

## Analiza obciążenia łukowego złącza ciernego

*W odrzwiach obudowy podatnej stosowanej w wyrobiskach korytarzowych występują łukowe złącza cierne. Złącza te mają decydujący wpływ na parametry pracy odrzwi i całej obudowy. Ze względu na powszechność stosowania odrzwiowej obudowy podatnej do wyrobisk korytarzowych bardzo istotne znaczenie ma analiza pracy tych złączy. W artykule przedstawiono analizę sił wewnętrznych w łukowym złączu ciernym w zależności od jego parametrów geometrycznych. Wyznaczono geometryczny współczynnik złącza łukowego charakteryzujący zależność pomiędzy cięciwą łuku a jego strzałką, który ma bardzo istotny wpływ na wartości sił wewnętrznych. Analizę przeprowadzono dla łukowych złączy ciernych bez odporu i z odporem biernym. Przedstawione wyniki świadczą o istotnym znaczeniu odporu biernego oraz geometrii łuku na rozkład sił wewnętrznych w łukowym złączu ciernym, co ma istotny wpływ na jego pracę.*

### 1. WSTĘP

Do zabezpieczania podziemnych wyrobisk korytarzowych powszechnie stosuje się stalową obudowę podatną złożoną z odrzwi oraz ze stojaków ciernych.

Stojaki i odrzwia wykonane są z kształtowników korytkowych o przekroju otwartym połączonych strzemionami. Połączenia sąsiednich kształtowników tworzą złącza cierne. Złącza te decydują o podatności odrzwi i stojaków ciernych oraz zapewniają im podatność zsuwną, czyli zdolność do względnego przemieszczania się współpracujących kształtowników pod wpływem obciążenia zewnętrznego.

Ze względu na promień wygięcia kształtowników tworzących złącze cierne można wyróżnić złącza cierne wykonane z łukowych profili zwane łukowymi złączami ciernymi oraz złącza wykonane z prostych odcinków profili zwane prostymi złączami ciernymi lub krótko złączami ciernymi.

W stojakach ciernych wykorzystywane jest proste złącze cierne, które tworzą dwa prostoliniowe odcinki kształtowników połączonych strzemionami. W odrzwiach obudowy podatnej współpraca kształtowników w złączach ciernych odbywa się wzdłuż linii łukowych. W takich przypadkach mamy do czynienia z łukowymi złączami ciernymi.

W obecnie stosowanej obudowie podatnej wyrobisk korytarzowych masowo wykorzystuje się odrzwia, o parametrach których decydują łukowe złącza cierne (rys. 1).



Rys. 1. Odrzwia obudowy podatnej z łukowymi złączami ciernymi

Mimo tak powszechnego występowania łukowych złączy ciernych rzadko spotyka się opracowania poświęcone badaniom i analizom ich pracy, z wyjątkiem pracy [2], w której przedstawiono wyniki badań łukowych złączy ciernych obciążonych statycznie i dynamicznie; wszystkie pozostałe badania złączy ciernych obejmowały swoim zakresem złącza wykonane z prostych odcinków kształtowników.

Fakt niewielkiej liczby badań i analiz pracy dotyczących łukowych złączy ciernych wynika z tego, że badania te są znacznie trudniejsze do przeprowadzenia oraz że nie są one ujęte w Polskiej Normie.

W przypadku prostych złączy ciernych Polska Norma [3] określa sposób prowadzenia ich badań przy osiowym ściskaniu i przy zginaniu. Bardzo często poprzestaje się na tych badaniach, przenosząc interpretację ich wyników również na łukowe złącza cierne, co nie powinno mieć w praktyce miejsca.

Należy bowiem przyjąć, że wyniki badań przeprowadzonych dla prostych złączy ciernych nie dają miarodajnych i wiarygodnych wyników w odniesieniu do pracy łukowych złączy ciernych, co wynika z faktu bardziej złożonego rozkładu sił wewnętrznych dla złącza łukowego w stosunku do złącza prostego.

Na przykład wyznaczone dla prostych złączy ciernych charakterystyki pracy przy ich osiowym ściskaniu nie uwzględniają wpływu momentu zginającego oraz siły poprzecznej, które występują w przypadku ściskania łukowych złączy ciernych.

Brak opracowania normowego dotyczącego badań łukowych złączy ciernych wydaje się niezrozumiałe w kontekście tego, że w praktyce w zdecydowanej większości przypadków mamy do czynienia z łukowymi złączami ciernymi.

Prowadzone są natomiast badania całych odrzwi ujęte w Polskiej Normie [4]. Przy badaniach całych odrzwi w warunkach dołowych i w trakcie badań stanowiskowych mamy wprowadzić do czynienia z łukowymi złączami ciernymi, lecz w tych przypadkach najczęściej analizie podlega praca całej konstrukcji odrzwi. Na podstawie tych badań wnioski formułuje się w stosunku do całej konstrukcji odrzwi, a nie do najistotniejszej jej części, jaką jest złącze cierne. Powoduje to, że często nieprawidłowości związane z pracą tylko złącza ciernego, które powodują zaburzenia w pracy całej odrzwi nie są prawidłowo zidentyfikowane. W konsekwencji są one przenoszone na konstrukcje całych odrzwi i trudne do wyeliminowania.

W kontekście powyższych uwag zasadnym staje się prowadzenie niezależnych badań łukowych złączy ciernych.

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki analizy sił wewnętrznych łukowego złącza ciernego z odporem i bez oporu biernego oraz omówiono jego charakterystykę pracy.

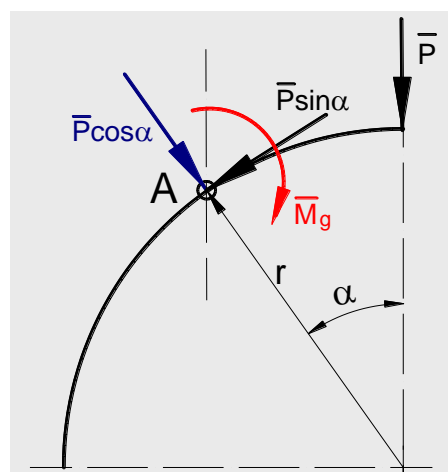
## 2. CHARAKTERYSTYKA PRACY ŁUKOWEGO ZŁĄCZA CIERNEGO

Różnica między prostym a łukowym złączem ciernym w zakresie sił wewnętrznych oraz zewnętrznych sił biernych (reakcji) jest szczególnie widoczna w przypadku ich osiowego ściskania.

W przypadku złącza prostego można przyjąć, że przy osiowym jego ściskaniu na współpracujące kształtowniki działa siła osiowa, powodując ich ściskanie. Przesunięcie geometrycznych środków przekrojów poprzecznych współpracujących kształtowników powoduje, że pojawiają się również moment zginający i siła poprzeczna w ich przekrojach poprzecznych. Ich wartości są niewielkie, a wpływ na stan odkształcenia i naprężenia pomijalnie mały, co powoduje, że nie uwzględnia się ich wpływu przy obliczaniu prostych złączy ciernych.

Dla łukowego złącza ciernego obciążonego osiowo (wzdłuż prostej łączącej jego końce), wpływ momentu zginającego oraz siły poprzecznej jest bardzo duży.

Na rysunku 2 przedstawiono rozkład sił wewnętrznych w przekroju poprzecznym łukowego złącza ciernego.



Rys. 2. Rozkład sił wewnętrznych w przekroju łukowego złącza ciernego

Rozkłady wartości siły poprzecznej oraz momentu zginającego w łukowym złączu ciernym mają istotny wpływ na charakter jego pracy, decydując wraz z wartościami sił tarcia pomiędzy współpracującymi kształtownikami, czy w złączu dojdzie do zsuwu, czy też będzie ono pracowało jako sztywne.

Rozkłady wartości sił wewnętrznych w łukowym złączu ciernym uzależnione są od sposobu jego podparcia, który jest wynikiem rzeczywistego oddziaływania górotworu na odrzwa obudowy podatnej.

Odrzvia obudowy podatnej działają na zasadzie zrównoważenia układu zewnętrznych sił czynnych układem sił biernych, co w sposób istotny wpływa na rozkład sił wewnętrznych. Konsekwencją działania sił zewnętrznych jest pojawienie się oddziaływań odrzwi na strop i ociosy.

Dlatego też przy analizie pracy łukowych złączy ciernych konieczne jest uwzględnienie sposobu realizacji reakcji bocznej, zwanej także odporem biernym.

W praktyce reakcja ta jest wynikiem nacisku, jaki wywierają obciążone odrzvia obudowy podatnej na otaczający je górotwór i zależna jest od sposobu zabudowy odrzwi w wyrobisku oraz od sztywności wykładki. Szczególnie istotne znaczenie na wartość tej reakcji ma rodzaj i sposób wykonania wykładki wypełniającej przestrzeń pomiędzy odrzwiami a obrysem wyrobiska, co bezpośrednio wpływa na nośność i podatność odrzwi obudowy podatnej [2].

W niniejszym artykule rozpatrzono przypadek osiowego ściskania łukowego złącza ciernego bez odporu biernego i z odporem biernym działającym symetrycznie w środku złącza ciernego między strzemionami (rys. 3).

Przypadek braku odporu biernego będzie odpowiadał sytuacji, gdy przestrzeń pomiędzy odrzwiami obudowy a ociosem wyrobiska jest pusta. Jest to bardzo niekorzystny przypadek użytkowania obudowy podatnej, który niestety czasami występuje w praktyce. Przypadek drugi obejmuje sytuację, w której wykładka będzie idealnie sztywna i dokładnie wypełni przestrzeń pomiędzy odrzwiami a obrysem wyrobiska.

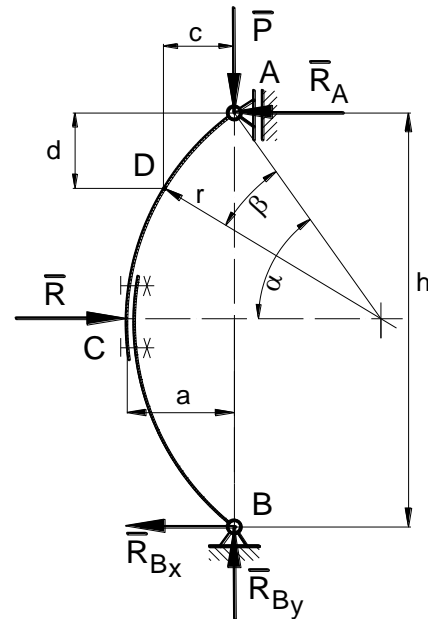
### 3. ANALIZA SIŁ WEWNĘTRZNYCH DLA ŁUKOWEGO ZŁĄCZA CIERNEGO Z ODPOREM I BEZ ODPORU BIERNEGO

Na rysunku 3 przedstawiono schemat łukowego złącza ciernego z oznaczonymi parametrami geometrycznymi oraz sposobem zamocowania i obciążenia. W schemacie tym przyjęto, że promienie obu łuków tworzących złącze cierne są takie same.

Korzystając z przyjętego schematu można określić wpływ wartości cięciwy łuku ( $h$ ) oraz strzałki łuku ( $a$ ) na wartość momentu zginającego oraz siły poprzecznej i podłużnej działających w przekroju poprzecznym łuku.

Równanie momentu zginającego działającego w punkcie D przekroju łuku będzie miało postać:

$$M_{g\beta} = -P \cdot c + R_A \cdot d \quad (1)$$



Rys. 3. Schemat obciążenia łukowego złącza ciernego z odporem biernym

przy czym kąt  $\beta$  będzie się zmieniał w zakresie:  $0 \leq \beta \leq \alpha$ .

Wykorzystując zależności geometryczne można wyznaczyć:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \beta) &= \frac{0,5h - d}{r} \Rightarrow \\ d &= -r \sin(\alpha - \beta) + \frac{h}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \frac{r - (a - c)}{r} \Rightarrow \\ c &= r \cos(\alpha - \beta) - r + a \Rightarrow \end{aligned}$$

$$c = r[\cos(\alpha - \beta) - 1] + a \quad (3)$$

Podstawiając zależności (2) i (3) do równania (1) otrzymamy:

$$\begin{aligned} M_{g\beta} &= -P \cdot \{r[\cos(\alpha - \beta) - 1] + a\} + \\ &+ R_A \cdot [-r \sin(\alpha - \beta) + \frac{h}{2}] \end{aligned} \quad (4)$$

Z równania tego możemy wyznaczyć wartości momentów zginających działających w dowolnym przekroju łuku.

Korzystając z równania (4) możemy wyznaczyć maksymalną wartość momentu zginającego działającego na rozpatrywany łuk. Wartość ta zostanie osiągnięta w punkcie C ( $\alpha = \beta$ ) i będzie wynosiła:

$$\begin{aligned}
 - \text{dla } \alpha = \beta \Rightarrow M_{g\beta\max} &= -P \cdot \{r[\cos(\alpha - \alpha) - 1] + a\} + \\
 &+ R_A \left[ -r \sin(\alpha - \alpha) + \frac{h}{2} \right] \Rightarrow \\
 M_{g\beta\max} &= -P \cdot a + R_A \cdot \frac{h}{2} \quad (5)
 \end{aligned}$$

Na podstawie otrzymanych zależności można stwierdzić, że bardzo istotny wpływ na wartość momentu zginającego działającego na łukowe złącze cierne mają, oprócz wartości siły zewnętrznej, długość cięciwy łuku ( $h$ ) oraz strzałki łuku ( $a$ ).

Przyjmując, że są to dwa podstawowe parametry charakteryzujące geometrię łuku oraz że promienie obu kształtowników tworzących łuk są takie same, można zdefiniować **geometryczny współczynnik łukowego złącza cierne** w postaci:

$$k_l = \frac{a}{h} \quad (6)$$

W przypadku gdy strzałka łuku ( $a$ ) jest równa zero, to mamy przypadek prostego złącza cierne (współczynnik  $k_l = 0$ ), a gdy strzałka łuku jest równa połowie wartości cięciwy łuku (współczynnik  $k_l = 0,5$ ), to mamy do czynienia z łukiem w postaci półkola.

W oparciu o geometryczny współczynnik łukowego złącza cierne można wyznaczyć maksymalne wartości momentów zginających działających na łukowe złącze cierne.

Analizę taką przeprowadzono z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Polegała ona na

wyznaczeniu rozkładu wartości momentów zginających działających na łukowe złącze cierne dla różnych wartości geometrycznego współczynnika złącza cierne przy stałej wartości obciążenia czynnego  $P$  zgodnie ze schematem obciążenia przedstawionym na rysunku 3.

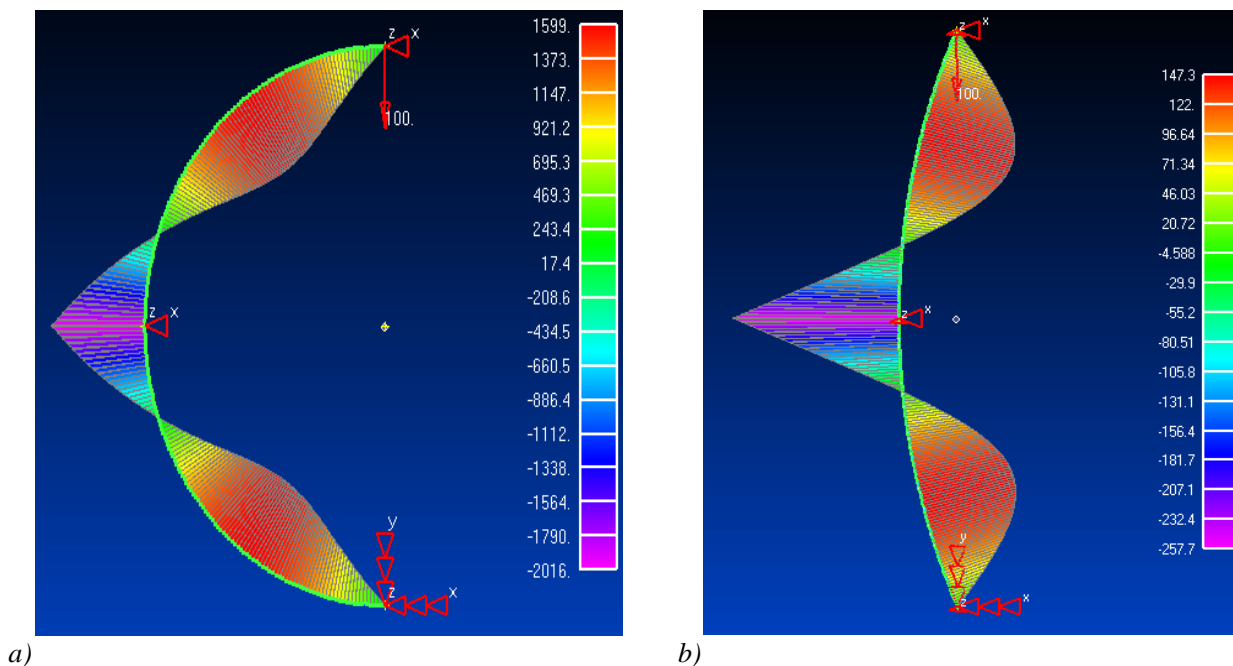
Na podstawie przeprowadzonej analizy wyznaczono szereg rozkładów sił wewnętrznych w łukowym złączu ciernym.

Na rysunku 4 przedstawiono rozkłady wartości momentu zginającego, a na rysunku 5 siły poprzecznej dla łukowych złączy cierne o różnych wartościach współczynnika  $k_l$ . Dla każdego z rozpatrywanych przypadków obciążenie czynne było stałe i wynosiło 100 kN. Stała była także długość cięciwy łuku wynosząca 1m.

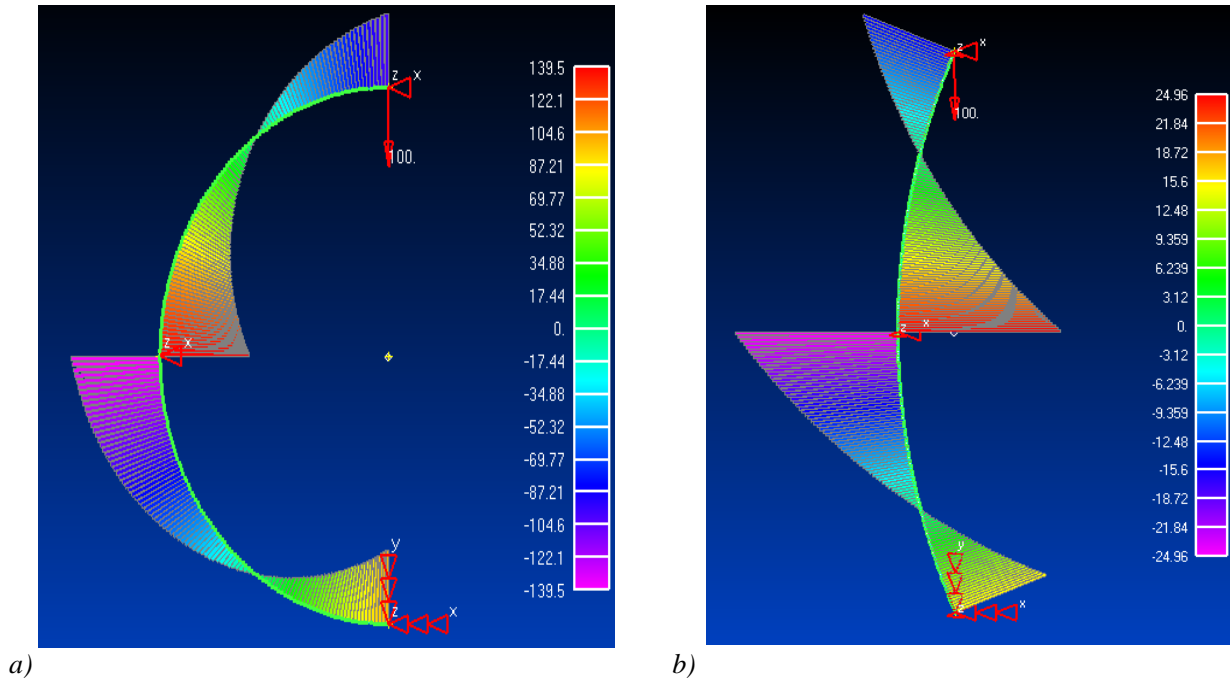
Analizując uzyskane rozkłady można stwierdzić, że parametry geometryczne łukowego złącza cierne mają bardzo istotny wpływ na wartości sił wewnętrznych oraz na wartość reakcji w punkcie C łuku (rys. 3), która odpowiada wartości reakcji w odporze biernym.

Dla każdego z analizowanych przypadków wyznaczono maksymalną wartość momentu zginającego oraz wartość reakcji w punkcie C (w odporze biernym).

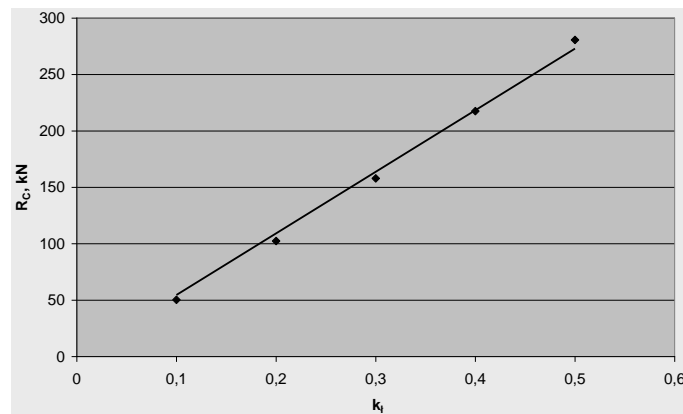
W oparciu o uzyskane wyniki wyznaczono zależności między wartością geometrycznego współczynnika łukowego złącza cierne a maksymalną wartością momentu zginającego działającego na złącze (rys. 6) oraz wartością reakcji w odporze biernym (rys. 7).



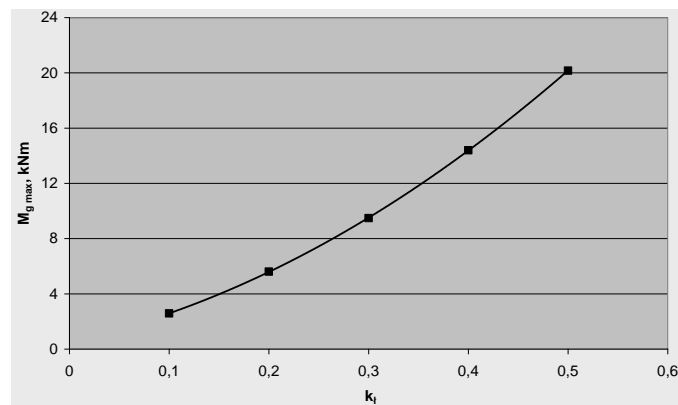
Rys. 4. Rozkład wartości momentu zginającego dla łukowego złącza cierne z odporze biernym  
a) dla  $k_l = 0,5$ ; b) dla  $k_l = 0,1$



Rys. 5. Rozkład wartości siły tnącej dla łukowego złącza ciernego z odporem biernym  
 a) dla  $k_1 = 0,5$ ; b) dla  $k_1 = 0,1$



Rys. 6. Zależność wartości reakcji  $R_c$  od wartości współczynnika  $k_1$  dla złącza ciernego z odporem biernym



Rys. 7. Zależność maksymalnej wartości momentu zginającego  $M_{g,max}$  od wartości współczynnika  $k_1$  dla złącza ciernego z odporem biernym

Tabela 1

Analiza statystyczna zależności wartości reakcji  $R_c$  od współczynnika  $k_l$ 

Model liniowy: $y = a \cdot x + b$		
Parametr	Ocena estymatora	Błąd standardowy
Współczynnik kierunkowy, a:	575,81	12,68
Wyraz wolny, b:	-8,22	3,21
Równanie prostej regresji: $R_c = 575,81 \cdot k_l - 8,22$		
Współczynnik korelacji: $r = 0,98$		

Tabela 2

Analiza statystyczna zależności maksymalnej wartości momentu zginającego  $M_{g \max}$  od współczynnika  $k_l$ 

Model wielomianowy drugiego stopnia: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$		
Parametr	Ocena estymatora	Błąd standardowy
Współczynnik, a:	46,57	0,87
Współczynnik, b:	15,99	0,53
Współczynnik, c:	0,52	0,06
Równanie krzywej regresji: $M_{g \max} = 46,57 \cdot k_l^2 + 15,99 \cdot k_l + 0,52$		
Współczynnik korelacji: $r = 0,99$		

W obliczeniach wykorzystano z funkcji korelacji zmiennych zależnych i niezależnych oraz dokonano analizy regresji prostej i parabolicznej dwóch zmiennych metodą minimalizacji kwadratów. Uzyskane wyniki potwierdzają wysoką korelację pomiędzy geometrycznym współczynnikiem łukowego złącza ciernego a wartością reakcji w odporze biernym (tab. 1) oraz maksymalną wartością momentu zginającego (tab. 2).

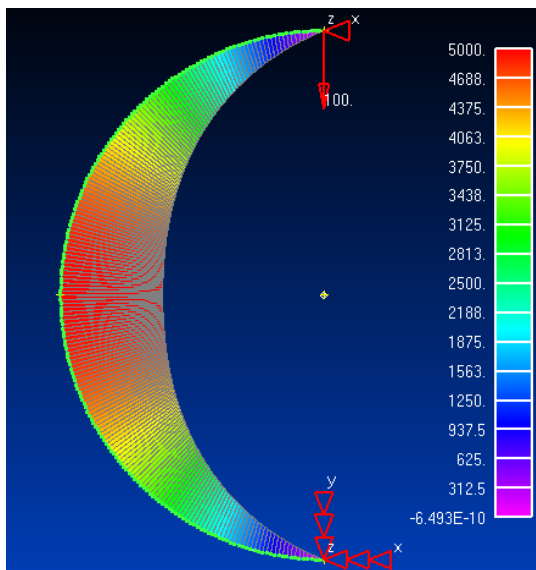
Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że wraz ze wzrostem wartości geometrycznego współczynnika łukowego złącza ciernego rosną wartości maksymalnego momentu zginającego oraz reakcji w odporze biernym złącza łukowego.

Ma to bardzo istotne znaczenie dla pracy złącza ciernego, gdyż im większa wartość momentu zgina-

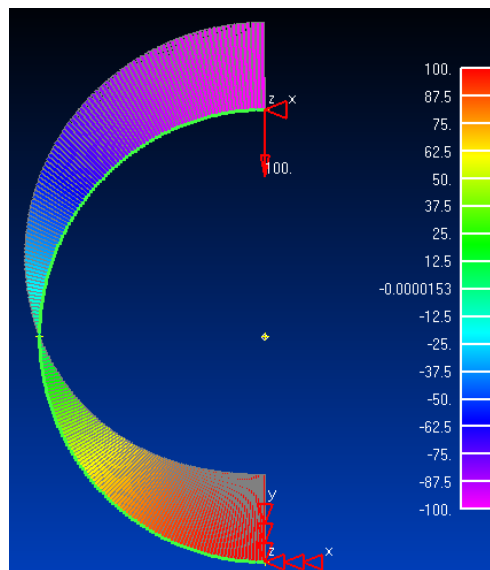
jącego tym trudniej występują zsuwy w łukowym złączu ciernym, a łatwiej dochodzi do jego zgięcia.

W celu porównania wpływu odporu biernego na rozkłady i maksymalne wartości momentu zginającego oraz siły poprzecznej działających na łukowe złącze cierne przeprowadzono także obliczenia dla łukowego złącza ciernego bez odporu biernego.

Otrzymane rozkłady wartości momentu zginającego oraz siły poprzecznej dla łukowego złącza ciernego bez odporu biernego o współczynniku  $k_l = 0,5$  przedstawiono odpowiednio na rysunkach 8 i 9. Obliczenia wykonano dla takich samych parametrów geometrycznych i obciążeniowych jak w przypadku układu z odporem biernym.



Rys. 8. Rozkład wartości momentu zginającego dla łukowego złącza ciernego bez odporu biernego



Rys. 9. Rozkład wartości siły poprzecznej dla łukowego złącza ciernego bez odporu biernego

Analizując otrzymane wyniki można stwierdzić, że dla łukowego złącza ciernego bez odporu biernego wartość momentu zginającego przyjmuje bardzo wysokie wartości, co znacznie ogranicza możliwość wystąpienia zsuwu w łukowym złączu ciernym. Również rozkład wartości siły poprzecznej wskazuje na większą możliwość wystąpienia procesu zginania niż zsuwu w złączu.

#### 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Przedstawione w niniejszym artykule wyniki badań łukowych złączy ciernych dowodzą, że ich geometria oraz sposób podparcia mają bardzo istotny wpływ na rozkład wartości sił wewnętrznych w złączach, które decydują o ich nośności i podatności zsuwej.

Ma to bardzo istotne znaczenie dla pracy odrzwi obudowy podatnej, w których stosowane są łukowe złącza cierne, gdyż obudowa ta powinna charakteryzować się odpowiednio wysoką nośnością przy jednoczesnym zachowaniu podatności będącej wynikiem zsuwów w złączach ciernych.

Wprowadzony i zdefiniowany w artykule geometryczny współczynnik łukowego złącza ciernego ułatwia opis geometrii i może być stosowany przy identyfikacji parametrów pracy łukowego złącza ciernego.

Analizując wpływ geometrii łukowego złącza ciernego na rozkład wartości sił wewnętrznych można stwierdzić, że wraz ze wzrostem wartości geometrycznego współczynnika łukowego złącza rośnie wartość maksymalnego momentu zginającego działającego na złącze. Wzrost ten powoduje, że złącze jest bardziej podatne na zginanie i trudniej dochodzi w nim do zsuwu.

Jest to szczególnie widoczne dla łukowego złącza ciernego bez odporu biernego. W takim przypadku występuje bardzo niekorzystny rozkład momentu zginającego oraz siły poprzecznej, pod wpływem których złącze może ulec deformacji bez wystąpienia zsuwu.

Znacznie korzystniejszy rozkład sił wewnętrznych jest w przypadku wystąpienia odporu biernego. Zmniejszeniu ulegają maksymalne wartości momentu zginającego, co powoduje, że w łukowym złączu ciernym łatwiej może dojść do zsuwu.

Jako że w praktyce odpór bierny jest wynikiem oddziaływania wykładki na odrzwia, uzyskane wyniki jednoznacznie wskazują, jak istotne znaczenie dla pracy odrzwi obudowy podatnej ma prawidłowe wypełnienie wolnej przestrzeni między odrzwiami obudowy a obrysem wyrobiska.

Ograniczenie bocznej deformacji łukowego złącza ciernego, a w dalszej kolejności odrzwi obudowy, powoduje, że przy tych samych wartościach obciążenia zewnętrznego rozkład sił wewnętrznych jest znacznie korzystniejszy.

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że poprzez odpowiedni dobór geometrii złącza ciernego (niski współczynnik  $k_l$ ) oraz prawidłowo wykonaną wykładkę można w sposób istotny podwyższyć nośność obudowy podatnej wyrobisk korytarzowych, zachowując jednocześnie jej podatność zsuwną.

W kontekście przeprowadzonej analizy zasadnym staje się prowadzenie dalszych prac obejmujących także badania stanowiskowe oraz dołowe i mających na celu wyznaczenie optymalnych parametrów geometrycznych łukowego złącza ciernego.

#### Literatura

1. *Maloszewski J., Mateja J., Rulka K.*: Nośność stalowych odrzwi obudowy łukowej otwartej na podstawie przeprowadzonych badań. Prace Naukowe Głównego Instytutu Górniczego, Seria dodatkowa, Katowice 1985.
2. *Pytlík A.*: Wpływ zginania na prace ciernych złączy łukowych odrzwi ŁP przy obciążeniach statycznych i dynamicznych. Praca doktorska. Główny Instytut Górniczy, Katowice 2001.
3. PN-91/G-15000/11: Obudowa chodników odrzwiami podatnymi z kształtowników korytkowych. Kształtowniki korytkowe proste. Badanie złącz.
4. PN-92/G-15000/05, Obudowa chodników odrzwiami podatnymi z kształtowników korytkowych. Odrzwia łukowe otwarte – badania stanowiskowe.

Recenzent: dr hab. inż. Józef Kabiesz