,2)\\ &\quad + 0.652\cdot\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,2),\ t \ge 0,\end{aligned} \tag{38}$$

oraz $\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,1)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,1)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,1)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,1)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,1)$, i $\bar{\boldsymbol{s}}^{(1)}(t,2)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(2)}(t,2)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(3)}(t,2)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(4)}(t,2)$, $\bar{\boldsymbol{s}}^{(5)}(t,2)$, są odpowiednio określone przez (16), (20), (24), (28), (32) i przez (17), (21), (25), (29), (33).

Następnie, uwzględniając (18), (22), (26), (30), (34), otrzymujemy bezwarunkowe wartości średnie i odchylenia standardowe czasów przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa:

$$M(1) \cong 0.018 \cdot 0.3643 + 0.228 \cdot 0.8066 + 0.095 \cdot 0.3069 + 0.007 \cdot 0.0793 + 0.652 \cdot 0.275 \cong 0.399, \quad (39)$$

$$\delta(1) = 0.367\,, \quad (40)$$

$$M(2) \cong 0.018 \cdot 0.3036 + 0.228 \cdot 0.6657 + 0.095 \cdot 0.2178 + 0.007 \cdot 0.0577 + 0.652 \cdot 0.199 \cong 0.308, \quad (41)$$

$$\delta(2) = 0.308\,, \quad (42)$$

a następnie bezwarunkowe wartości średnie czasów przebywania systemu w poszczególnych stanach bezpieczeństwa zgodnie z (14) wynoszą:

$$\overline{M}(1) \cong M(1) - M(2) = 0.091,$$

$$\overline{M}(2) \cong M(2) \cong 0.308. \quad (43)$$

Jeśli krytycznym stanem bezpieczeństwa jest $r = 1$, to jego funkcja ryzyka przyjmuje postać:

$$\boldsymbol{r}(t) \cong 1 - \overline{\boldsymbol{s}}(t,1)\,,$$

gdzie $\overline{\boldsymbol{s}}(t,1)$ określona jest wzorem (37).

Stąd, chwila kiedy ryzyko przekroczy poziom krytyczny $\delta = 0.05$ jest:

$$\tau = \boldsymbol{r}^{-1}(\delta) \cong 0.04 \text{ lat.}$$

6. PODSUMOWANIE

W artykule zaproponowano rozwiązanie praktycznego problemu, jakim jest powiązanie bezpieczeństwa systemu z jego procesem eksploatacji. Zmienne warunki eksploatacyjne systemów implikują zmienność struktur bezpieczeństwa tych systemów, oraz zmienność charakterystyk bezpieczeństwa ich elementów w czasie eksploatacji. Aby połączyć zależność pomiędzy procesem eksploatacji systemu a zmienną w czasie strukturą bezpieczeństwa systemu zastosowano semi-markowski model procesu eksploatacji tego systemu. Uzyskane wyniki zastosowano w zagadnieniach transportowych do oceny bezpieczeństwa portowego systemu transportu paliwa. W oparciu o przybliżone dane empiryczne uzyskane od użytkowników tego systemu zostały zidentyfikowane parametry jego procesu eksploatacji oraz przy założeniu, że system jest systemem trójstanowym oszacowane zostały parametry bezpieczeństwa jego elementów. Pozwoliło to w oparciu o zaproponowane w artykule modele oszacować funkcje bezpieczeństwa tego systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych, oraz wyznaczyć wartości średnie i odchylenia standardowe czasów przebywania systemu w podzbiorach stanów bezpieczeństwa i w poszczególnych stanach. Następnie wyznaczone zostały bezwarunkowe funkcje bezpieczeństwa i jego bezwarunkowe wartości średnie czasów przebywania w podzbiorach stanów i w poszczególnych stanach bezpieczeństwa. Oszacowana została również funkcje ryzyka tego systemu.

Przedstawione podejście jest nowatorskim aspektem pracy i posiada istotny walor praktyczny, gdyż pozwala na dokładniejszą ocenę bezpieczeństwa realnych złożonych systemów wielostanowych o zmiennej w czasie strukturze bezpieczeństwa oraz o zmiennych parametrach bezpieczeństwa ich elementów, wynikających ze zmiennych warunków eksploatacyjnych.

LITERATURA

[1] Grabski, F.: *Semi-markowskie modele niezawodności i eksploatacji.* Polska Akademia Nauk, Warszawa, 2002.

[2] Kołowrocki, K.: *Reliability of Large Systems*. Elsevier: Amsterdam - Boston - Heidelberg - London - New York - Oxford - Paris - San Diego - San Francisco - Singapore - Sydney - Tokyo, 2004.

[3] Soszyńska, J.: *Reliability evaluation of a port oil transportation system in variable operation conditions.* International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 83, Issue 4, 2006, 304-310.

[4] Xue J., Yang K.: *Dynamic reliability analysis of coherent multi-state systems.* IEEE Transactions on Reliability 4, 44, 1995, 683–688.

Joanna SOSZYŃSKA ukończyła Wydział Fizyki i Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego w 1999 roku. Obecnie jest zatrudniona w Katedrze Matematyki na Wydziale Nawigacyjnym Akademii Morskiej w Gdyni jako asystent. Jej obszarem zainteresowań jest modelowanie bezpieczeństwa i niezawodności złożonych systemów uwzględniając ich zmienne warunki eksploatacji. W tym zakresie opublikowała kilkanaście prac naukowych.