

**Janusz MUSIAŁ, Michał STYP-REKOWSKI**  
Akademia Techniczno-Rolnicza, Bydgoszcz

## **MODELOWANIE ZMIAN W STRUKTURZE GEOMETRYCZNEJ POWIERZCHNI ELEMENTÓW PAR KINEMATYCZNYCH Z TARCIEM TOCZNYM**

### **Słowa kluczowe**

Łożysko toczne, struktura geometryczna powierzchni, model matematyczny.

### **Streszczenie**

W referacie przedstawiono próbę modelowania zmian zachodzących w strukturze geometrycznej powierzchni elementów specjalnych łożysk tocznych. Miarą obserwowanych zmian w funkcji amplitudy naprężeń kontaktowych dla różnych czasów użytkowania była zmiana wartości wybranych parametrów chropowatości. Zarejestrowane zmiany opisano modelami matematycznymi w postaci wielomianów różnego stopnia. Przeprowadzono także ocenę statystyczną opracowanych modeli.

### **Wprowadzenie**

Łożyska toczne stanowią reprezentatywny przykład złożonych par kinematycznych z tarcie tocznym. Typowe łożyska toczne są wytworami dobrze znanymi, w dużej mierze znormalizowanymi podobnie jak też zjawiska towarzyszące procesowi ich zużywania. Współcześnie obserwuje się coraz częstsze stosowanie łożysk specjalnych, w stosunku do których posiadana wiedza jest niewystarczająca, stąd też celem niniejszych badań jest wypełnienie tej luki.

Podczas użytkowania par kinematycznych z tarcie tocznym, następują wyraźne zmiany w strukturze geometrycznej powierzchni (SGP), które mają

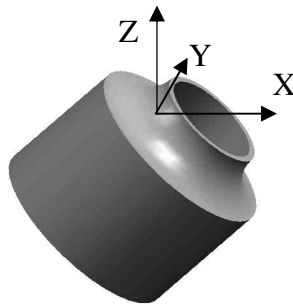
związek z czynnikami eksploatacyjnymi procesu zużywania powodowanego w tym przypadku głównie tarcieniem tocznym [3]. Znajomość przebiegu zmian w strukturze warstwy wierzchniej jest niezbędnym elementem w projektowaniu, modelowaniu procesów eksploataowania i diagnozowaniu wszelkich maszyn [7].

Dobór odpowiednich parametrów niezbędnych do opisu struktury geometrycznej konkretnej powierzchni wynika przede wszystkim z analizy zjawisk decydujących o jej właściwościach użytkowych, często także z możliwości pomiarowych.

## 1. Obiekt i metodyka badań

Jako obiekt badań przyjęto skośne łożysko kulkowe. Jest to łożysko specjalne, w którym, ze względu na postać konstrukcyjną i związaną z nią kinematyką jego elementów, duża jest intensywność zjawisk towarzyszących transformacji struktury geometrycznej powierzchni, co stwarza lepsze warunki obserwacji.

Ze względu na charakter obciążenia, kinematykę elementów łożyska i całą istotę jego działania w warunkach rzeczywistych, większe zmiany w badanej tocznej parze kinematycznej zachodzą na bieżni na pierścieniu wewnętrznym, dlatego też pomiary i obserwacje przeprowadzano na tym elemencie łożyska. Postać konstrukcyjną obiektu badań wraz z przyjętym układem współrzędnych przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Obiekt badań i przyjęty w badaniach układ współrzędnych

Zużywanie łożysk tocznych ma charakter głównie zmęczeniowy. Ponieważ trwałość zmęczeniową determinuje poziom obciążenia zmiennego, intensywność procesu zużywania zależy od amplitudy nacisków zmiennych  $\sigma_{\psi}$ .

Jako czynnik eksploatacyjny wymuszający zmiany w SGP przyjęto amplitudę nacisków  $\sigma_{\psi}$ , której wartość zależy od siły, z jaką kulka oddziałuje na pierścień wewnętrzny. W badaniach wykorzystano fakt, że rozkład sił na obwodzie skośnego łożyska tocznego jest nierównomierny. Dla przypadku, w którym:

- pierścień wewnętrzny jest nieruchomy,
- siła zewnętrzna ma stałe: wartość, kierunek i zwrot,
- wiruje pierścień zewnętrzny,

zaznaczając położenie pierścienia wewnętrznego istnieje możliwość obserwacji przebiegu zmian w określonym miejscu bieżni wewnętrznej, dla określonej amplitudy nacisków. Do badań przyjęto następujące wartości nacisków  $\sigma_{\psi} = 1520 \text{ MPa}$ ,  $1381 \text{ MPa}$ ,  $887 \text{ MPa}$ ,  $621 \text{ MPa}$ ,  $0 \text{ MPa}$ . Takie wartości reprezentują zmiany w pełnym zakresie obciążeń rzeczywistych badanego typu łożyska [2].

Na podstawie licznych informacji literaturowych, np. [4, 5] stwierdzono, że w analizach SGP nie zawsze zachodzi potrzeba korzystania ze wszystkich istniejących parametrów. Na podstawie studium literaturowego wybrano elementy zbioru parametrów mierzonych w prezentowanych badaniach. Jednym z nich jest podstawowy parametr chropowatości – średnie arytmetyczne odchylenie,  $S_a$ .

Ze względu na to, że badane łożyska toczne są poddane obciążeniu zmiennemu przyjęto do analiz parametr  $S_v$  – określający maksymalną wartość wgłębienia. Uzasadniając wybór tego parametru należy stwierdzić, że wgłębienia profilu chropowatości można uznać jako nieciągłość struktury i jako takie stanowią mogą miejsca inicjacji pęknięć zmęczeniowych. Z drugiej jednak strony zagłębienia powierzchniowe mogą stanowić obszary, w których gromadzić się może smar, ich oddziaływanie jest więc zdecydowanie pozytywne.

W analizach wykorzystywano także parametr  $S_t$  w celu porównania przedstawionych wcześniej parametrów amplitudowych z całkowitą wysokością chropowatości.

W układzie pomiarów stereometrycznych ważnym parametrem jest parametr przestrzenny  $S_{ds}$  – gęstość wierzchołków na  $\text{mm}^2$ .

Aby ocena chropowatości powierzchni badanych była pełna, oprócz wyżej przedstawionych parametrów do badań przyjęto parametr opisujący kształt nierówności:  $S_{dq}$  – średnie kwadratowe pochylenie.

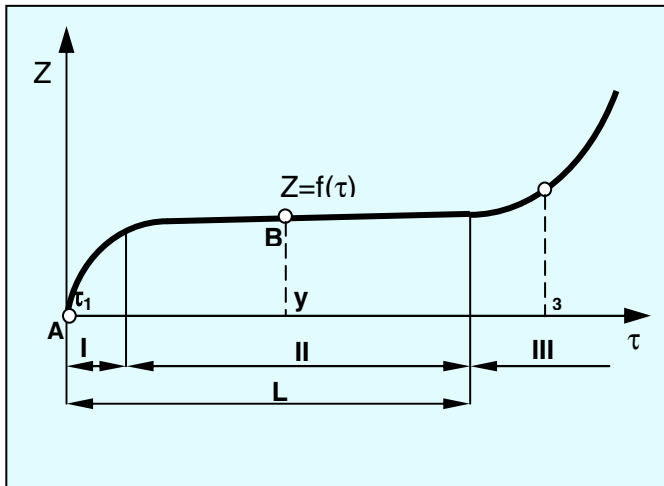
W wyniku przeprowadzonych analiz i selekcji przyjęty do dalszych rozważań zbiór parametrów chropowatości zawiera więc następujące składowe:  $S_a$ ,  $S_v$ ,  $S_t$ ,  $S_{ds}$ ,  $S_{dq}$ .

Pomiarów parametrów opisujących strukturę geometryczną powierzchni dokonywano po następujących czasach eksploatacji łożysk:

- na początku badań,  $\tau_1 = 0 \text{ s}$ ,
- po upływie czasu stanowiącego w przybliżeniu połowę przewidywanej trwałości,  $\tau_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ s}$ ,
- w fazie przyspieszonego zużycia,  $\tau_3 = 3,9 \cdot 10^5 \text{ s}$ .

Na rysunku 2 przedstawiono typowy przebieg procesu zużycia. Wyraźne są w nim trzy okresy:

- I – szybkiego wzrostu intensywności zużycia,
- II – ustalonego poziomu lub niewielkich zmian zużycia,
- III – ponownie szybkiego wzrostu intensywności zużycia.



Rys. 2. Graficzny zapis procesu zużycia

W tradycyjnym ujęciu przyjmuje się, że trwałość jest sumą I i II okresu. Na podstawie badań [6] stwierdzono, że przy kryterium trwałości w postaci poziomu oporów ruchu do okresu wyznaczającego granicę zdadności, a więc jako trwałość łożysk można przyjąć jeszcze część okresu III, dlatego też w tym okresie przyjęto trzeci punkt, w którym obserwowano przebieg zmian. Czas, w którym dokonywano obserwacji schematycznie zaznaczono na rysunku 2.

## 2. Analiza statystyczna

W celu wyznaczenia zależności parametrów chropowatości bieżni na pierścieniu wewnętrznym od amplitudy nacisków, estymowano współczynniki równań regresji w założonej postaci.

Opracowano modele matematyczne w postaci wielomianów drugiego i trzeciego stopnia dla poszczególnych czasów eksploatacji badanego łożyska z wyjątkiem czasu  $\tau_1 = 0$  s, dla którego wartości parametrów chropowatości były stałe i zależne jedynie od parametrów technologicznych.

Postać szczegółowa modeli dla poszczególnych parametrów zarejestrowanych w czasie  $\tau_2 = 2,1 \cdot 10^5$  s, jest następująca:

a) wielomian drugiego stopnia:

$$Sa = 0,269 + 0,009 \cdot \sigma_{\psi} - 7,60 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$Sv = 3,252 + 0,074 \cdot \sigma_{\psi} - 0,76 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$St = 4,793 + 0,166 \cdot \sigma_{\psi} - 1,78 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$Sds = 454,900 - 4,780 \cdot \sigma_{\psi} + 2,30 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$Sdq = 0,047 + 0,329 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\psi} - 3,08 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_{\psi}^2.$$

b) wielomian trzeciego stopnia:

$$Sa = 0,225 + 0,020 \cdot \sigma_{\psi} - 0,001 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 2,50 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$Sv = 2,881 + 0,166 \cdot \sigma_{\psi} - 0,004 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 2,10 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$St = 3,941 + 0,378 \cdot \sigma_{\psi} - 8,200 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 4,70 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$Sds = 463,500 - 6,900 \cdot \sigma_{\psi} + 0,067 \cdot \sigma_{\psi}^2 - 0,50 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$Sdq = 0,046 + 0,653 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\psi} - 1,300 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma_{\psi}^2 + 7,10 \cdot 10^{-8} \cdot \sigma_{\psi}^3.$$

Otrzymane modele matematyczne opracowano statystycznie wyznaczając następujące wielkości:

- współczynnik korelacji, R,
- błąd standardowy regresji, s,
- statystykę F-Snedecora, F,
- 95% kwantyl rozkładu F-Snedecora,  $F_{\text{tab.}}$ ,
- współczynnik będący stosunkiem  $F/F_{\text{tab.}}$ .

Ważną wielkością statystyczną jest współczynnik korelacji R, który jest syntetyczną miarą współzależności między jedną ze zmiennych a drugą oraz istotność i adekwatność modelu.

Przyjmuje się, że model można uznać za istotny i adekwatny, jeżeli spełniony jest warunek [1]:

$$F/F_{\text{tab.}} \geq 4,$$

a jedynie istotny, gdy stosunek ten spełnia nierówność:

$$F/F_{\text{tab.}} > 1.$$

Zestawienie wartości współczynnika korelacji R oraz współczynnika  $F/F_{\text{tab.}}$ , dla przyjętych postaci modeli zamieszczono w tablicy 1.

Na podstawie tych wyników stwierdzić można, że modele w postaci wielomianu trzeciego stopnia posiadają współczynnik korelacji o wartości najbliższej 1,0 oraz że charakteryzują się największą istotnością i adekwatnością. Wyjątek w tym względzie stanowi parametr Sdq, dla którego model w postaci wielomianu drugiego stopnia wykazuje większą wartość współczynnika  $F/F_{\text{tab.}}$ , co wskazuje na lepsze dopasowanie do zmian stwierdzonych w badaniach doświadczalnych.

Tabela 1. Wartości współczynnika korelacji R i współczynnika  $F/F_{\text{tab.}}$  dla przyjętych modeli zmian analizowanych parametrów chropowatości dla  $\tau_2 = 2,1 \cdot 10^5$  s

Model Parametr	R		$F/F_{\text{tab.}}$	
	$a+bx+cx^2$	$a+bx+cx^2+dx^3$	$a+bx+cx^2$	$a+bx+cx^2+dx^3$
Sa	0,791	0,891	7,931	13,111
Sv	0,691	0,836	4,342	7,921
St	0,688	0,851	4,282	9,013
Sds	0,991	0,992	2,941	3,232
Sdq	0,635	0,696	218,692	203,069

Z wyników statystycznych prezentowanych w tabeli1 wynika, że niektóre z przyjętych modeli są jedynie istotne – parametr Sds.

Przeprowadzono również obliczenia statystyczne modeli opracowanych dla czasu  $\tau_3 = 3,9 \cdot 10^5$  s.

Zestaw równań dla poszczególnych parametrów chropowatości zarejestrowanych w czasie  $\tau_3$  jest następujący:

a) wielomian drugiego stopnia:

$$Sa = 0,246 + 10,744 \cdot \sigma_{\psi} - 3,329 \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$Sv = 3,652 + 83,615 \cdot \sigma_{\psi} - 41,236 \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$St = 4,491 + 140,731 \cdot \sigma_{\psi} - 67,604 \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$Sds = 470,985 + 59,577 \cdot \sigma_{\psi} - 215,430 \cdot \sigma_{\psi}^2,$$

$$Sdq = 0,044 + 0,016 \cdot \sigma_{\psi} - 0,007 \cdot \sigma_{\psi}^2.$$

b) wielomian trzeciego stopnia

$$Sa = 0,191 + 14,406 \cdot \sigma_{\psi} - 10,382 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 3,125 \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$Sv = 3,053 + 123,480 \cdot \sigma_{\psi} - 117,991 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 34,016 \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$St = 3,596 + 200,247 \cdot \sigma_{\psi} - 128,190 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 50,783 \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$Sds = 475,751 - 257,620 \cdot \sigma_{\psi} + 395,283 \cdot \sigma_{\psi}^2 - 270,660 \cdot \sigma_{\psi}^3,$$

$$Sdq = 0,044 + 0,024 \cdot \sigma_{\psi} - 0,022 \cdot \sigma_{\psi}^2 + 0,007 \cdot \sigma_{\psi}^3.$$

Wybrane wyniki obliczeń statystycznych dla powyższych modeli zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości współczynnika korelacji R i współczynnika  $F/F_{\text{tab}}$  dla przyjętych modeli zmian analizowanych parametrów chropowatości dla  $\tau_3 = 3,9 \cdot 10^5$  s

Model Parametr	R		$F/F_{\text{tab}}$	
	$a+bx+cx^2$	$a+bx+cx^2+dx^3$	$a+bx+cx^2$	$a+bx+cx^2+dx^3$
Sa	0,989	0,991	192,651	182,309
Sv	0,979	0,989	102,625	150,154
St	0,980	0,987	104,578	126,829
Sds	0,989	0,995	200,760	312,672
Sdq	0,798	0,802	7,602	6,237

Obliczone wartości współczynnika korelacji R są bliskie 1,0, a wartości współczynnika  $F/F_{\text{tab}}$  są bardzo duże, co świadczy o tym, że w tej grupie modeli są one istotne i adekwatne dla wszystkich parametrów.

### Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono, że dla przyjętych kryteriów statystycznych nie ma rozwiązań wyraźnie najlepszych dla wszystkich analizowanych postaci modeli.

Istotne jest, aby modele te były w miarę dokładne, lecz jednocześnie miały postać umożliwiającą praktyczne ich wykorzystanie. Dalsze zwiększanie stopnia wielomianu zwiększy tylko nieznacznie wartości statystyk, jednakże połączone to będzie ze wzrostem złożoności modeli, co jest cechą niekorzystną dla praktyki przemysłowej.

Zależności między parametrami opisującymi SGP a naciskami w strefie kontaktu elementów tocznych z bieżnią na pierścieniu wewnętrznym, wywołanymi obciążeniem zewnętrznym łożyska, ułatwiają dobór cech warstwy wierzchniej, dla których będzie ona charakteryzowała się oczekiwanymi cechami użytkowymi.

## Bibliografia

1. Draper N.R., Smith H.: Analiza regresji stosowanej. PWN, Warszawa 1973.
2. Musiał J.: Badania wpływu wybranych obciążeń zewnętrznych na zmiany geometrii powierzchni roboczych łożysk tocznych. Praca doktorska, Akademia Techniczno-Rolnicza, Bydgoszcz 2003.
3. Musiał J.: Wpływ transformacji technologicznej w eksploatacyjną WW na cechy użytkowe łożysk tocznych. Materiały Konferencyjne IX Kongresu Eksploatacji Urządzeń Technicznych. Krynica 2001, s. 109÷115.
4. Nowicki B.: Kierunki rozwoju metrologii struktury geometrycznej powierzchni. III Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej – WW'96”. Gorzów Wlkp. – Lubniewice 1996, s. 45÷54.
5. Oczóś E.K., Liubimov V.: Struktura geometryczna powierzchni. Rzeszów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej 2003.
6. Styp-Rekowski M.: Znaczenie cech konstrukcyjnych dla trwałości skośnych łożysk kulkowych. Wydawnictwo Naukowe ATR, seria Rozprawy, nr 103, Bydgoszcz 2001.
7. Styp-Rekowski M., Musiał J.: Kształtowanie cech tribologicznych łożysk specjalnych na poszczególnych etapach działalności inżynierskiej. Tribologia nr 5-6/1997, s. 921÷928.

Recenzent:  
**Wiesław OSTAPSKI**

## **Modelling of changes of surface geometrical structure of kinematic pairs with rog friction**

### **Summary**

In procesented paper the trial of modelling of change in surfaces in surface geometrical structure of special rolling bearings elements is shown. As a measure of observed changes one admitt changes of some roughness parameters. In the experiments changes of chosen parameters as a function of contact stresses amplitude were recorded for different values of time of operation. Recorded changes were described by mathematical models in the form of polynominals second and third degree. Statistical assesment of worked out models were made too.