

## ANALIZA WPLYWU PĘKNIĘCIA PODSTAWY ZĘBA OBCIĄŻANEGO DUŻĄ SIŁĄ DYNAMICZNĄ NA ZMIANY ROZKŁADU CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWEGO SYGNAŁU WA

Grzegorz WOJNAR

Politechnika Śląska Wydział Transportu  
ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice  
tel: (032) 603 41 93, e-mail: Grzegorz.Wojnar@polsl.pl

### Streszczenie

Bazując na zidentyfikowanym modelu dynamicznym przekładni zębatej w układzie napędowym [9] przeprowadzono analizę wpływu odchyłek wykonania kół zębatych na siły dynamiczne działające na poszczególne zęby zębniaka i koła. Określono przypadki, w których odchyłki te powodują największy wzrost wartości sił międzyzębnych. Duża siła dynamiczna działająca na ząb może być jedną z przyczyn powstania pęknięcia jego podstawy. W niniejszej pracy przedstawiono istotne różnice w zmianach rozkładu czasowo-częstotliwościowego sygnału resztkowego w przypadku symulowania pęknięcia podstawy mocno obciążanego zęba zębniaka obciążonego niekorzystnymi odchyłkami wykonania i losowo wybranego zęba zębniaka.

Słowa kluczowe: przekładnie zębate, pęknięcie, uszkodzenie zęba, transformata Wignera Ville'a.

### THE INFLUENCE OF CRACK OF HIGH LOADS TOOTH ON TIME - FREQUENCY DISTRIBUTIONS OF VIBROACOUSTICAL SIGNAL

#### Summary

The large dynamic force in meshing is one of causes of root tooth crack beginning. The identified model of power transmission system with toothed gear was used to determination of the influence of performance deviation on the dynamic forces in meshing. This paper presents essential differences in time - frequency distributions of residual signal in cases of crack simulation of high loads pinion tooth and random pinion tooth.

Keywords: Gear, crack of root tooth, tooth damage, Wigner Ville analysis.

## 1. WPROWADZENIE

Zagadnieniu wykrywania pęknięcia podstawy zęba metodami wibroakustycznymi (WA) poświęcono wiele prac [1-6, 9, 10, 12-19]. W części z nich bazuje się na sygnałach zarejestrowanych podczas prowadzenia eksperymentu czynnego polegającego na podcięciu podstawy zęba [2, 3, 14, 15, 16] lub wstępnym nacięciu w odpowiednim miejscu jego powierzchni roboczej [18]. W innych pracach analizie są poddawane sygnały drganiowe uzyskane z symulacji komputerowych bazujących na mniej lub bardziej złożonych modelach dynamicznych przekładni zębatych [1, 4, 7, 8-12, 16, 19]. Jednakże często autorzy nie precyzują w jaki sposób określono ząb, który został podcięty, bądź którego pęknięcie symulowano. W niniejszej pracy przedstawiono znaczący wpływ odchyłek wykonania uszkodzonej i poprzedzającej ją pary zębów oraz zwiększonego ponad nominalne obciążenia przekładni (stosowanego czasem w badaniach doświadczalnych w celu skrócenia czasu ich trwania) na zmiany rozkładu czasowo-częstotliwościowego sygnału resztkowego.

Bezpośrednią miarą sił dynamicznych jest przyspieszenie drgań ale obecnie w diagnostyce coraz częściej wykorzystuje się sygnał prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni, m. in. ze względu na możliwość jego pomiaru za pomocą np. wibrometru laserowego [16, 17]. Z tego powodu przedstawione w niniejszej pracy analizy wykonano właśnie na podstawie sygnałów prędkości drgań poprzecznych wałów zmierzonych w kierunku działania siły międzyzębnej.

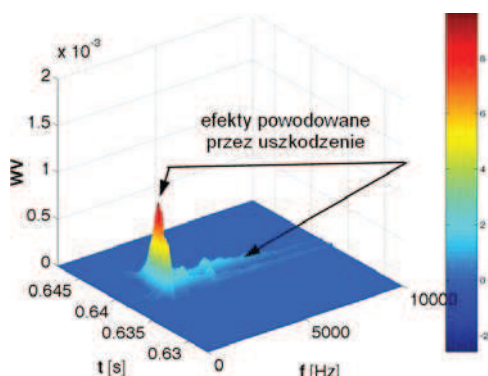
## 2. OBIEKT BADAŃ

Zgodnie z [9] symulowano pracę przekładni zębatej wchodzącej w skład stanowiska pracującego w układzie mocy krążącej [4]. Jej parametry geometryczne były następujące: odległość osi 91,5 mm, szerokość zazębienia 20 mm, moduł 4,5 mm, liczba zębów zębniaka  $z_1=16$ , liczba zębów koła  $z_2=24$ , współczynnik przesunięcia zarysu zębniaka  $x_1 = 0,8635$ , współczynnik przesunięcia zarysu koła  $x_2 = -0,5$ , kąt pochylenia linii zęba  $\beta = 0^\circ$ . Czołowa liczba przyporu wynosiła 1,33,

przekładnia pracowała jako reduktor, prędkość obrotowa zębniaka wynosiła  $\sim 2700$  [obr/min].

### 3. ANALIZA WYNIKÓW

W przypadku symulacji pracy przekładni nie obciążonej odchyłkami wykonania kół, w której wystąpiło pęknięcie podstawy zęba zębniaka (zmniejszenie sztywności o 15%) w rozkładzie czasowo-częstotliwościowym Wignera-Ville'a ( $WV$ ) [9] pojawia się lokalne maksimum pochodzące od uszkodzenia (rys. 1). Jego wartość wzrasta (rys. 2) wraz z rozwojem pęknięcia podstawy zęba, symulowanego przez zmniejszenie sztywności zazębienia  $-\Delta c_{zaz.}$ .



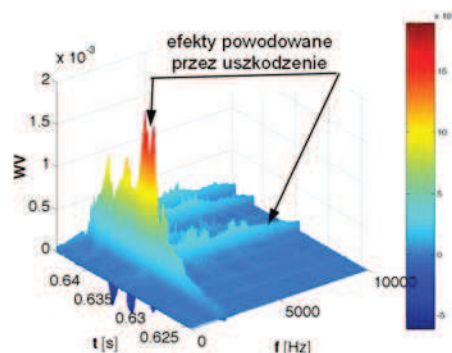
Rys. 1. Rozkład Wignera-Ville'a sygnału resztkowego – brak odchyłek wykonania kół



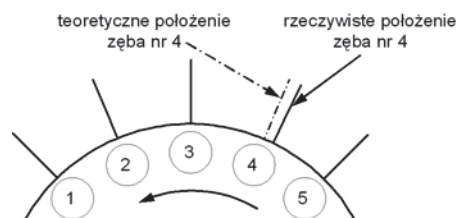
Rys. 2. Zależność wartości maksymalnej rozkładu Wignera-Ville'a ( $WV$ ) sygnału resztkowego od symulowanego pęknięcia podstawy zęba – brak odchyłek wykonania

Losowe odchyłki wykonania kół zębatych utrudniają wykrywanie uszkodzenia zęba, ale mniejszy jest ich wpływ, gdy analizie poddawany jest sygnał resztkowy [10], niż gdy diagnozowanie bazuje na analizie nieuśrednionego sygnału drganiowego. Ponadto odchyłki powodują, że w rozkładzie Wignera-Ville'a nawet w przypadku pracy przekładni bez uszkodzeń kół występują efekty zbliżone do generowanych przez pęknięcie zęba. Na rysunku 3 przedstawiono rozkład sygnału resztkowego w przypadku pracy przekładni, której zębniak i koło były obciążone losowymi odchyłkami wykonania wynoszącymi maksymalnie  $\pm 0,3$  ugięcia statycznego pary zębów ( $y_{st}$ ) oraz symulacji pęknięcia podstawy zęba zębniaka ( $\Delta c_{zaz.}=15\%$ ). Wnioskowanie na podstawie rysunku 3 jest

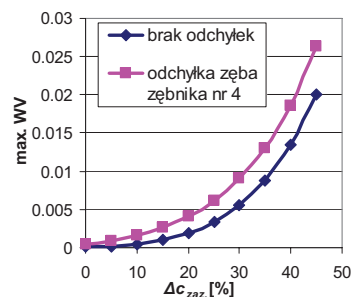
utrudnione. W celu zwiększenia czytelności prezentowanych wyników i zobrazowania zachodzących zjawisk poniżej przedstawiono m. in. przypadek, w którym losową odchyłką wykonania podziałki ( $0,15 y_{st}$ ) obciążony jest tylko ząb zębniaka nr 4. Schematycznie zaprezentowano to na rys. 4. Przyjęto również, że koło nie jest obciążone odchyłkami wykonania i zasymulowano pęknięcie podstawy zęba zębniaka nr 4. W tym przypadku również wartość lokalnego maksimum rozkładu  $WV$  wzrasta wraz z rozwojem pęknięcia podstawy zęba (dla kolejnej pary zębów wchodzących w przypór). Przyrost maksymalnej amplitudy  $WV$  jest nawet większy niż dla przekładni nie obciążonej odchyłkami wykonania (rys. 5).



Rys. 3. Rozkład Wignera-Ville'a sygnału resztkowego – losowe odchyłki wykonania zębniaka i koła wynosiły  $\pm 0,3 y_{st}$



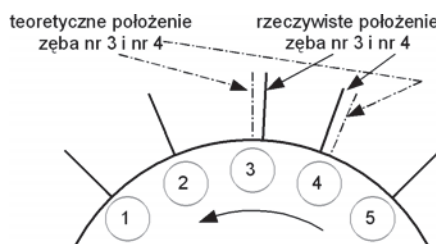
Rys. 4. Odchyłka podziałki zęba nr 4 - odległość zęba nr 3 od zęba nr 4 mierzona po łuku koła zasadniczego większa od podziałki zasadniczej



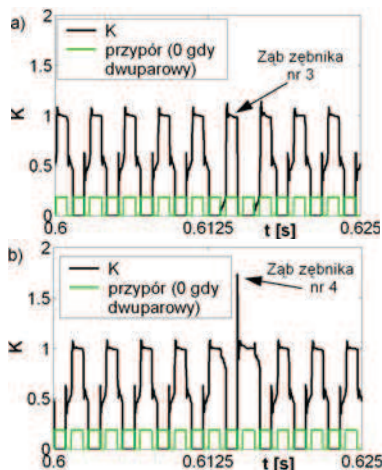
Rys. 5. Zależność wartości maksymalnej rozkładu  $WV$  sygnału resztkowego od symulowanego pęknięcia podstawy zęba – odchyłka podziałki pękającego zęba zębniaka nr 4 wynosiła  $+0,15 y_{st}$

Na rysunku 6 przedstawiono schematycznie przypadek, w którym na skutek losowej odchyłki

wykonania podziałki zęb zębniaka nr 3 wejdzie w przypór z opóźnieniem (przy założeniu, że koło nie jest obciążone odchyłkami podziałki), natomiast ząb nr 4, również obciążony odchyłką podziałki, rozpocznie przypór przedwcześnie. Przeprowadzono analizę wpływu takich odchyłek na siły dynamiczne działające na poszczególne zęby zębniaka i koła. Jako ich miarę zgodnie z [9] przyjęto współczynnik  $K$  zdefiniowany jako stosunek maksymalnej siły międzyzębnej do siły statycznej. W przypadku gdy odchyłka względem teoretycznego położenia zęba zębniaka nr 3, wynosiła  $+0,9 y_{st}$ , a odchyłka zęba zębniaka nr 4 względem teoretycznego położenia zęba wynosiła  $-0,9 y_{st}$  wartość współczynnika sił dynamicznych  $K$  znacząco wzrosła z 1,08 do 1,739 (rys. 7).



Rys. 6. Układ odchyłek podziałki zębów nr 3 i 4 - odległość zęba nr 2 od zęba nr 3 mierzona po łuku koła zasadniczego większa od podziałki zasadniczej, odległość zęba nr 3 od zęba nr 4 mierzona po łuku koła zasadniczego mniejsza od podziałki zasadniczej

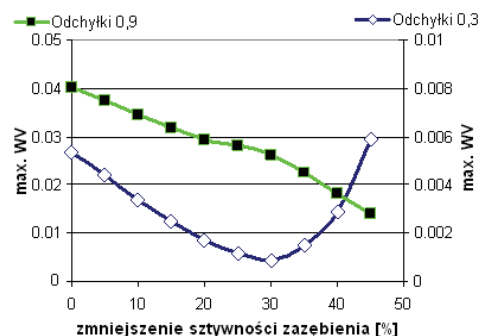


Rys. 7. Wartości współczynnika sił dynamicznych  $K$  w przypadku odchyłki losowej zęba zębniaka nr 3 wynoszącej  $+0,9 y_{st}$  i zęba zębniaka nr 4 wynoszącej  $-0,9 y_{st}$ : a) dla zębów o numerach nieparzystych, b) dla zębów o numerach parzystych

Duża siła dynamiczna działająca na ząb może być jedną z przyczyn powstania pęknięcia jego podstawy dlatego w niniejszej pracy sprawdzono wpływ pęknięcia podstawy tego właśnie zęba na zmiany sygnału resztkowego. W wyniku przeprowadzonych badań okazało się, że lokalne maksimum rozkładu  $WV$  tegoż sygnału w przypadku pęknięcia podstawy zęba obciążanego dużą siłą dynamiczną maleje, (rys. 8) a nie rośnie (jak miało

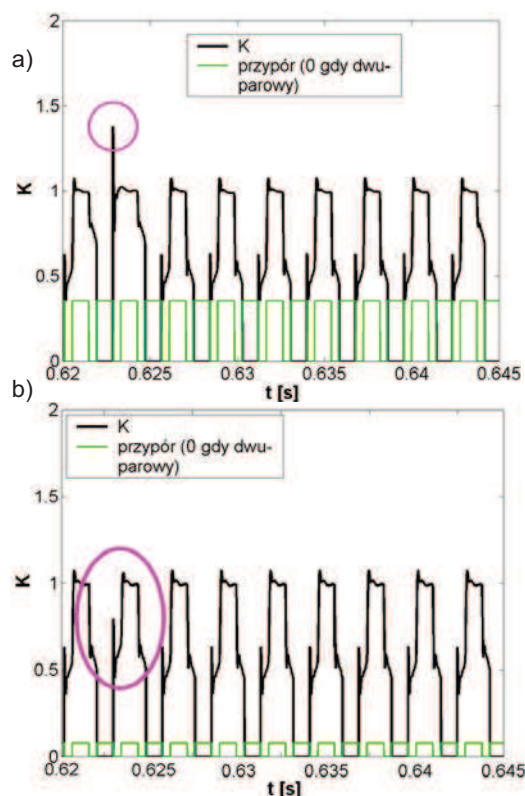
to miejsce na rys. 5) wraz ze spadkiem sztywności współpracującej pary zębów. Z kolei gdy przedstawione schematycznie na rys. 6 odchyłki losowe podziałki mają mniejsze wartości (np.  $+0,3$  i  $-0,3 y_{st}$ ) wtedy lokalne maksimum rozkładu  $WV$  początkowo maleje, a później dopiero wzrasta dla kolejnej pary zębów (rys. 8).

Przeanalizowano także wpływ zwiększonego obciążenia przekładni (stosowanego czasem w badaniach doświadczalnych w celu skrócenia czasu ich trwania) na siły dynamiczne w zazębieniu i na zmiany rozkładu czasowo-częstotliwościowego sygnału resztkowego. W przypadku zwiększonego obciążenia zmienia się stosunek wartości sumarycznych odchyłek wykonania kół zębatych do ugięcia statycznego pary zębów. Przy stałych wartościach odchyłek wykonania przekładni wraz ze wzrostem obciążenia jednostkowego przekładni  $Q$  [4,9,17] ponad nominalną wartość współczynnik nadwyżek dynamicznych maleje i osiąga on podobne wartości jak dla zębów nie obciążonych odchyłkami (rys. 9). Tym samym wpływ odchyłek na ewentualne pęknięcie podstawy zęba nr 4 jest znacznie mniejszy (rys. 9). W tej sytuacji może zatem nastąpić pęknięcie podstawy dowolnego zęba nie koniecznie tego, na który przy obciążeniu nominalnym działała by największa siła dynamiczna.

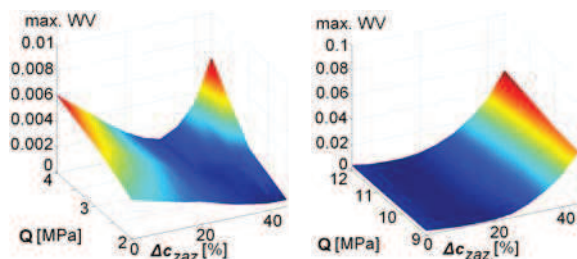


Rys. 8. Zależność wartości maksymalnej rozkładu  $WV$  sygnału resztkowego od symulowanego pęknięcia podstawy zęba: ■ odchyłka względem teoretycznego położenia zęba zębniaka nr 3  $+0,9 y_{st}$  i odchyłka względem teoretycznego położenia zęba zębniaka nr 4  $-0,9 y_{st}$ , ◆ odchyłka zęba zębniaka nr 3  $+0,3 y_{st}$  i odchyłka zęba zębniaka nr 4  $-0,3 y_{st}$

Ponadto np. wartość maksymalna rozkładu czasowo- częstotliwościowego sygnału resztkowego przy zwiększonym ponad nominalne obciążeniu jednostkowym narasta dla znacznie mniejszego spadku sztywności spowodowanego pęknięciem podstawy zęba (rys. 10) niż w przypadku stosowania nominalnego obciążenia. Między innymi z przedstawionych powyżej powodów wykrywanie pęknięcia podstawy zęba jest zagadnieniem trudnym, nad którym w chwili obecnej pracuje wiele ośrodków naukowych na świecie.



Rys. 9. Wpływ obciążenia jednostkowego przekładni na współczynnik nadwyżek dynamicznych w ząbieniu: a)  $Q=2$  MPa, b)  $Q=9$  MPa; dla  $Q=2$  MPa odchyłka względem teoretycznego położenia zęba zębownika nr 3  $+0,6 y_{st}$ , a odchyłka zęba zębownika nr 4  $-0,6 y_{st}$



Rys. 10. Wpływ obciążenia jednostkowego  $Q$  i symulowanego pęknięcia podstawy zęba przekładni na wartość maksymalną rozkładu  $WV$  sygnału resztkowego - dla  $Q=4$  MPa odchyłka względem teoretycznego położenia zęba zębownika nr 3  $+0,3 y_{st}$ , a odchyłka zęba zębownika nr 4  $-0,3 y_{st}$

#### 4. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz można stwierdzić, że:

- W przypadku symulacji pracy przekładni nie obciążonej odchyłkami wykonania kół, wartość lokalnego maksimum rozkładu Wignera-Ville'a wzrasta wraz z rozwojem pęknięcia podstawy zęba.
- Niekorzystny układ odchyłek wykonania kół zębatych powoduje, że na ząb może działać duża siła dynamiczna. W przypadku pęknięcia podstawy tego zęba wartość lokalnego maksimum rozkładu

$WV$  najpierw maleje, a wzrasta dopiero przy większym symulowanym pęknięciu tego zęba.

- Z wyżej wymienionych powodów wykrywanie pęknięcia podstawy zęba jest w niektórych przypadkach szczególnie trudne i może być kłopotliwe zwłaszcza w warunkach przemysłowych.
- Przedstawione powyżej zjawiska mogą być przyczyną błędnej diagnozy, a w rozwiązywaniu takich problemów diagnostycznych dużą użyteczność wykazują zidentyfikowane modele dynamiczne.
- W przypadku budowy przekładni zębatych, od których wymagana jest duża niezawodność możliwe jest już na etapie ich montażu zapobieganie przyspieszonym uszkodzeniom poprzez prowadzenie odpowiedniej selekcji kół zębatych i eliminowanie takich, które obciążone są dużymi odchyłkami podziałki.

#### LITERATURA

- [1] Bartelmus W.: *Computer-Aided Multistage Gearbox Diagnostic Interference by Computer Simulation*. Oficyna Wydawnicza Pol. Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [2] Baydar N., Ball A.: *A Comparative Study of Acoustic and Vibration Signals in Detection of Gear Failures Using Wigner-Ville Distribution*. Mechanical Systems and Signal Processing (2001) 15(6), s. 1091÷1107
- [3] Baydar N., Ball A.: *Detection of Gear Failures Via Vibration and Acoustic Signals Using Wavelet Transform*. Mechanical Systems and Signal Processing (2003) 17(4), s. 787÷804
- [4] Dąbrowski Z., Radkowski S., Wilk A.: *Dynamika przekładni zębatych*. Warszawa, Katowice, Radom 2000 r.
- [5] Decker H. J.: *Effects on Diagnostic Parameter After Removing Additional Synchronous Gear Meshes*. NASA/TM – 2003 – 212312 ARL- TR – 2933; 2003 r.
- [6] Decker H. J.: *Gear Crack Detection Using Tooth Analysis*. NASA/TM – 2002 – 211491 ARL- TR – 2681; 2002 r.
- [7] Howard J., Jia S., Wang J.: *The Dynamic Modeling of a Spur Gear in Mesh Including Friction and a Crack*. Mechanical Systems and Signal Processing, 15(5), 2001, s. 831÷853.
- [8] Litak G. Friswell M. I.: *Vibration in Gear Systems*. Chaos, Solitons and Fractals 16, 2003, s. 795÷800.
- [9] Łazarz B.: *Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym jako podstawa projektowania*. Katowice-Radom 2001 r.
- [10] Łazarz B., Wojnar G.: *Modelowanie przekładni zębatych w układzie napędowym do celów diagnostycznych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej – s. Transport z. 44, Gliwice 2002 r., s. 127÷134.

- [11] Özguven H. N., Houser D. R.: *Mathematical Models Used in Gear Dynamics - a Review*. Journal of Sound and Vibration, 121, 1988, s. 383÷411.
- [12] Radkowski S.: *Wibroakustyczna diagnostyka uszkodzeń niskoenergetycznych*, Warszawa-Radom 2002 r.
- [13] Wang W.: *Early Detection Of Gear Tooth Cracking Using The Resonance Demodulation Technique*. Mechanical Systems And Signal Processing (2001) 15(5), s. 887÷903.
- [14] Wang W. Q., Ismail F., Golnaraghi M. F.: *Assessment Of Gear Damage Monitoring Techniques Using Vibration Measurements*. Mechanical Systems and Signal Processing (2001) 15(5), s. 905÷922
- [15] Wilk A., Łazarz B., Madej H., Wojnar G.: *Metody wczesnego wykrywania lokalnych uszkodzeń kół zębatych*. XXIX Ogólnopolskie Sympozjum Diagnostyka Maszyn 2002 r.
- [16] Wojnar G., Łazarz B. – praca zbiorowa pod red. S. Radkowskiego: *Analiza ryzyka i diagnostyka procesów degradacyjnych i zmęzeniowych*. Politechnika Warszawska, Warszawa 2004 r. str. 173÷179.
- [17] Wojnar G.: *Wykrywanie uszkodzeń kół zębatych wybranymi metodami przetwarzania sygnałów drganiowych*. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska 2004 r.
- [18] Zakrajsek, J. J., Lewicki D. G.: *Detecting Gear Tooth Fatigue Cracks in Advance of Complete Fracture*. Technology Showcase on Integrated Monitoring, Diagnostics and Failure Prevention sponsored by the Society for Machinery Failure Prevention Technology Mobile, Alabama, April 22÷26, 1996.
- [19] Zawisza M.: *Wykorzystanie informacji zawartych w sygnale wibroakustycznym do oceny prawdopodobieństwa wystąpienia awarii w przekładni zębatej*. Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska 2003 r.

---

Informacje o Autorze znajdują się na stronie 100

Część wyników prezentowanych w pracy uzyskano w ramach realizacji grantu numer 5T07B02425