

MODELOWANIE LOKALNYCH USZKODZEŃ KÓŁ ZĘBATEJ DO CELÓW DIAGNOSTYCZNYCH

Bogusław ŁAZARZ

Instytut Transportu Politechniki Śląskiej
ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, tel/fax: 032 255 45 53, e-mail: lazarz@polsl.katowice.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono zidentyfikowany model przekładni zębataj pracującej w układzie napędowym. Model wykorzystano do symulowania wpływu lokalnych uszkodzeń zębów kół w ich wczesnych stadiach na postać drgań przekładni. Sygnały drganiowe uzyskane w wyniku symulacji pozwoliły ocenić przydatność przyjętej metody analizy drgań do wykrywania lokalnych uszkodzeń kół.

Słowa kluczowe: przekładnia zębata, lokalne uszkodzenie, modelowanie, diagnozowanie.

THE GEAR WHEEL LOCAL DAMAGES MODELLING FOR DIAGNOSTICS PURPOSE

Summary

The paper presents identifying model of gear working in power transmission system. Model was used to simulating early stages local damages effects on form of gear vibrations. Vibration signals obtained from simulations allowed testing method of vibration analysis taken to detect local damages of wheel.

Keywords: gear transmission, local damage, modelling and diagnostics.

1. WPROWADZENIE

Zastosowanie w analizie dynamicznej modelu układu napędowego z przekładnią zębatą wymaga przeprowadzenia identyfikacji parametrów tego modelu. Jednym z tych parametrów jest współczynnik strat mocy, który wpływa na sprawność przekładni. Identyfikacja tego współczynnika ma istotny wpływ na uzyskane wyniki badań symulacyjnych i ich zgodność pod względem jakościowym i ilościowym z doświadczeniem przeprowadzonym na obiekcie rzeczywistym.

W przekładniach zębatych moc tracona jest głównie na skutek: tarcia i tłumienia drgań w warstwie oleju pomiędzy zębami, rozbryzgiwania oleju i tarcia w łożyskach. Ze względu na przypadkowość i różnorodność przyczyn rozpraszania energii w przekładni zębataj dokładny opis matematyczny sił oporów jest znacznie utrudniony. Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni może być między innymi wykorzystany do symulowania lokalnych uszkodzeń kół zębatych we wczesnych stadiach ich rozwoju. Wyniki takich

badań można wykorzystać w diagnostyce miejscowych uszkodzeń kół zębatych przekładni zębatych do określania czułości różnych metod analizy drgań.

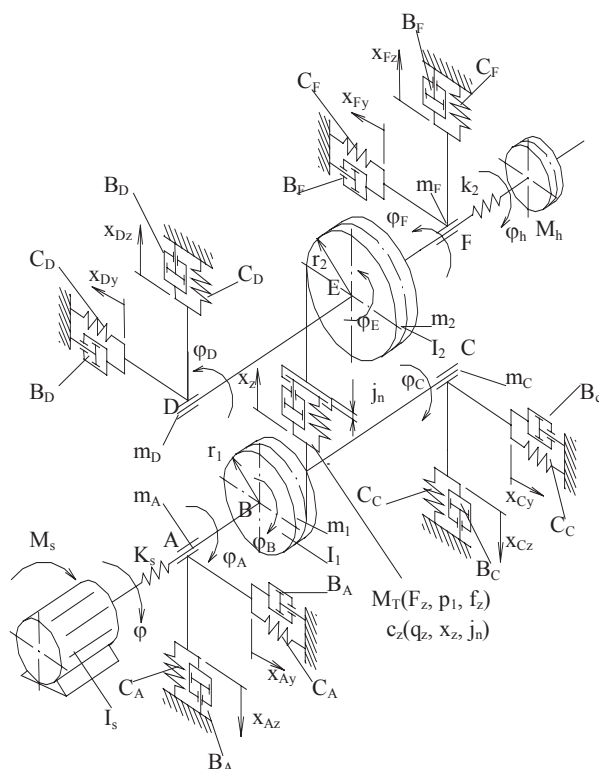
2. MODEL DYNAMICZNY PRZEKŁADNI ZĘBATEJ W UKŁADZIE NAPĘDOWYM

Schemat modelu dynamicznego przekładni zębataj w układzie przeniesienia napędu przedstawiono na rys. 1. Równania ruchu wyznaczono z następującej ogólnej zależności:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \hat{Q}_i - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}, \quad (1)$$

gdzie:

E_K - energia kinetyczna,
 V - energia potencjalna,
 D - energia dyssypacji,
 Q_i - siły uogólnione,
 q_i - współrzędne uogólnione.



Rys. 1. Schemat modelu dynamicznego przekładni zębatej w układzie napędowym

3. STRATY MOCY SPOWODOWANE ROZBRYZGIWIANIEM OLEJU

Straty wywołane rozbryzgiwaniem oleju określono na podstawie [1, 2]. Dla jednego koła zębatego zanurzonego w oleju na głębokość H , bezwymiarowy współczynnik strat na rozbryzgiwanie oleju s_o wyznacza się z następujących zależności empirycznych, które są poprawne jedynie w przyjętym układzie jednostek: dla $H \leq 25$ mm i $v \geq 10$ m/s

$$s_o = \frac{vbH\sqrt{v}}{7 \cdot 10^5 N_1}, \quad (2)$$

dla $H \leq 25$ mm i $v < 10$ m/s, a także dla $25 < H < 50$ mm niezależnie od prędkości współczynnik strat wynosi

$$s_o = \frac{v^{1,5}bH\sqrt{v}}{20 \cdot 10^5 N_1}, \quad (3)$$

dla $H > 50$ mm

$$s_o = \frac{v^2 b H \sqrt{v}}{70 \cdot 10^5 N_1}, \quad (4)$$

gdzie :

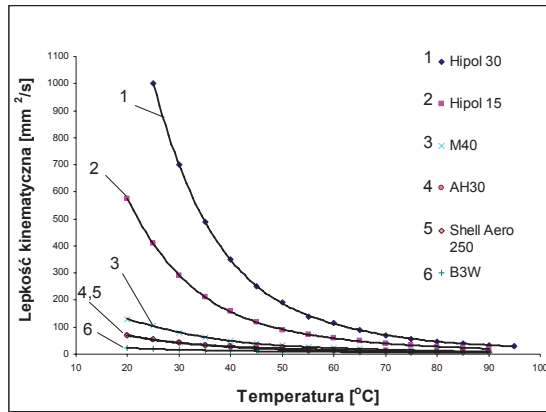
- v – prędkość obwodowa [m/s],
- b – szerokość koła [mm],
- H – głębokość zanurzenia [mm],
- N_1 – moc przenoszona [kW],
- N – lepkość kinematyczna oleju [mm^2/s].

Bezwzględna wartość mocy traconej na skutek rozbryzgiwania oleju ΔN_o wynosi:

$$\Delta N_o = s_o \cdot N_1 \quad (5)$$

Analizując zależności 2÷5, można zauważyć, że wartość mocy traconej na rozbryzgiwanie oleju nie zależy od przenoszonej przez przekładnię mocy.

Występująca we wzorach 2÷4 lepkość kinematyczna ν oleju przekładniowego silnie zależy od jego temperatury. Na podstawie danych zawartych w [1] przedstawiono zmiany lepkości kinematycznej ν oleju w funkcji jego temperatury (rys. 2).



Rys. 2. Lepkość różnych olejów w funkcji temperatury

Na potrzeby modelowania aproksymowano te zależności wielomianami (6). Zastosowano aproksymację wielomianową (wzór 6), która wykazywała najlepszą korelację z danymi przedstawionymi na rys. 2.

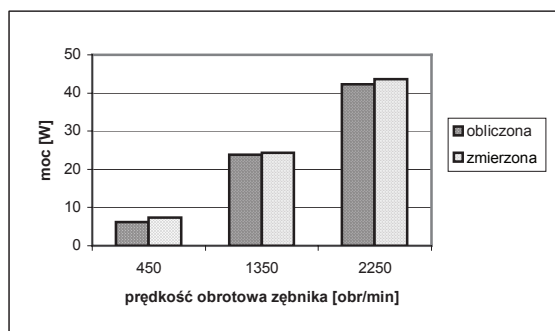
$$\nu = a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2 + a_3 \cdot T^3 + a_4 \cdot T^4 + a_5 \cdot T^5 \quad (6)$$

[mm²/s],

gdzie:

T - temperatura oleju (20÷90) [°C],
 a₅ ÷ a₀ – współczynniki wielomianu

Wyznaczane z powyższych zależności wartości strat mocy na rozbryziwanie oleju przedstawiono na rys. 3. Wartości te są zgodne z wyznaczonymi podczas pracy przekładni przy różnych prędkościach obrotowych bez obciążenia.

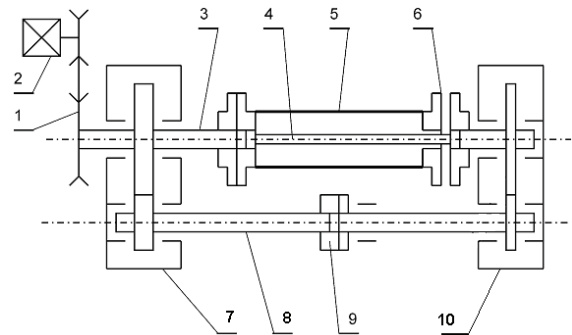


Rys. 3. Moc strat mieszania oleju na stanowisku badawczym

4. WYZNACZANIE STRAT MOCY NA STANOWISKU MOCY KRAŻĄCEJ

Do badań wykorzystano stanowisko pracujące w układzie mocy krążącej przedstawione na rys. 4. Pozwala ono na pracę badanych kół przy różnych prędkościach obrotowych oraz obciążeniu

regulowanym za pomocą wałków skrętnych, sprzęgła napinającego i dźwigni z obciążnikami. W skład stanowiska wchodzi dwie przekładnie: zamykająca i badana, o jednakowym przełożeniu i rozstawie osi. Przekładnia zamykająca napędzana jest silnikiem elektrycznym o mocy 15 [kW] za pośrednictwem przekładni pasowej.



Rys. 4. Schemat stanowiska badawczego FZG: 1 – przekładnia pasowa, 2 – silnik, 3 - wałek, 4 – wałek skrętny, 5 – osłona wałka skrętnego, 6 – sprzęgło pomiarowe momentu obrotowego, 7 – przekładnia zamykająca, 8 – wałek sprzęgający, 9 – sprzęgło napinające, 10 – przekładnia badana

Parametry kół:

- odległość osi kół 91.5 mm,
- szerokość kół 20 mm,
- moduł 4.5 mm,
- liczba zębów w zębniku 16,
- liczba zębów w kole 24,
- współczynnik przesunięcia zarysu zębniaka $x_1 = 0.8635$,
- współczynnik przesunięcia zarysu koła $x_2 = -0.5$.

Materiał kół:

- stal 20H2N4A nawęglana i hartowana do twardości 60 HRC.

Straty mocy ΔN wyznaczano przedstawioną w [3] metodą bilansu cieplnego, stosując dodatkowe podgrzewanie przekładni. Metoda ta wykorzystuje zależność pomiędzy przyrostem temperatury przekładni a mocą rozpraszaną w przekładni:

$$Q = const \cdot \Delta t^{1,25} \quad (7)$$

gdzie:

- Δt – przyrost temperatury przekładni względem temperatury otoczenia,
- Q – moc grzania.

Sprawność przekładni wyznaczano z zależności:

$$\eta = \frac{N - \Delta N}{N} = 1 - \frac{\Delta N}{N} \quad (8)$$

gdzie:

N – moc przenoszona przez przekładnię,
 ΔN – straty mocy odpowiadające mocy grzania.

5. STRATY W ŁOŻYSKACH

Przedstawiony w [4, 5] moment tarcia łożyska przekładni wynosi:

$$M_t = 0,5 \cdot P \cdot D_w \cdot \mu_l, \quad (9)$$

gdzie:

μ_l - współczynnik tarcia w łożysku,
 P - obciążenie łożyska,
 D_w - średnica toczna łożyska.

Wartości współczynnika μ_l przyjmowano zgodnie z zgodnie z [4, 5].

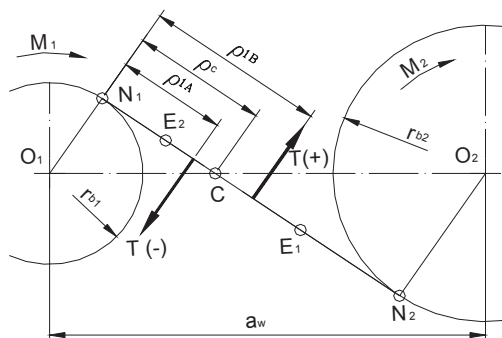
6. STRATY SPOWODOWANE TARCIEM POMIĘDZY ZĘBAMI

W zazębieniu oprócz siły normalnej do powierzchni zębów występuje również skierowana prostopadle do niej siła tarcia. Sposób modelowania tarcia w zazębieniu przedstawiono na rys. 5. Moment tarcia współpracującej pary zębów M_t wyznaczany jest z zależności:

$$M_t = T \cdot \rho_1 \quad (10)$$

gdzie:

T - siła tarcia pary zębów,
 ρ_1 - ramię działania siły tarcia zależne od chwilowego położenia punktu współpracy zębów na odcinku przyporu.



Rys.5. Modelowanie tarcia w zazębieniu

Chwilowe wartości siły tarcia T wyznaczane są z zależności (11). Jej znak zmienia się na przeciwny, gdy ramię działania ρ_1 jest większe od współrzędnej punktu tocznego ρ_C (rys. 5), ponieważ w punkcie tocznym zmienia się zwrot wektora prędkości poślizgu.

$$T = F_z \cdot f_{tz}, \quad (11)$$

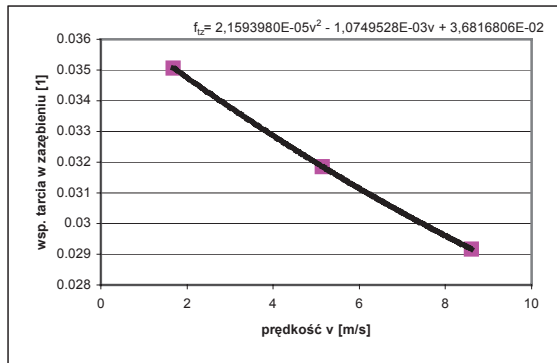
gdzie:

F_z - siła międzyzębna,
 f_{tz} - współczynnik tarcia.

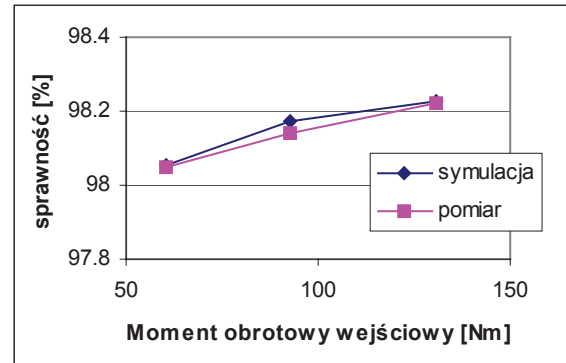
Wartości sprawności przekładni zębatej uzyskane w wyniku symulacji przy założeniu współczynnika tarcia pomiędzy zębami zgodnie z [4] porównano z wynikami badań doświadczalnych na stanowisku mocy krążącej. Wartości te były znacznie niższe od wyznaczonych w badaniach laboratoryjnych. Założono, że sposób modelowania strat w łożyskach zalecany przez producentów nie wymaga weryfikacji, przeprowadzono dostrojenie modelu, wyznaczając nową charakterystykę współczynnika tarcia w zazębieniu w funkcji liniowej prędkości zazębienia się (rys. 6). Otrzymane wartości współczynnika tarcia mieszczą się w zakresie $0,02 \div 0,06$ i są zgodne z danymi literaturowymi [5,6].

Wyznaczone w wyniku symulacji wartości sprawności przekładni zębatej porównano z wartościami uzyskanymi na podstawie pomiarów na stanowisku mocy krążącej. Porównania dokonywano przy różnych obciążeniach przekładni oraz przy różnych prędkościach obrotowych zębownika. W symulacji komputerowej uwzględniano zmiany temperatury oleju w przekładni powstałe na skutek zmian obciążenia i prędkości obrotowej (rys. 7 i 8).

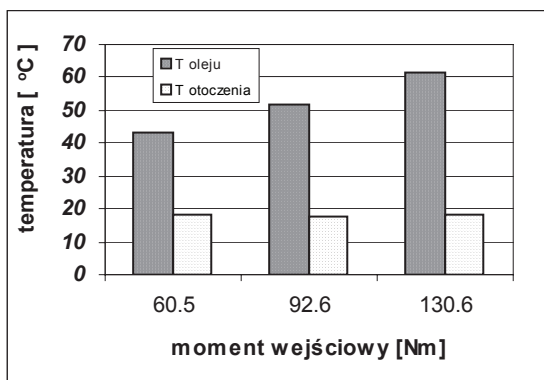
Na rysunkach 9÷11 przedstawiono wartości sprawności przekładni zębatej uzyskane w wyniku symulacji i badań laboratoryjnych przy różnych obciążeniach i prędkościach obrotowych. Wartości te są porównywalne, co potwierdza poprawność zastosowanego sposobu modelowania strat mocy w przekładni zębatej.



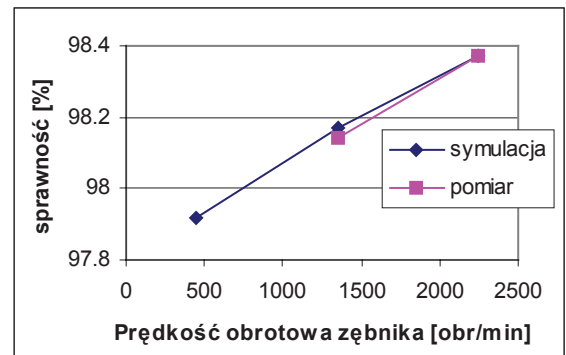
Rys. 6. Współczynnik tarcia w zazębieniu w funkcji prędkości zazębiania się po dostrojeniu modelu



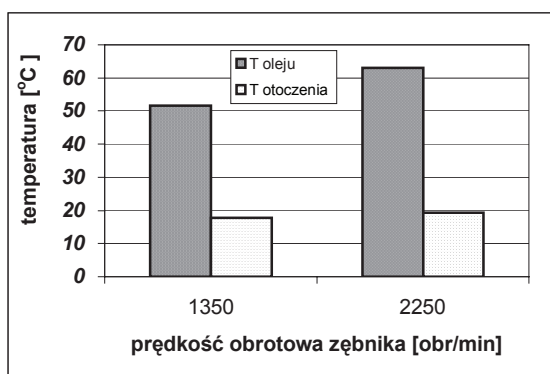
Rys. 9. Sprawność przekładni zmierzona i uzyskana z symulacji komputerowej w funkcji momentu wejściowego przy prędkości obrotowej zębniaka 1350 [obr/min]



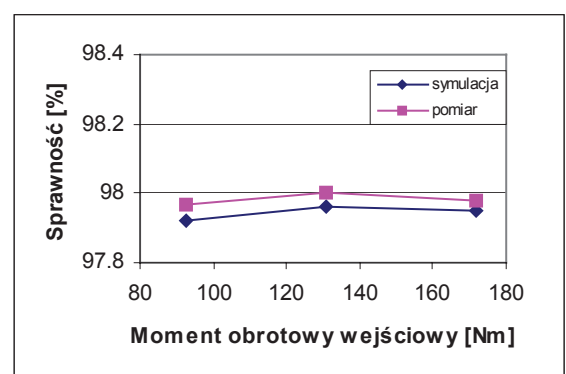
Rys. 7. Ustalona temperatura oleju oraz temperatura otoczenia zmierzona na stanowisku mocy krążącej przy prędkości obrotowej zębniaka $n_1 = 1350$ [obr/min] i różnych obciążeniach



Rys. 10. Sprawność przekładni zmierzona i uzyskana z symulacji komputerowej w funkcji prędkości obrotowej zębniaka przy obciążeniu momentem wejściowym 92,6 [Nm]



Rys. 8. Ustalona temperatura oleju oraz temperatura otoczenia zmierzona na stanowisku mocy krążącej przy momencie wejściowym $M_1 = 92,6$ [Nm] i różnych prędkościach obrotowych zębniaka



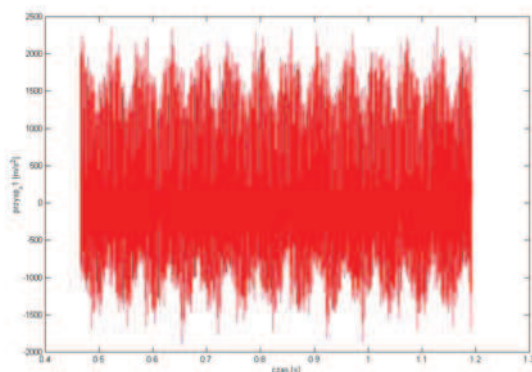
Rys. 11. Sprawność przekładni zmierzona i uzyskana z symulacji komputerowej w funkcji momentu wejściowego przy prędkości obrotowej zębniaka 450 [obr/min]

7. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH KÓŁ Z USZKODZONYMI ZĘBAMI

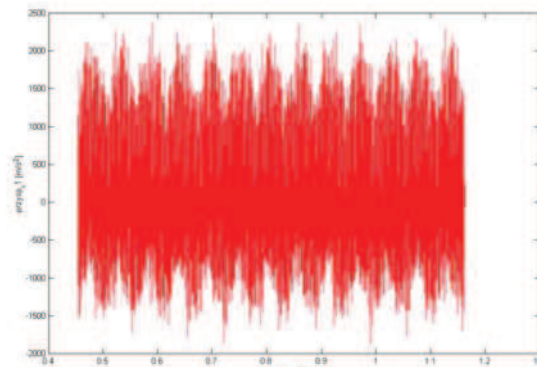
Badania symulacyjne prowadzono dla kół zębatych o parametrach geometrycznych identycznych jak w jak w przypadku badań laboratoryjnych. Prędkość obrotowa zębniaka wynosiła 2700 obr/min, moment obciążenia $M=138$ Nm, błąd losowy podziałki w przypadku zębniaka i koła wynosił $4,5\mu\text{m}$ natomiast błędy okresowe zarysu wynosiły: $-7\mu\text{m}$ w przypadku zębniaka i $5\mu\text{m}$ w przypadku koła. Na rysunku 12 przedstawiono symulowany przebieg przyspieszeń drgań wału zębniaka w przypadku przekładni nieuszkodzonej. Pęknięcie u podstawy zęba koła wywołujące zmniejszenie sztywności zazębienia o 30% powoduje praktycznie niezauważalne zmiany w przebiegu czasowym tego sygnału – rys. 13.

Nawet niewielkie zaburzenia amplitudy i fazy są łatwo wykrywalne w sygnale resztkowym [8]. Sygnał resztkowy otrzymano usuwając z widma przyspieszeń drgań częstotliwości zazębienia i jej harmoniczne wraz z podstawowymi wstęgami bocznymi a następnie stosując odwrotną transformację Fouriera powrócono do dziedzinie czasu. Ponieważ każde wejście nowej pary zębów w przypór na skutek błędów losowych podziałki generuje zaburzenia impulsowe to nawet w sygnale resztkowym uszkodzenie jest słabo widoczne – rys.14. Żeby poprawić możliwości wykrycia uszkodzenia we wczesnym stadium sygnał resztkowy poddano transformacji Wignera Ville'a (WV).

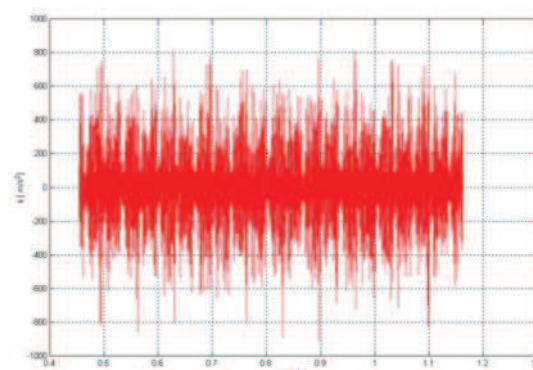
Na rysunku 15 przedstawiono czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a sygnału resztkowego przyspieszeń drgań wału zębniaka w przypadku kół nieuszkodzonych. Wejścia w przypór kolejnych par zębów są wyraźnie widoczne, a błędy losowe podziałki powodują, że amplitudy widma w czasie, się zmieniają.



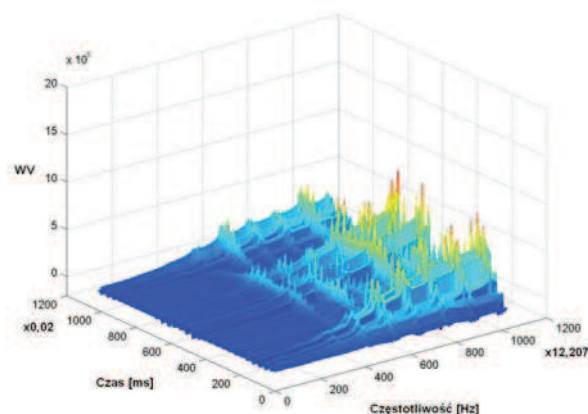
Rys. 12. Przyspieszenia drgań wału zębniaka – koła nieuszkodzone



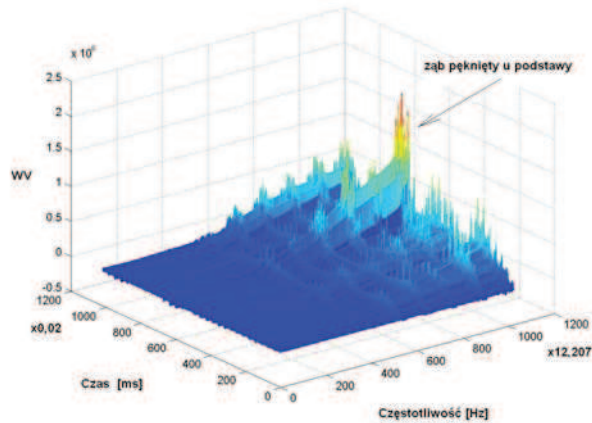
Rys. 13. Przyspieszenia drgań wału zębniaka – pęknięcie u podstawy zęba koła (zmniejszenie sztywności zazębienia o 30%)



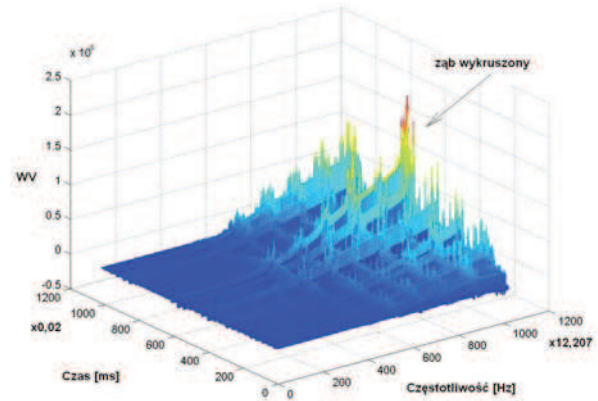
Rys. 14. Sygnał resztkowy przyspieszeń drgań wału zębniaka – pęknięcie u podstawy zęba koła (zmniejszenie sztywności o 30%)



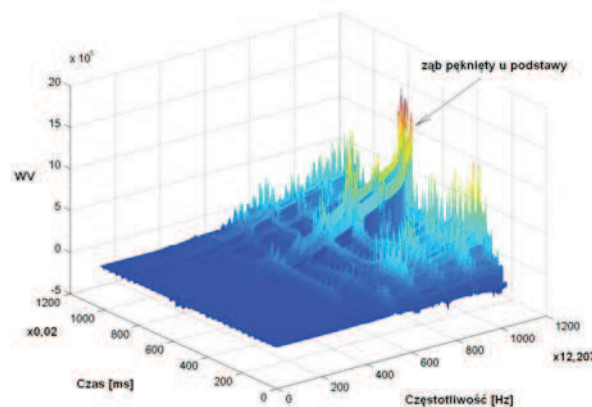
Rys.15. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a sygnału resztkowego przyspieszeń drgań wału zębniaka – koła nieuszkodzone



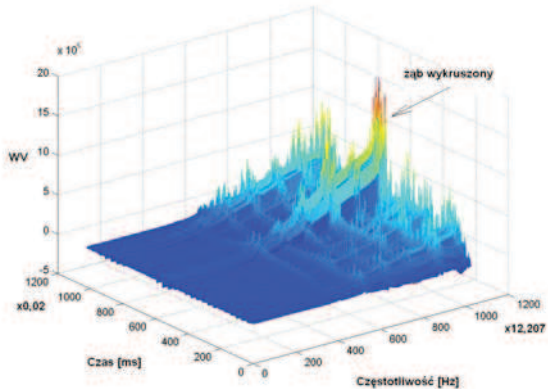
Rys.16. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a sygnału resztkowego przyspieszeń drgań wału zębnika – zab koła pęknięty u podstawy (zmniejszenie sztywności zazębienia o 6%)



Rys. 18. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a sygnału resztkowego przyspieszeń drgań wału zębnika – wierzchołek zęba koła wykruszony (zmniejszenie długości odcinka przyporu dwuparowego o 6%)



Rys.17. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a sygnału resztkowego przyspieszeń drgań wału zębnika – zab koła pęknięty u podstawy (zmniejszenie sztywności zazębienia o 30%)



Rys. 19. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a sygnału resztkowego przyspieszeń drgań wału zębnika – wierzchołek zęba koła wykruszony (zmniejszenie długości odcinka przyporu dwuparowego o 30%)

Kolejne rysunki 16 i 17 przedstawiają rozkład WV sygnału resztkowego w przypadku pęknięcia zęba u podstawy, które spowodowało odpowiednio zmniejszenie sztywności współpracującej pary zębów odpowiednio o 6% i 30%. W rozkładzie WV wejście w przypór pękniętego zęba jest wyraźnie widoczne na tle innych zazębień. W przedstawionych powyżej analizach czasowo częstotliwościowych brano pod uwagę nieuśredniony sygnał przyspieszeń drgań w obecności błędów losowych podziałki. W związku z tym pogłębianie się pęknięcia prowadzące do spadku sztywności zęba nie wywoływało znaczącej zmiany amplitudy w analizie WV.

Podobne wyniki otrzymano analizując sygnał resztkowy w przypadku wykruszenia wierzchołka zęba koła – rys. 18 i 19. Wejście w przypór wykruszonego zęba jest w tym przypadku również wyraźnie widoczne w analizie WV sygnału resztkowego przyspieszeń a zwiększanie wykruszenia z powodów wyżej wymienionych nie zmienia w istotny sposób amplitudy w analizie WV.

8. WNIOSKI

Biorąc pod uwagę wyniki badań można stwierdzić, że przyrost temperatury oleju w przekładni spowodowany wzrostem przenoszonej mocy (rys. 7, 8) powoduje zmniejszenie strat mocy spowodowanych rozbrzygniawaniem oleju.

Należy uwzględnić w badaniach modelowych zmiany lepkości kinematycznych oleju w funkcji temperatury.

Dostrojony model dynamiczny pozwala uzyskać wyniki zgodne z doświadczeniem.

Analiza Wignera Ville'a sygnału resztkowego pozwala wykrywać uszkodzenia kół takie jak pęknięcie zęba u podstawy lub wykruszenie wierzchołka już we wczesnych stadiach

9. LITERATURA

- [1] Müller L.: Przekładnie zębata - projektowanie. WNT, Warszawa 1996.
- [2] Müller L.: Przekładnie zębata - badania. WNT, Warszawa 1984.
- [3] Müller L., Wilk A.: Sprawność przekładni zębatach. Przegląd Mechaniczny, Zeszyt 2/1969.
- [4] Wilk A., Niedziela Z., Łazarz B.: Wspomagane komputerowo konstruowanie walcowych przekładni zębatach. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1991.
- [5] Kudriawcew W.N. i inni: Płanetaryjne pieriadaczi. Sprawocznik. Maszynostrojenije, Leningrad 1977.
- [6] Dietrich M. (red.): Podstawy konstrukcji maszyn. Tom 3. Wydanie trzecie. WNT, Warszawa 1999.
- [7] Dziama A., Michniewicz M., Niedźwiedzki A.: Przekładnie zębata. Wydanie drugie. PWN, Warszawa 1995.
- [8] Stewart R.M.: Some Useful Data Analysis Techniques for Gearbox Diagnostics. Report MHM/R/10/77, Machine Health Monitoring Group, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, 1977.



Bogusław Łazarz

– adiunkt w Instytucie Transportu Politechniki Śląskiej. Specjalizuje się w zakresie diagnostyki wibroakustycznej przekładni zębatach, modelowania i wspomaganego komputerowo projektowania układów przeniesienia napędu z przekładnią zębata oraz metod przetwarzania sygnałów. Członek Polskiego Towarzystwa Diagnostyki Technicznej i Sekcji Podstaw Eksploatacji Komitetu Budowy Maszyn.